15

Mark Un 85
-3

Mathesis. Systemata & methodi

130.

R

Lehrbegrif
der gesamten
Mathematik.

Aufgesetzt
von

Wencesl. Joh. Gustav Karsten,
der Phil. Doct. der Mathem. Professor zu Bützow, der Churfl. Bayerschen Akademie der Wissenschaften zu München und der Holländischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Harlem Mitglied.

Der Dritte Theil.

Die statischen Wissenschaften, nebst den ersten Gründen der Mechanik.

Greifswald,
gedruckt und verlegt von Anton Ferdin. Röse. 1769.

Der Ritter Toggenburg.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Sr. Hochreichsgräflichen Excellenz,
dem
Hochgebohrnen Herrn,
Herrn
Carl Friedrich,
des H. R. R. Grafen
von Bassewitz,
auf Brebberede ꝛc. ꝛc.
des H. Alexander Newski-Ordens
Rittern,
Sr. Regierenden Herzoglichen Durchlauchten
zu Mecklenburg-Schwerin
Hochbetrauten
würklichen Geheimen Rath
in der Hochpreißlichen Regierung
und bey der Lehns-Cammer,
des Meckl. Hof- und Land-Gerichts
Präsidenten,

Meinem Gnädigen Grafen
und Herrn,

Gott Heiliger Geist,

oder

Heiliger Gott,

und

Heiliger Mensch,

Sr. Excellenz,

dem

Hochwohlgebohrnen Herrn,

Herrn Christian

von Both,

auf Rohlstorf und Nienhagen ꝛc. ꝛc.

Sr. Regierenden Herzoglichen Durchlauchten

zu Mecklenburg-Schwerin

Hochbetrauten

würklichen Geheimen Rath

und

Cammer-Präsidenten,

Meinem

Gnädigen Herrn,

Gesetz

betreffend

Abänderungen des Gesetzes,

betreffend

den Bau

und Betrieb

der Eisenbahnen

wie auch

der Anlage

von Eisenbahn-Concurrenzen,

vom

3. November 1838.

Sr. Excellenz,

dem

Hochwohlgebohrnen Herrn,

Herrn Johann Peter

Schmidt,

Sr. Regierenden Herzoglichen Durchlauchten

zu Mecklenburg-Schwerin

Hochbetrauten

würklichen Geheimen Rath

in der Hochpreißlichen Regierung

und

bey der Lehns-Cammer,

Meinem

Gnädigen Herrn.

Der Freiheit.

Dem

Durchlauchtigsten Fürsten,

Herrn Wilhelm,

Herzog zu Sachsen, Jülich, Cleve und Berg, Engern und Westphalen, auch zu Landgrafen in Thüringen, Markgrafen zu Meissen, gefürsteten Grafen zu Henneberg, Grafen zu der Mark und Ravensberg, Herrn zu Ravenstein, Tonna, Gotha, Eisenach, Frankenhausen, Sondershausen, Arnstadt, Ohrdruf, Gehren, Wachsenburg, Tennstädt, Frankenhausen, Schmalkalden, Münden, Allendorf, Sontra, Creutzburg, Ludwigstein, Herbstein, Lauterbach, Breuberg, Rodheim, Assenheim, Minzenberg, Gedern, Ortenberg, Hanau, Münzenberg, Schwarzenfels, Babenhausen, Bieber, Steinau, Rumpenheim, Wilhelmsbad, Philippsruhe, Dorfelden, Hochstadt, Bergen, Vilbel, Naumburg, Kirchhain, Amöneburg, Homburg, Cronberg, Königstein, Eppstein, Meilingen, Falkenstein, Münzenberg, Lich, Hungen, Staufenberg, Gleiberg, Inheiden, Beilstein, Mühlheim, Steinheim, Bücken, Wilhelmsthal, Calenberg, Gronau, Lauenau, Spiegelberg, Pattensen, Delligsen, Grohnde, Fischbeck, Hallermund, Lauenförde, Polle, Elze, Aerzen, Eimbeck, Lauenrode, Wenzen, Ohsen, Brevörde, Ingelheim, Boppard, Stromberg, Kreuznach, Simmern, Sponheim, Bolanden, Oberstein, Meisenheim, Lahnstein, Sayn, Hachenburg, Altenkirchen, Freusburg, Wildenburg, Kirchberg, Schaumburg, Pyrmont, Alpen, Lülsdorf, Virneburg, Broich, Saffenburg, Medingen, Hagen, Ahrweiler, Tomburg, Rheinbach, Münstereifel, Hardenberg, Neuenahr, Limburg, Styrum, Gemen, Borkelo, Anholt, Bronkhorst, Batenburg, Wisch, Lichtenvoorde, Ottenstein, Bredevoort, Aurich, Esens, Wittmund, Stickhausen, Gödens, Jever, Kniphausen, Lütetsburg, Dornum, Nesse, Berum, Fredeburg, Minningen, Lage, Detmold, Brake, Schwalenberg, Sternberg, Varenholz, Oldenburg, Delmenhorst, Jever, Kniphausen, Varel, Stadland, Burgen, Lütetsburg, Dornum, Nesse, Berum, Fredeburg, Minningen, Lage, Detmold, Brake, Schwalenberg, Sternberg, Varenholz, Oldenburg, Delmenhorst, Jever, Kniphausen, Varel, Stadland, Burgen,

Meinem

gnädigsten Herrn.

Hochgebohrner Herr Reichsgraf,

Hochwohlgebohrne Herrn,

Hochgebietende Herrn Geheimen

Räthe,

Gnädige Herrn,

Ew. Hochreichsgräflichen Excellenz und Ew. Ew. Excellenzen gnädige Fürsorge für die hiesige Universität überhaupt, und die öftern Beweise gnädiger Gesinnungen gegen mich insbesondre, machen es mir zur Pflicht, ein öffentliches Zeugniß meiner unterthänigen Dank-

barkeit abzulegen. Der gnädige Beyfall, womit Ew. Hochreichsgräflichen Excellenz und Ew. Ew. Excellenzen meine bisherigen Bemühungen aufzunehmen geruhet, wodurch ich dem von dem Durchlauchtigsten Stifter dieser Universität mir gnädigst anvertraueten Lehramte ein Genüge zu leisten suche, und die vorzüglich gewogenen Ermunterungen, die angefangene Ausarbeitung eines vollständigen Lehrbegrifs der Mathematik fortzusetzen, haben mich zu mehrern mahlen mit erneuertem Eifer belebet, wenn ich gefürchtet habe, daß meine Kräfte zu schwach seyn mögten, das weitläuftige Feld aller hieher gehörigen Wissenschaften dem in mich gesetzten gnädigen Zutrauen gemäß zu bearbeiten. Mit dem gegenwärtigen dritten Theile mache ich den Anfang, die in den vorigen Theilen vorgetragenen allgemei-

nen

nen Theorien auf die Ausübung anzuwenden, und ich bin vorzüglich darauf bedacht gewesen, das würklich gemeinnützige dieser wegen ihres sehr allgemeinen Nutzens berühmten Wissenschaft zu zeigen. In der zuversichtlichen Hofnung einer gnädigen Aufnahme erkühne mich, Ew. Hochreichsgräflichen Excellenz und Ew. Ew. Excellenzen diesen dritten Theil hiemit unterthänig zu überreichen, und als ein Zeugniß meiner tiefen Ehrerbietung zuzueignen. Mit der unterthänigen Bitte um Ew. Hochreichsgräflichen Excellenz und Ew. Ew. Excellenzen fernere gnädige Protection verbinde ich die feurigsten Wünsche, daß die göttliche Vorsicht Hochdenenselben die Fülle des Seegens und alles ersinnliche hohe Wohlergehen in dem reichsten Maasse angedeihen, und Mecklenburg noch viele Jahre das Glück genieſſen lassen wolle,

Ew.

Ew. Hochreichsgräflichen Excellenz und Ew. Ew. Excellenzen als hohe Beförderer seiner Wohlfarth zu verehren.

Ich verharre mit tiefen Respect

Hochgebohrner Herr Reichs-Graf,

Hochwohlgebohrne Herrn,

Hochgebietende Herrn Geheimen Räthe,

Ew. Hochreichsgräflichen Excellenz und Ew. Ew. Excellenzen,

unterthäniger Diener

Wencesl. Joh. Gustav Karsten.

Vorrede.

Es ist zwar durchgängig eingeführt, daß man die Arithmetischen und Geometrischen Wissenschaften, mit Inbegrif der Algebra und höhern Geometrie, allein als Theile der theoretischen Mathematik, die mechanischen Wissenschaften aber als Theile der angewandten Mathematik betrachtet. Indessen könte man vielleicht mit eben dem Recht die algemeinen Untersuchungen über die Gesetze des Gleichgewichts sowohl, als der Bewegung, zur theoretischen Mathematik rechnen. Wie entfernt sind nicht diese Lehren noch von der würklichen Ausübung, wenn man sie so vor-

vorträgt, wie Herr Euler in seinen Schriften von der Mechanik, Herr d'Alembert in seiner Dynamik, Herr Hermann in seiner Phoronomie, und andre mehr. Wie sehr würde sich derjenige nicht betriegen, welcher eine dieser genannten Schriften nachschlagen wollte, um daraus zu lernen, worauf es bey Berechnung des Effects einer Korn-Mühle ankomme. Wenn man z. B. die Untersuchung anstellt, wie sich ein Körper in einem widerstehenden Mittel bewegen werde, wenn das Gesez des Widerstandes durch eine willkührlich angenommene Function der Geschwindigkeit ausgedrückt ist; so kan dies wohl eben so wenig eine Betrachtung würklicher Gegenstände heissen, als wenn man sonst ein unbestimmtes Integral sucht, oder die Eigenschaften einer krummen Linie entwickelt, wovon man die Gleichung willkührlich angenommen hat. Ich führe dies nicht in der Absicht an, um eine neue Eintheilung der mathematischen Wissenschaften auf die Bahn zu bringen, und die alte zu verwerfen; weil ich viel zu sehr davon überzeugt bin, daß bey dem Vortrag derselben in Ansehung der Ordnung sehr vieles willkührlich sey, und daß es auf das äussere Kleid gar nicht ankomme: zumahl da andre Schriftsteller schon ähnliche Gedanken geäussert haben. Es geschieht bloß deswegen, um diejenige Ord-

nung kurz zu rechtfertigen, worin die Wissenschaften, welche man gewöhnlich als Theile der angewandten Mathematik betrachtet, hier nach einander folgen werden. Ich habe beym Vortrage der Geometrie in den ersten beyden Theilen noch keine Anwendung auf die Feldmeßkunst gemacht, wie sonst eben nicht ungewöhnlich ist. Die Ursache war, weil ich gleich anfangs zur Absicht hatte, diese Wissenschaft als einen besondern Theil der angewandten Mathematik etwas ausführlicher vorzutragen, als die Einrichtung kurzer Lehrbücher verstatet. Ich bin aber etwas unschlüßig gewesen, in welche Verbindung ich sie mit den übrigen Theilen am füglichsten bringen könte. Anfangs war ich willens, sie in diesem dritten Theile nebst der Kriegsbaukunst und bürgerlichen Baukunst vorzutragen, den beyden letztern aber die Perspectiv voran zu setzen, damit zugleich eine Anleitung, die mancherley Arten der Bauriſſe zu verfertigen, hätte gegeben werden können. Dies schien mir deswegen rathsam zu seyn, weil die genannten Wissenschaften grade diejenigen sind, wozu sich gewöhnlich noch auf Universitäten die meisten Liebhaber finden. Allein da ich bedachte, daß der Vortrag noch in manchen Stücken würde unvollständig bleiben müssen, wo derselbe auf mechanische und optische Gründe beruhet, und daß

dem-

demjenigen viele physisch-mathematische Kenntnisse nöthig sind, der die zum Messen und andern Arbeiten dienliche Werkzeuge kennen lernen, und die practischen Arbeiten selbst mit aller nöthigen Vorsicht ausrichten will; so schien es mir besser zu seyn, die mechanischen und optischen Wissenschaften zuerst vorzutragen.

Ich habe soviel möglich gesucht, auf derjenigen Mittelstrasse zu bleiben, die ich mir gleich anfangs vorgesetzt hatte. Vielleicht aber habe ich mich doch verführen lassen, weitläuftiger zu seyn, als nöthig gewesen wäre. Ich glaubte, daß dieser dritte Theil nebst der Statik, Hydrostatik, und Aerostatik auch die ganze Mechanik der festen Körper fassen sollte, so weit sie ohne vollständige Kenntnisse der höhern Mathematik vorauszusetzen, vorgetragen werden kan: allein ich bin genöthiget gewesen abzubrechen, weil dieser Theil mit den vorigen ohngefehr von gleicher Stärke seyn sollte. Ich habe die vollständigere Mechanik im vierten Theile vortragen müssen, der wie ich jetzt noch hoffe, mit diesem dritten Theile zugleich zur Ostermesse kommen wird. Da indeß vornehmlich meine Absicht dahin gehet, denen nützlich zu seyn, welche die Mathematik durch eigenen Fleiß lernen wollen; so glaube ich, der-

selben

selben nicht eben verfehlet zu haben, wenn ich mich auf manche specielle Untersuchungen eingelassen, und den ganzen Vortrag der eigentlichen Ausübung viel näher zu bringen gesucht habe, als sonst gewöhnlich ist. Man weiß, daß die Physik mit der angewandten Mathematik in der genauesten Verbindung stehe, und wer einen Beweis davon verlangt, der wird ihn kurz und bündig in des Herrn Hofrath Kästners Anzeige seiner nächsten Vorlesungen über die Mathematik und Physik, Göttingen 1768 antreffen. Erfahrungen, und geschickt angestellte physische Versuche liegen in der angewandten Mathematik überall zum Grunde: sie müssen die data liefern, welche der Mathematiker braucht, wenn er seine allgemeinen Theorien auf würklich vorhandene Gegenstände anwenden will. Dies ist die Ursache, weswegen ich das eigentlich physische, in soweit es auf Erfahrungen und Versuche ankommt, zuweilen mitgenommen habe, wovon ich nur zum Beyspiel den Vortrag von der Festigkeit der Körper, und von der Friction anführen will. Ich weiß gar wohl, daß ich mich hier, und in manchen ähnlichen Fällen, weit kürzer hätte einschränken können, wenn ich bloß auf die Schriftsteller verwiesen hätte, welche die Versuche entweder selbst angestellet, oder doch beschrieben haben: allein ich weiß

auch, daß allen denen nicht damit gedient gewesen wäre, welche die Mathematik und Naturlehre nicht eben zur Hauptbeschäftigung machen, weil es ihre Sache nicht ist, viele Bücher von dieser Art zu kaufen. Ausser dieser Ursache hat noch eine andre mich zuweilen veranlasset, etwas mehr von einer Sache zu sagen, als an sich nöthig gewesen wäre. Ich habe in verschiedenen Beyspielen, die mir besonders geschickt dazu zu seyn schienen, Anfängern zeigen wollen, wie sie nicht allein vermittelst der Analysis die Auflösung einer Aufgabe selbst finden, sondern auch verschiedene Wege, auf welchen verschiedene andere zu eben dem Resultat gelangt sind, mit einander vergleichen können. Ein Beyspiel hievon ist die im 52 bis 54 §. der Hydrostatik vorgetragene archimedische Wasserprobe.

Die Gesetze des Falles schwerer Körper, und zwar sowohl die Gesetze des verticalen, als auch des schiefen Falles auf einer gegen den Horizont geneigten Ebene, trug man sonst in derjenigen Wissenschaft vor, welche die Statik hieß, ehe man nur in ganz neuern Zeiten die Bedeutung der Wörter: **Statik** und **Mechanik** geändert hat. Die **Statik** hieß ehedem die Wissenschaft alles dessen, was in Ansehung der Schwere einer mathematischen Untersuchung fähig ist. Man rechnete dahin nicht allein

lein die Lehren vom Gleichgewicht der schwe-
ren Körper und die Lehren vom Schwerpunct;
so weit sie Archimedes in seinen Büchern de
æquiponderantibus vorgetragen hat, sondern
auch alles das, was Galiläus und andre nach
ihm von den Gesetzen entdeckten, wornach die
Bewegungen erfolgen, woran die Würkung
der Schwere Antheil hat, die Mechanik hieß
die Lehre von den Maschinen. Man berech-
nete darin die Kräfte der so genannten einfa-
chen Maschinen, und gab Anleitung zur Kennt-
niß der zusammengesetzten, welche man durch
Verbindung der einfachen zu wege bringt, je-
doch vornehmlich nur, in so fern sie dienen sol-
len, grosse Lasten zu heben. Beyde Wissen-
schaften waren also in der That bloß auf die
Betrachtung der Schwere eingeschränkt. Jetzt
verstehet man sowohl durch die Statik als
auch durch die Mechanik eine Wissenschaft von
einem viel allgemeinern Umfange, da man an-
gefangen hat, alle andre Kräfte in der Natur
mit der Schwere zu vergleichen; und die Ma-
schinenlehre ist nur von beyden eine besondre
Anwendung. In der Statik betrachtet man
das Gleichgewicht mehrerer Kräfte, nicht bloß
der Gewichte, sondern aller übrigen, die sich
mit Gewichten vergleichen lassen: die Mecha-
nik aber betrachtet die Bewegungen, nicht bloß
diejenigen, welche die Schwere verursacht,

sondern auch solche, die nach andern Gesetzen erfolgen, als die vom Galiläus entdeckten Gesetze der Schwere sind. Hiedurch ist selbst die Maschinenlehre zu weit grösserer Vollkommenheit gebracht worden. Wie man ehedem die Maschinen bloß im Zustande des Gleichgewichts betrachtete; so betrachtet man sie jetzt auch im Zustande der Bewegung: man bemühet sich immer mehr, die eigentliche Art und Weise kennen zu lernen, wie die Kräfte der Menschen und Thiere, des Wassers, des Windes, des Feuers u. s. f. in die Maschine würken. Von dieser Seite betrachtet ist die Maschinenlehre ein besondrer Theil derjenigen Wissenschaft, welche nun in einem viel allgemeinern Verstande den Nahmen der Mechanik führt. Eine solche Betrachtung der Maschinen wird man also hier noch nicht erwarten. Die Lehre von den einfachen Maschinen trägt man nunmehro gewöhnlich in der Statik vor, jedoch untersucht man nur die Umstände, unter welchen Kraft und Last einander das Gleichgewicht halten. Dies ist auch hier geschehen, und es hat dieser Vortrag seine Vortheile, weil man auf solche Art zugleich Gelegenheit hat, die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts auf besondre Gegenstände anzuwenden. Wenn man die Maschinenlehre als einen besondern Theil der angewandten

Mathematik abhandeln wollte, so mögte derselbe nach dem jetzigen Zustande der Wissenschaft allererst nach der Statik, Hydrostatik, Aerostatik, Hydraulik und Pneumatik oder Aeromechanik folgen. Allein es ist eben nicht nöthig, die Anzahl der practisch-mathematischen Wissenschaften noch um eine zu vermehren. So wie die genannten Wissenschaften nach einander vorgetragen werden, läßt sich füglich zugleich die Anwendung auf die Maschinen machen. Auf diese Art werde ich hier die Maschinenlehre abhandeln, und ich bemerke dies deswegen, damit man nicht glaube, daß ich nichts mehr von den Maschinen sagen werde, als was in der Statik davon vorkommt. Ich werde vielmehr vorzüglich bemühet seyn, die gesamten mechanischen Wissenschaften so vorzutragen, daß nichts übergangen werde, was zur richtigen und vollständigen Kenntniß des Maschinenwesens nöthig ist. Ich werde nicht bloß bey allgemeinen Betrachtungen stehen bleiben, sondern vielmehr allenthalben die Sache durch besondre Beyspiele zu erläutern suchen. Die grossen Erweiterungen, welche die Astronomie, Geographie, Hydrographie und Schiffkunst einer vollständiger bearbeiteten allgemeinen Theorie der Mechanik zu danken hat, weiß man nur in solchen Ländern recht zu schätzen, wo der Reichthum des Staats

von der Schiffarth abhängt. Der Nutzen, den der Artillerist davon hat, wenn er die Abmessungen der Bahn genau kennet, welche die Gesetze der Natur seinen Bomben und Geschützkugeln vorschreiben, ist nur deswegen schätzbar, weil der Krieg zuweilen ein nothwendiges Uebel wird. Viel mehr in die Augen fallend, und viel vortheilhafter für das menschliche Geschlecht ist der Nutzen, den die Mechanik in der Anwendung auf die Maschinenlehre gewähret, und man wird oft durch eine unangenehme Erfahrung davon belehret, was mangelhafte Kenntnisse, und verabsäumte Ueberlegung aller bey Anlegung einer Maschine eintretenden Umstände für Schaden bringen.

Bützow im Januar des Jahrs 1769.

Inhalt des dritten Theils.

Die Statik der festen Körper.

Der I. Abschnitt. Von den bewegenden Kräften überhaupt, und insbesondre von der Schwere.
Der II. Abschnitt. Vom Gleichgewicht der Kräfte am gradlinichten Hebel.
Der III. Abschnitt. Vom Winkel-Hebel, und dem Gleichgewicht mehrerer an einem Punct angebrachten Kräfte.
Der IV. Abschnitt. Vom Schwerpunct der festen Körper.
Der V. Abschnitt. Von den Wagen, und der eigenen Schwere der Körper.
Der VI. Abschnitt. Von den Rollen und Flaschenzügen.
Der VII. Abschnitt. Vom Rade an der Welle und dem Räderwerk.
Der VIII. Abschnitt. Vom schiefen Druck gegen eine Fläche, und dem Keil.
Der IX. Abschnitt. Vom Gleichgewicht der Kräfte bey jeder Lage ihrer Richtungen.
Der X. Abschnitt. Von der Schraube.
Der XI. Abschnitt. Von der Festigkeit und Federkraft der Körper.
Der XII. Abschnitt. Von der Friction.

Die Hydrostatik.

Der I. Abschnitt. Vom Gleichgewicht der flüßigen Körper in Gefässen und Röhren.
Der II. Abschnitt. Vom Druck der flüßigen Massen gegen die Gefässe.
Der III. Abschnitt. Vom Gleichgewicht fester Körper mit flüßigen.
Der IV. Abschnitt. Vom Schwimmen der Körper,
Der V. Abschnitt. Von der eigenen Schwere flüßiger Massen.
Der VI. Abschnitt. Wie man die eigene Schwere fester Körper hydrostatisch findet.

Der VII. Abschnitt. Von der eigenen Schwere vermischter Körper.
Der VIII. Abschnitt. Vom Gleichgewicht ungleichartiger flüßiger Massen.

Die Aerostatik.

Der I. Abschnitt. Von den Gesetzen des Gleichgewichts elastischer flüßiger Massen.
Der II. Abschnitt. Von der Federkraft und Schwere der Luft.
Der III. Abschnitt. Vom Barometer und dessen Gebrauch.
Der IV. Abschnitt. Vom Thermometer und dessen Gebrauch.
Der V. Abschnitt. Von der Dichtigkeit und der Federkraft der Luft in verschiedenen Höhen über der Erdfläche.
Der VI. Abschnitt. Von der Dichtigkeit der Luft nahe an der Erdfläche.
Der VII. Abschnitt. Vom Manometer und Hygrometer.
Der VIII. Abschnitt. Von der Dichtigkeit und Federkraft der Luft bey verschiedener Wärme, und dem Luft-Thermometer.

Die Mechanik der festen Körper.

Der I. Abschnitt. Von der gleichförmigen Bewegung und der Trägheit der Körper.
Der II. Abschnitt. Vom freyen Falle schwerer Körper.
Der III. Abschnitt. Allgemeine Lehren von den gleichförmig bewegenden Kräften, und ihrer Vergleichung mit der Schwere.
Der IV. Abschnitt. Vom Falle schwerer Körper auf einer schiefen Ebene.

Die

Die Statik,

oder

die Lehre vom Gleichgewicht fester Körper.

Der I. Abschnitt.

Von den bewegenden Kräften überhaupt, und insbesondere von der Schwere.

1 §.

Ausser denjenigen Eigenschaften der Körper, welche ihre Gestalt und Grösse heissen, und mit deren Betrachtung sich die Geometrie beschäftiget, giebt es noch andere, die eine eben so grosse Aufmerksamkeit als jene verdienen. Die in der Natur vorhandenen Körper nehmen nicht immer einen und eben denselben Ort ein, sondern ändern denselben auf mancherley Art. Wenn ein Körper seinen Ort ändert: so sagt man, er bewege sich. Aendert er seinen Ort nicht: so sagt man, daß er ruhe.

Was einen ruhenden Körper in Bewegung zu setzen, oder die Bewegung eines schon fortgehenden Körpers auf irgend eine Art zu ändern strebet, das nennet man eine bewegende Kraft. Die Lehre von der Bewegung der Körper, und von den Kräften, welche diese Bewegungen verursachen, heist im allgemeinen Verstande die Mechanik. Dies ist eine Wissenschaft von einem sehr weitläuftigen Umfange, und sie begreift wiederum verschiedene besondere Theile unter sich, die eigene Nahmen führen. Dahin gehört zuerst die Theorie von Vergleichung derjenigen Kräfte, die blos einen Druck, und noch keine würkliche Bewegung verursachen. Eine Kraft kan nemlich die Würkung andrer hindern, so, daß keine derselben das ausrichtet, was sie ausrichten würde, wenn die Würkung der übrigen aufhörte. Wenn mehr Kräfte so gegen einander würken, daß gar keine Bewegung erfolgt, und also die Würkung einer jeden von den übrigen völlig aufgehalten wird: so sind alle diese Kräfte im Gleichgewicht, und die Statik ist eine Wissenschaft von den Gesetzen, nach welchen die Kräfte gegen einander würken müssen, wenn das Gleichgewicht erfolgen soll. Die Statik ist also als ein Theil der Mechanik anzusehen, wenn dieser Name in seiner allgemeinsten Bedeutung gebraucht wird.

2 §.

Ein Körper heist bey gegenwärtiger Untersuchung ein fester Körper, wenn alle seine Theile so stark unter einander zusammen hängen, daß ihre Verbindung und Lage gegen einander durch diejenigen Kräfte nicht verändert wird, welche auf den Körper würken. Die

übrigen gehören zu den weichen, biegsamen und flüßigen Körpern, und diese letzten werden hier vor der Hand noch ganz bey Seite gesetzt. Das Beywort fester Körper wird der Kürze halber in der Folge weggelassen, und wenn das Wort Körper schlechthin gebraucht wird, allemahl ein fester Körper verstanden werden.

3 §.

Wenn man einen Stein, oder sonst einen andern Körper auf die Hand legt: so empfindet man etwas, das wir durch das Wort Druck bezeichnen. Zieht man die Hand schnell unter dem Körper weg, ohne ihm im geringsten einen Stoß zu geben: so bewegt sich der Körper augenblicklich nach einer Richtung, die wir dadurch anzeigen, daß wir sagen, er falle unterwärts. Der Körper geht nemlich in grader Linie gegen die Erde zu, und hört nicht auf zu fallen, bis er die Erde erreicht hat, es sey denn, daß ihm unterweges ein anderer Körper aufstößt, der seine Bewegung hemmet. So lange man den Körper auf der Hand trägt, ist man genöthiget, ihm mit der Hand entgegen zu drücken, oder, wie man zu reden gewohnt ist, ihn mit einer gewissen Gewalt zu halten. Man muß stärker, oder schwächer entgegen drücken, nachdem der Druck des Körpers selbst stärker, oder schwächer ist, dafern der Körper ruhen soll.

4 §.

Eben die Ursache, welche den Körper gegen die Hand drückt, ist zugleich die Ursache, welche den Körper in Bewegung setzt, sobald der Gegendruck der Hand aufhört. Der Druck rührt daher, weil eine

Kraft den Körper zu bewegen strebet, und eine entgegengesetzte Kraft diese Bewegung hemmet. Diese Kraft, welche die Körper unterwärts druckt, so lange man sie hält, und gegen die Erde zu bewegt, wenn man sie nicht mehr hält, heist die Schwere.

5 §.

Alle Körper, mit welchen wir Versuche anstellen können, sind schwer, d. i. sie werden von der Schwere unterwärts gedruckt, so lange man sie hält, und würklich unterwärts bewegt, wenn man sie nicht aufhält. Hievon sind die biegsamen, weichen und flüssigen Körper nicht ausgenommen. Ein jedes auch noch so kleines Theilchen eines Körpers, er mag zu einer Gattung gehören, zu welcher er wolle, ist schwer.

Die ganze drückende Kraft eines schweren Körpers ist also die Summe aller einzelnen drückenden Kräfte, die auf jedes Theilchen desselben würken.

6 §.

Jeder Körper füllt einen gewissen Raum aus, und die geometrische Grösse dieses Raums ist mit der Grösse des Körpers selbst, oder seinem **Umfange** (volumen) einerley. Alle Theile des Körpers aber zusammen genommen, machen die **Materie**, oder **Masse** desselben aus, und der eigentliche Raum, den die Masse des Körpers ausfüllt, unterscheidet sich bey allen Körpern in der Natur von dem Umfange desselben. Es sind nemlich alle Körper mit sehr vielen kleinen Löcherchen gleichsam durchbohret, die man Zwischen-Räume nennt, und die bey dem einen mehr, bey dem andern weniger, bey vielen fast gar

nicht

nicht in die Sinne fallen. Beym Schwamm, Korkholz, Binsenstein, u. dgl. m. kan man sie sehr deutlich wahrnehmen; und wenn man sie gleich bey andern Körpern nicht so deulich wahrnimmt: so kan man doch durch allerhand Versuche sich überzeugen, daß sie da seyn müssen. Alles, was sich in diesen Zwischen-Räumchen etwa befindet, und zu dem Körper selbst nicht gehört, dergleichen z. E. das Wasser in den Zwischen-Räumchen eines Schwammes ist, wird auch nicht zur Masse, oder Materie eines Körpers gerechnet. Es ist nicht ungewöhnlich, dies alles in Ansehung des Körpers, fremde Materie zu nennen.

7 §.

Wenn ein Körper gar keine Zwischen-Räumchen hätte: so würde er ein vollkommen dichter Körper heissen können. Nun aber heist er desto dichter, je mehr Masse, und je weniger und kleinere Zwischen-Räume er hat; er heist desto dünner, je weniger Masse, und je mehr und grössere Zwischen-Räume er enthält. Sind die Zwischen-Räume in dem ganzen Körper gleichförmig vertheilt, so, daß jede zweene gleich grosse Theile des Körpers gleich viel Masse enthalten: so hat der Körper eine gleichförmige Dichtigkeit, oder seine Dichtigkeit ist durchgängig einerley. Von zweenen gleich grossen, und gleichförmig dichten Körpern, ist derjenige nochmal so dichte, als der andere, der doppelt so viel Masse hat, und überhaupt verhalten sich gleich grosser Körper Dichtigkeiten, wie ihre Massen, dafern, wie von nun an allemal vorausgesetzt wird, von gleichförmig dichten Körpern die Rede ist.

8 §.

Wenn also ein Körper A nochmahl so dichte ist, als ein andrer eben so grosser Körper B: so enthält die Hälfte des Raums, den A ausfüllt, eben so viel Masse, als der ganze Raum, den B ausfüllt. Wäre A dreymahl so dichte, als B: so würde der dritte Theil des Raums, den A ausfüllt, eben so viel Masse enthalten, als der ganze Raum, den B ausfüllt, u. s. f. Da nun die Räume der ganzen Körper A und B gleich groß sind: so folgt daraus, daß einerley Masse in einen halb so grossen Raum gebracht, nochmal so dichte werde, als sie vorher war, und in einem doppelt so grossen Raum ausgedehnt, nur halb so dicht bleibe, als sie vorher war, u. s. f. Ueberhaupt also verhalten sich bey gleichen Massen die Dichtigkeiten verkehrt, wie die Räume, welche sie ausfüllen, dafern anders die Dichtigkeit allemahl gleichförmig bleibt.

9 §.

Je mehr Masse ein Körper hat, desto stärker drückt er unterwärts, und je weniger Masse er hat, desto geringer ist sein Druck nach unten (5 §). Die bestimmte Grösse der Kraft, womit ein schwerer Körper unterwärts druckt, heist sein Gewicht.

Man nennt auch wohl die schweren Körper selbst Gewichte, wenn man bey denselben nichts weiter, als die bestimmte Grösse der Kraft betrachtet, womit ein solcher Körper unterwärts druckt. Dafern die kleinsten Theilchen der Materie bey gleichen Massen auch gleiche Gewichte haben: so werden sich die Gewichte verschiedener Körper wie ihre Massen verhalten.

10 §.

10 §.

Wenn ein Gewicht P an einem Faden AB hängt, 1 Fig.
der bey A an einem andern unbeweglichen Körper befestiget ist: so trägt das Theilchen A des Körpers AC nicht allein das Gewicht P; sondern zugleich das Gewicht des Fadens AB. Wenn der Faden AB gar keine Schwere hätte: so trüge A allein das Gewicht P, was auch übrigens der Faden AB für eine Länge hätte. Der unbewegliche Körper AC thut hier eben das, was eine Hand thun würde, die den Faden bey A hielte. In der That müßte diese den Faden so stark aufwärts ziehen, als ihn das Gewicht P unterwärts ziehet.

Man stelle sich vor, daß bey A eine kleine Oefnung gemacht, und durch dieselbe der Faden BA (der von nun an allemahl als ein solcher, der selbst keine Schwere hat, betrachtet wird,) bis D verlängert sey. Wenn nun bey D eine Hand den Faden hält, der übrigens durch die Oefnung A frey herab hängt: so leidet das Stückchen A des Fadens noch eben die Gewalt, wie vorhin. Das Gewicht P zieht dieses Theilchen A unterwärts. Die Hand D ziehet dieses Theilchen A eben so stark nach gerade entgegen gesetzter Richtung aufwärts.

Bey dieser Untersuchung hat man nicht nöthig die Dicke des Fadens in Betrachtung zu ziehen, und man kan sich denselben als eine grade Linie, also A als einen Punkt vorstellen, der von zwoen gleich starken Kräften nach grade entgegen gesetzte Richtungen gezogen wird.

11 §.

Wenn die Kraft bey D oder A den Faden nicht mehr hält: so fällt das Gewicht P herunter, und

zwar sinken alle Punkte des Körpers in graden Linien herunter, die unter einander und mit AB parallel sind. Ein Punkt, wie *a*, der in der verlängerten AB liegt, bleibt in dieser verlängerten Linie AB. Jeder andre Punkt *b* bleibt im Heruntersinken in der graden Linie, die mit AB durch *b* parallel geht.

Ohne Zweifel wird jedes Theilchen nach eben dieser Richtung von demjenigen Theil des ganzen Gewichts, der auf ihn würkt, getrieben, und diese Linien, in welchen die Punkte eines schweren Körpers sinken, sind mit den Richtungen der Schwere einerley. Eben diese Richtungen der Schwere stehen auf der Ebene der Erde, worauf wir gehen, senkrecht, so wie sie auch auf der Oberfläche eines stillstehenden Wassers in einem Teiche, oder in einem Gefässe senkrecht sind. Sie heissen daher verticale, oder lothrechte, bleyrechte Linien. Wir unterscheiden eben dadurch die schräge liegenden Flächen der Berge, oder Anhöhen von dem, was wir Ebenen (plaines) nennen, weil die Richtungen der Schwere auf jenen nicht senkrecht stehen.

12 §.

Eine jede Ebene, die so liegt, daß die Richtung der Schwere auf sie senkrecht steht, heist eine horizontale, oder wagrechte Ebene, so wie auch jede grade Linie, auf welcher die Richtung der Schwere senkrecht steht, eine horizontale, oder wagrechte Linie genannt wird.

Demnach ist jede horizontale Ebene, und jede horizontale Linie mit der Ebene der Erde, oder eines stillstehenden Wassers parallel (323 §. G.)

13 §.

13 §.

Es sey AB ein grader Stab, der auf einem unbeweglichen Körper AC bey A vertical steht. Auf ihn sey bey B ein Gewicht P gelegt. Wenn nun der Stab AB selbst keine Schwere hat: so trägt der Körper AC bey A das ganze Gewicht P. Dieser Körper thut wiederum eben das, was eine Hand thun würde, die den Stab mit dem Gewicht P trüge. Sie müste den Stab bey A so stark aufwärts drücken, als ihn das Gewicht P unterwärts drückt. 2 Fig.

Wäre bey A eine Oefnung, durch welche sich der Stab grade fort bis D erstreckte, und trüge nun eine Hand bey D den Stab mit dem Gewicht: so litte das Stückchen A des Stabes noch eben die Gewalt, wie vorhin. Das Gewicht P drückt dieses Theilchen A unterwärts, und die Hand bey D drückt es eben so stark nach grade entgegen gesetzter Richtung aufwärts. Man kan sich auch hier den Stab BD als eine grade unbiegsame Linie ohne Schwere, also A als einen Punkt vorstellen, der von zwoen gleich starken Kräften nach grade entgegen gesetzten Richtungen gedruckt wird.

14 §.

Druck, oder Zug sind Wörter, welche keine wesentlich verschiedene Würkungen der Kräfte bezeichnen, sondern nur eine Verschiedenheit der Richtung, nach welcher sich die Würkung einer Kraft äussert (10. 13 §.).

Wenn aber überhaupt ein paar gleiche Kräfte einen Punkt A nach grade entgegen gesetzten Richtungen ziehen (10 §) oder drücken (13 §): so sind sie im Gleichgewicht, und die eine hebt die Wirkung der

andern völlig auf. Man kan eben diesen Satz so ausdrücken.

Wenn zwo gleiche Kräfte an einem Punkt, nach grade entgegen gesetzten Richtungen angebracht sind: so sind sie im Gleichgewicht.

Auch umgekehrt: Zwo Kräfte, die nach entgegen gesetzten Richtungen an einerley Punkt angebracht, einander im Gleichgewicht halten, sind gleich groß.

Ungleiche Kräfte aber, die auf einen Punkt nach entgegen gesetzten Richtungen wirken, sind nicht im Gleichtgewicht. Es erfolgt vielmehr eine Bewegung nach derjenigen Richtung, nach welcher die grössere Kraft druckt, oder zieht; oder die grössere Kraft überwiegt die kleinere.

15 §.

3 Fig. Eine Kreisrunde Scheibe BDFG, die so unterstützt ist, daß sie sich um ihren Mittelpunkt C frey drehen kan, und die man hier als eine solche betrachtet, die keine Schwere hat, heist eine **Rolle**.

Ein völlig biegsamer Faden ABDE sey bey A an einem unbeweglichen Körper, z. E. einem Nagel befestiget. Der Faden sey über eine Rolle, in deren Ebene A liegt, gelegt, und eine Hand ziehe bey E den Faden nach einer willkührlichen Richtung DE gleichfalls in der Ebene der Rolle: so wird die Richtung DE allemahl den Umfang der Rolle berühren. Ueberdem wird auch das Stück AB des Fadens in eine grade Linie gedehnt, da übrigens BD ein Kreisbogen wird, wovon auch AB eine Tangente ist. Nun hindert der Nagel A, daß die Rolle sich um C nicht

drehen kan. Der Nagel A thut eben das, was eine Hand thun würde, die bey A so stark nach der Richtung BA zöge, als die Hand bey E nach der Richtung DE ziehet.

Zwo gleiche Kräfte halten an der Rolle einander das Gleichgewicht, dafern sie so angebracht sind, daß sie die Rolle nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben.

Und umgekehrt: Zwo Kräfte, die an der Rolle so wie vorhin angebracht, einander das Gleichgewicht halten, sind gleich groß.

Aber zwo ungleiche Kräfte an der Rolle eben so angebracht, halten einander nicht im Gleichgewicht.

16 §.

Wenn bey E an dem Faden ABDE ein Gewicht P hängt, und der Faden ist bey A befestiget: so ist zwar die ursprüngliche Richtung DE, nach welcher das Gewicht den Faden zieht, vertical (11 §). Allein der Punkt A wird von einer dem Gewicht P gleichen Kraft nach der Richtung AB gezogen, die eine jede Lage haben kan. Daher kan man durch Rollen es zuwege bringen, daß ein Gewicht nach jeder verlangten Richtung eben so stark zieht, als es nach seiner ursprünglichen senkrechten Richtung ziehen würde. 4Fig.

Dies giebt ein vortrefliches Hülfsmittel ab, vermöge dessen man alle Kräfte mit Gewichten vergleichen kan. Eine Kraft Q treibe den Punkt A nach der Richtung AQ. Nach der entgegengesetzten Richtung AB sey ein Faden gespannt, über die Rolle BDFG gelegt, und an demselben ein Gewicht P befestiget,

stiget, das mit der Kraft Q im Gleichgewicht ist: so ist die Kraft Q dem Gewicht P gleich, das heist, die Kraft Q zieht den Punkt A eben so stark nach der Richtung AQ, als das Gewicht P ihn vertical ziehen würde.

Der II. Abschnitt.

Vom Gleichgewicht der Kräfte am gradlinichten Hebel.

17 §.

Eine grade unbiegsame Linie, die man sich ohne Schwere vorstellt, und bey welcher an zweenen Punkten ein paar Kräfte so angebracht sind, daß, wenn zwischen ihnen das Gleichgewicht gehoben würde, diese Linie sich um einen gewissen unterstützten Punkt drehen müste, heist ein gradlinichter mathematischer Hebel. Dieser Punkt, um welchen sich der Hebel bey gehobenem Gleichgewicht drehen müste, heist der **Ruhepunkt**, und was den Hebel in diesem Punkte hält, die **Unterlage** (hypomochlion.)

5 Fig. Wenn beyde Kräfte am Hebel nach einer Seite ziehen, wie die beyden Gewichte P und Q am Hebel BC in der 5 Fig.: so muß der Ruhepunkt A, nebst der Unterlage H zwischen den Punkten B und C liegen, an welchen die Kräfte angebracht sind. Und denn ist es ein Hebel der **ersten Art** (vectis heterodromus).

Wenn

Wenn aber beyde Kräfte nach verschiedenen Seiten ziehen, wie die beyden Gewichte P und Q in der 6 Fig. am Hebel AB: so kan der Ruhepunkt A, nebst der Unterlage H nicht zwischen den Punkten B und C liegen, wo die Kräfte angebracht sind. Er heist nun ein Hebel der andern Art (vectis homodromus). 6Fig.

18 §.

Wenn der Hebel der ersten Art *BC* horizontal liegt, in der Mitte *A* unterstützt ist, und an beiden Endpunkten *B* und *C* gleiche Gewichte *P* und Q hängen: so sind beyde im Gleichgewicht. 5Fig.

Und überhaupt sind zwo gleich grosse Kräfte, die am Hebel der ersten Art in gleichen Entfernungen vom Ruhepunkt nach senkrechten Richtungen in einer Ebene angebracht sind, im Gleichgewicht, wenn sie den Hebel auf entgegen gesetzte Art zu drehen streben.

Die Unterlage A trägt beyde Gewichte bey P und Q, und weil $P = Q$ ist: so leidet die Unterlage bey A eben so viel Gewalt, als wenn ein Gewicht $= 2P$ unmittelbar auf A drückte. Wäre an A ein Faden AD befestiget, und eine Kraft $= 2P$ zöge vertical aufwärts: so würden alle drey Kräfte im Gleichgewicht seyn.

19 §.

Ungleiche Gewichte in gleichen Entfernungen vom Ruhepunkt am Hebel der ersten Art angebracht, sind nicht im Gleichgewicht; sondern das grössere überwiegt das kleinere. 5Fig.

Beweis. Es sey $Q < P$, und an B nach einer Richtung *Bq*, die BP entgegen gesetzt ist, sey eine

Kraft

Kraft $q = Q$, an C aber nach der Richtung Cp, die CQ entgegengesetzt ist, die $p = P$ angebracht. Wäre nun P und Q im Gleichgewicht: so müsten es auch p und q seyn, und der Hebel müste ruhen. Aber P überwiegt q, und p überwiegt Q (14 §): also muß sich der Hebel um A drehen, welches mit dem vorigen stritte.

20 §.

7 Fig. Dafern ein paar Gewichte P und Q am Hebel BAD im Gleichgewicht sind, wenn sie in den Entfernungen AB und AD vom Ruhepunkt hängen: so kan kein Gleichgewicht bleiben, wenn man stat P in B ein Gewicht R hängt, das grösser, oder kleiner ist, als P.

Beweis. Weil P mit Q im Gleichgewicht ist: so setze man zu P das Gewicht R hinzu, so, daß in B die Summe $P + R$ hängt, nehme sodenn $AC = AB$, und hänge in C ein Gewicht $K = R$ auf: so ist K mit R im Gleichgewicht (18 §), und der Hebel ruhet. Wäre nun auch R mit Q im Gleichgewicht: so könte man R und Q wegnehmen, und es müste P mit K im Gleichgewicht seyn, welches mit dem 19 § streitet.

21 §.

8 Fig. Gleiche Gewichte in ungleichen Entfernungen vom Ruhepunkt am Hebel der ersten Art angebracht, sind nicht im Gleichgewicht; sondern dasjenige überwiegt das andre, was am weitesten vom Ruhepunkt entfernet ist.

Bew. Es sey der Hebel BC bey E unterstützt, so daß $BE > EC$ ist, und man halbire BC bey A. Ist nun $P = Q$: so ist das Gleichgewicht da, wenn bey A eine Kraft $p = 2P$ vertical aufwärts ziehet.

Aber

Aber vermöge der Voraussetzung sind P und Q allein am Hebel angebracht. Um demnach die Würkung der Kraft p wieder aufzuheben, hänge man an A ein Gewicht $= 2P$. Da nun p mit P und Q im Gleichgewicht ist: so ist es eben so viel, als ob diese drey Kräfte gar nicht da wären; sondern 2P allein in A hienge. Da dieser Kraft nichts weiter widerstehet: so muß A sinken, und der Hebel sich um E drehen nach der Seite, wo das größte Stück EB des Hebels liegt.

Wäre demnach $P \triangleright Q$, und überdem $EB \triangleright EC$: so müste noch um so mehr P das Uebergewicht haben.

22 §.

Daferne ein paar Gewichte P und R am Hebel LM im Gleichgewicht sind, wenn sie in den Entfernungen EL und EM von der Unterlage hängen: so kan kein Gleichgewicht bleiben, wenn eins von beyden P weiter vom Ruhepunkt weg nach B gerückt wird. 9 Fig.

Bew. Man rücke P von L nach B, und nehme an, das Gleichgewicht bleibe. Wenn man nun EC = EL nimt, und in L ein Gewicht = P, auch in C ein eben so grosses Gewicht Q hängt: so sind auch die in L und C hängende Gewichte P und Q im Gleichgewicht (18 §), und der Hebel ruhet. Aber vermöge der Voraussetzung ist das in L hängende Gewicht P mit R im Gleichgewicht. Also kan man P von L, und R von M wegnehmen, und es müssen die in B und C hängende Gewichte P und Q im Gleichgewicht seyn, welches dem 21 § entgegen ist.

Sind also P und R an L und M aufgehangen im Gleichgewicht, und man hängt in B ein Gewicht auf,

das

das grösser ist, als P: so folgt noch um so mehr, daß dies letztere Gewicht nicht mit R im Gleichgewicht bleibe; sondern R überwiege.

23 §.

Wenn demnach die Gewichte P und R, in L und M angebracht, einander im Gleichgewicht erhalten, und es soll statt des von L weggenommenen Gewichts P ein andres K in B angebracht werden, welches das Gleichgewicht herstellt: so muß $K \lessdot P$ seyn, wenn $EB \gtrdot EL$ ist. Denn nähme man $K = P$ oder $K \gtrdot P$, so würde in beyden Fällen ein Ausschlag erfolgen. Nimt man aber $Eb \lessdot EL$, und hängt stat des von L weggenommenen Gewichts P ein andres S in *b* auf, um das Gleichgewicht herzustellen: so muß $S \gtrdot P$ seyn, weil weder $S = P$, noch $S \lessdot P$ seyn kan.

24 §.

10 Fig. Wenn am Hebel der andern Art *ACB* das in *B* hängende Gewicht *P* mit dem in *C* angebrachten Gewicht Q im Gleichgewicht ist: so bleibt das Gleichgewicht, wenn man auf der andern Seite der Unterlage $AD = AC$ nimt, und das von C weggenommene Gewicht Q in *D* am Hebel der ersten Art *BAD* aufhängt.

Bew. Weil Q in C angebracht mit dem in B hängenden Gewicht P das Gleichgewicht hält: so nehme man $AD = AC$, hänge in D ein Gewicht $= Q$, und in C ein eben so grosses Gewicht K auf: so ist das in D hängende Gewicht Q mit K im Gleichgewicht (13 §), und der Hebel ruhet. Nun ist auch das in C angebrachte Gewicht Q mit K im Gleichgewicht (14 §), also kan man diese beyden Gewichte

von

von C wegnehmen, und es muß das Gleichgewicht bleiben.

Wenn demnach umgekehrt ein paar in B und D hängende Gewichte am Hebel der ersten Art BAD im Gleichgewicht sind, und man nimt AC=AD: so wird das Gewicht Q in C gehörig angebracht, auch am Hebel der andern Art ACB mit P im Gleichgewicht seyn.

25 §.

Wenn ein Gewicht $Q=2P$ ist: so sind beyde an jedem Hebel im Gleichgewicht, wenn P nochmal so weit, als Q, vom Ruhepunkt entfernt ist.

Beweis. Es sey $\Pi=P$, AC=BC, und ein in C gehörig angebrachtes Gewicht $Q=2P$ trage den Hebel ACB: so sind P, Q und Π im Gleichgewicht (18 §). Das Gewicht Π hindert, daß der Punkt A nicht steigen kan, und eine bey A gehörig angebrachte Unterlage H thut eben dasselbe, wenn Π weggenommen wird. Also ist P mit $Q=2P$ am Hebel der andern Art ACB im Gleichgewicht, wenn $AB=2AC$ ist. 11 Fig.

Man nehme nun AD=AC, und hänge das Gewicht $Q=2P$, nachdem es von C weggenommen worden, in D auf: so ist auch P mit $Q=2P$ am Hebel der ersten Art BAD im Gleichgewicht, wenn $AB=2AD$ ist (24 §).

Die Unterlage *h* trägt die Summe $P+Q=3P$ der am Hebel BAD hängenden Gewichte. Wenn also bey A die Unterlage weggenommen wird, und 12 Fig. statt ihrer ein Gewicht $K=3P$ aufwärts ziehet: so sind die drey Gewichte P, Q und K im Gleichgewicht.

26 §.

12 Fig. Wenn ein Gewicht $K=3P$ ist: so sind beyde an jedem Hebel im Gleichgewicht, wenn P dreymahl so weit, als K, vom Ruhepunkt entfernt ist.

Beweis. Die drey Kräfte P, $Q=2P$, $K=3P$ waren im Gleichgewicht, wenn $BD=3AD$. Nun hindert Q, daß der Punkt D nicht steigen kan, und eben das thut eine bey D gehörig angebrachte Unterlage, wenn Q weggenommen ist. Also sind P und K am Hebel der andern Art BAD im Gleichgewicht, wenn $BD=3AD$ ist.

Nimt man also $DE=AD$, und hängt $K=3P$ in E auf: so sind auch K und P am Hebel der ersten 11 Art BDE im Gleichgewicht, wen $BD=3DE$ ist. (24 §.)

Die Unterlage bey D trägt nun die Summe der Gewichte $P+K=4P$. Wenn demnach die Unterlage weggenommen wird, und stat ihrer ein Gewicht $S=4P$ an D angebracht aufwärts zieht: so sind P, K und S im Gleichgewicht.

27 §.

Dafern eine Kraft $K=nP$, in der Entfernung DE vom Ruhepunkt D am Hebel angebracht, mit der Kraft P in der Entfernung nDE angebracht, das Gleichgewicht hält: so ist auch eine Kraft $S=(n+1)P$ in der Entfernung DE mit der Kraft P in der Entfernung $(n+1)DE$ im Gleichgewicht, was auch n für eine ganze Zahl bedeutet.

13 Fig. Beweis. Es sey $BD=nDE$, und $K=nP$: so trägt die Unterlage bey D die Summe der Gewich-

te

te $P+K=(n+1)P$. Wenn also ein Gewicht $S=(n+1)P$ an D angebracht aufwärts zieht: so sind P, K und S im Gleichgewicht. Nun hindert K den Punkt E, daß er nicht steigen kan, und eben das thut eine in E angebrachte Unterlage, wenn K weggenommen wird. Also bleibt P in der Entfernung $BE=(n+1)DE$ von der Unterlage E mit $S=(n+1)P$ in der Entfernung DE am Hebel der andern Art BDE im Gleichgewicht. Und wenn man $EF=ED$ nimt, das Gewicht S von D wegnimt, und in F am Hebel der ersten Art BEF hängt: so ist auch noch $S=(n+1)P$ in der Entfernung $EF=ED$ mit P in der Entfernung $EB=(n+1)DE$, im Gleichgewicht (24 §).

28 §.

Wenn ein Gewicht *P* ein aliquoter Theil eines andern *K* ist, und beyde sind am Hebel so angebracht, daß des grössern Gewichts Entfernung vom Ruhepunkt in der Entfernung des kleinern so viel mahl enthalten ist, als das kleinere Gewicht im grössern: so sind *P* und *K* im Gleichgewicht.

Beweis. Der Satz ist wahr, wenn $K=2P$ ist, also ist er auch wahr, wenn $K=3P$ (27 §), wie auch im 25 §. besonders erwiesen ist. Aber eben daher gilt der Satz noch, wenn $K=(3+1)P=4P$ (27 §), folglich auch für $K=(4+1)P=5P$ u. s. f. Also überhaupt für $K=nP$, was auch *n* für eine ganze Zahl bedeutet.

29 §.

Wenn *AD* und *AB* ein paar commensurable Entfernungen vom Ruhepunkt *A* sind, und man

man bringt an D und B ein paar Gewichte P und Q an, die sich umgekehrt, wie diese Entfernungen verhalten; so sind P und Q im Gleichgewicht.

Beweis. Es sey zuerst BAD ein Hebel der ersten Art. Wenn nun AC das gemeine Maaß von AB und AD, und $AB = nAC$, $AD = nAC$ ist; so hat man vermöge der Voraussetzung $AD : AB = P : Q$,

oder $n : m = P : Q$, also $Q = \frac{mP}{n}$, und $mP = nQ$.

An C bringe man ein Gewicht $K = mP$ an, das aufwärts zieht: so sind P und K am Hebel der andern Art BCA im Gleichgewicht (28 §.). An eben dem Punkt C ziehe ein Gewicht $V = mP$ unterwärts, so ist auch $V = nQ$, und V mit Q am Hebel der ersten Art CAD im Gleichgewicht (28 §). Folglich bleibt der Hebel BAD in Ruhe, oder alle vier Gewichte P, K, V, Q sind im Gleichgewicht. Aber auch V und K sind im Gleichgewicht (14 §), folglich können beyde weg seyn, ohne daß das Gleichgewicht aufhört. Deswegen sind auch P und Q im Gleichgewicht.

Der Satz ist also für den Hebel der ersten Art erwiesen, und daraus folgt nach dem 24 §, daß er auch für den Hebel der andern Art gelte.

30 §.

14 Fig. Wenn ein paar commensurable Gewichte P und Q am Hebel BAD im Gleichgewicht sind; so verhalten sich die Entfernungen derselben vom Ruhepunkt umgekehrt, wie die Gewichte.

Beweis. Hätte bey der angenommenen Voraussetzung die Proportion $P : Q = AD : AB$ nicht stat,

so

so sey P:Q=AD:AE, und in E hänge ein Gewicht =P, so ist P in E aufgehängt mit Q im Gleichgewicht (29 §). Es sollte aber auch P in B angebracht, mit Q im Gleichgewicht seyn, und beydes zugleich kan nicht seyn (22 §).

31 §.

Wenn ein paar incommensurable Gewichte *P* und Q am Hebel *BAD* im Gleichgewicht sind; so ist das Verhältniß ihrer Entfernungen vom Ruhepunkt irrational. 15 Fig.

Beweis. Wenn P in B und Q in D hängt, so kan das Verhältniß AD:AB nicht rational seyn.

Man könte sonst in D ein Gewicht $K=\frac{AB.P}{AD}$ aufhängen, und dies wäre mit P im Gleichgewicht (29 §). Folglich müste Q=R seyn (20 §), also $Q=\frac{AB.P}{AD}$, oder AD:AB=P:Q, welches nicht seyn kan (172 § G.).

32 §.

Der Satz des 30 §. ist auch wahr, wenn gleich die Gewichte *P* und Q incommensurabel sind. Erhalten sie einander im Gleichgewicht, so verhalten sich ihre Entfernungen vom Ruhepunkt umgekehrt, wie die Gewichte. 15 Fig.

Beweis. Wenn P in B hängt, und Q in D, so ist das Verhältniß AD:AB irrational (31 §). Man theile AB in so viel gleiche Theile, als man will, wovon jeder =AC ist, und ihre Anzahl sey =*m*, also AB=*m*.AC, diese gleichen Theile trage man auch

von A nach D, so wird D allemahl zwischen zweenen Theilungspunkten, wie E und F fallen, so daß AD $\triangleright$ AE und AD $\triangleleft$ AF ist. Wenn demnach AE $=$ n. AC ist, und AF $=(n+1)$AC; oder welches einerley ist, wenn AE $=\frac{n}{m}$AB, und AF $=\frac{n+1}{m}$AB ist: so hat man allemahl AD $\triangleright \frac{n}{m}$AB, und zugleich AD $\triangleleft \frac{n+1}{m}$AB. Ein Gewicht R $=\frac{AB.P}{AE}$ $=\frac{m}{n}$P, in E angebracht, ist mit P im Gleichgewicht, so wie auch ein Gewicht S $=\frac{AB.P}{AF}=$ $\frac{m}{n+1}$P ebenfalls mit P im Gleichgewicht ist. Da nun auch Q mit P im Gleichgewicht seyn soll, so muß Q $\triangleleft$ R aber Q $\triangleright$ S seyn (23 §), folglich Q $\triangleleft \frac{m}{n}$P und zugleich Q $\triangleright \frac{m}{n+1}$P, oder P $\triangleright \frac{n}{m}$Q, und zugleich P $\triangleleft \frac{n+1}{m}$Q seyn. Demnach fällt der Verhältnisse AD : AB, und P : Q Exponent allemahl zwischen den Gränzen $\frac{n}{m}$ und $\frac{n+1}{m}$, wie groß auch m genommen wird, und daraus folgt, es sey AD : AB $=$ P : Q (175 § G.).

33 §.

Es ist demnach auch der Saz des 29 §. algemein wahr: Wenn zwey Gewichte am Hebel sich umgekehrt, wie ihre Entfernungen vom Ruhepunkt verhalten, so sind sie im Gleichgewicht, auch wenn diese Entfernungen incommensurabel sind. Ist $Q = \frac{AB.P}{AD}$, und Q mit P nicht im Gleichgewicht; so hänge man in D ein Gewicht R auf, das dem Gewicht P die Wage hält, und es muß R in = Q seyn. Soll aber R mit P im Gleichgewicht seyn, so ist $R = \frac{AB.P}{AD}$ (32 §), also so R = Q, welches mit dem vorigen streitet. 16 Fig.

34 §.

Die Gewalt, welche zwey Gewichte P und Q anwenden, den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen, ist also nur alsdenn gleich, wenn P : Q = AD : AB, oder, wenn P . AB = Q . AD, d. i. wenn die Producte eines jeden Gewichts in seine Entfernung vom Ruhepunkt gleich groß sind. Je gröſſer oder kleiner demnach das Product einer Kraft P in ihre Entfernung AB vom Ruhepunkt ist, desto gröſſer oder kleiner ist die Gewalt, womit sie den Hebel zu drehen strebet. Man nennt daher dies Product das Moment der Kraft P. Die practischen Schriftsteller nennen es die Abwage des Gewichts P. Also sind zwo Kräfte am Hebel im Gleichgewicht, wenn ihre Momente gleich sind, vorausgesetzt, daß die Kräfte den Hebel nach entgegengesetzten Seiten ziehen. 16 Fig.

35 §.

17 Fig. Die Unterlage G am Hebel der ersten Art BD trägt demnach allemahl die Summe der Gewichte P+Q, wenn P.BG=Q.DG ist, und eine Kraft =P+Q, die an G angebracht, vertical aufwärts zieht, hält mit P und Q das Gleichgewicht, wenn die Unterlage weggenommen wird. Wenn man die Gewichte P und Q von ihren Stellen wegnimt, und ihre Summe an G hängt: so bleibt das Gleichgewicht (14 §), und der Hebel kan sich eben so wenig, als vorhin, drehen. Der Punkt G wird mit gleicher Gewalt niederwärts gedruckt, die Gewichte P und Q mögen an ihren Stellen bleiben, oder man mag an G unmittelbar ein Gewicht anbringen, das ihrer Summe P+Q gleich ist. Deswegen heist eben dieser Punkt auch der Gewichte P und Q gemeinschaftlicher Schwerpunkt (centrum gravitatis), und eine Vertical-Linie durch G heist die mittlere Richtung der Gewichte P und Q.

36 §.

17 18 Fig. An der graden Linie *BD*, die selbst keine Schwere hat, hängen ein paar Gewichte *P* und *Q* in *B* und *D*; ihre Entfernungen von dem bekannten Punkt *A*, nemlich *AB*, und *AD* sind gegeben: man soll die Entfernung *AG* ihres Schwerpunkts *G* von *A* suchen.

17 Fig. Aufl. Wenn G der Schwerpunkt ist: so muß P.BG=Q.DG seyn (34 §). Weil nun BG=AG—AB, und DG=AD—AG ist, so wird P(AG—AB) =Q(AD—AG), oder P.AG—P.AB=Q.AD—Q.AG. Hieraus folgt P.AG+Q.AG=P.AB+Q.AD, und $AG=\frac{P.AB+Q.AD}{P+Q}$.

Die

Die 17 Fig. ist so gezeichnet, daß die Punkte B und D, an welchen die Gewichte P und Q hängen, beyde auf einer Seite des Punkts A liegen. Fiele A zwischen B und D, wie in der 18 Fig.: so bliebe zwar $P.BG = Q.DG$, aber man hätte überdem $BG = AG + AB$, und wie vorhin $DG = AD - AG$. Also erhält man in diesem Fall $P(AG + AB) = Q(AD - AG)$, oder $P.AG + P.AB = Q.AD - Q.AG$, und hieraus folgt $P.AG + Q.AG = Q.AD - P.AB$, also $AG = \frac{Q.AD - P.AB}{P+Q}$. 18 Fig.

Wäre sowol in der 17, als auch in der 18 Fig. der Punkt A gehörig unterstützt, so, daß sich die grade Linie BD um diesen Punkt drehen könnte: so wäre Q.AD der Kraft Q, und P.AB der Kraft P Moment in Ansehung des Punkts A (34 §). Dies giebt für den ersten Fall in der 17 F. die Regel:

Man dividire die Summe der Momente in Ansehung des Punkts *A*, durch die Summe der Kräfte: so hat man den Abstand des Schwerpunkts von *A*.

Im zweyten Fall aber, den die 18 Fig. vorstellt, muß man stat der Summe der Momente, ihre Differenz nehmen.

37 §.

Wenn in der 17 Fig. am Schwerpunkt G ein Gewicht $= P+Q$ hängt: so ist in Ansehung des Punkts A dieses Gewichtes Moment $= (P+Q)AG$. Aber $(P+Q)AG = Q.AD + P.AB$ (36 §). Also ist des im Schwerpunkt G aufgehangenen Gewichtes $P+Q$ Moment so groß, als beide einzelne Momente zusammen, wie denn auch P und Q den Hebel nach einer

ner Seite zu drehen streben. Ein Moment vermehrt also das andre.

Dafern auch in der 18 Fig. ein Gewicht = P + Q im Schwerpunkt G aufgehangen wird: so ist dieses Gewichts Moment ebenfalls = (P + Q) AG. Aber nun ist (P + Q) AG = Q . AD − P . AB, und des Gewichts P + Q Moment ist der Ueberschuß des grössern Moments über das kleinere. Die Kräfte P und Q streben jetzt den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen, daher vermindert das kleinere Moment das grössere um ein Stück, das jenem gleich ist. Die Momente sind also in diesem Fall entgegengesetzte Grössen (1 §. A. R.). Nimt man demnach das Wort Summe in dem Verstande, wie es im 2 §. der A. R. ist erkläret worden: so ist die Regel, so wie sie für den Fall der 17 Fig im vor. §. ausgedrückt ist, allgemein, nur daß in dem Fall der 18 Fig., wenn das eine Moment Q . AD positiv genommen ist, das andre entgegengesetzte P . AB negativ wird. Es muß nun ein Factor des Products P . AB negativ seyn (21 §. A. R.), und das ist hier AB, weil AB und AD in Ansehung des Punkts A eine entgegengesetzte Lage haben.

Je grösser das Moment P . AB ist, desto kleiner wird in der 18 Fig. $AG = \frac{Q . AD - P . AB}{P + Q}$. Wenn P . AB = Q . AD ist, so wird AG = o, oder G fällt in A, das heist, A ist selbst der Schwerpunkt. Wenn P . AB > Q . AD ist, so wird AG negativ. In der Zeichnung ist nemlich vorausgesetzt, daß G mit Q auf einer Seite des Punkts A falle. Dies geschicht also nur, so lange Q . AD > P . AB ist, und, wenn

P . AB

P. AB > Q. AD wird: so fällt G auf der Seite des Punkts A, auf welcher P angebracht ist; allemahl also auf der Seite, wo das gröste Moment ist.

38 §.

Wenn am Hebel BD zwey Gewichte P und Q un- 17
terwärts ziehen: so findet man nach der Regel des Fig.
36 §. zugleich den Ort der Unterlage, wo nemlich der Hebel unterstützt werden muß, daß er nicht sinke. Er ist in diesem Fall, da der Hebel zur ersten Art gehört, mit dem Schwerpunkt G einerley.

Dafern aber ein Gewicht Q aufwärts ziehet, wie 19
in der 19 Fig.: so fällt der eigentliche Begriff des Fig.
Schwerpunkts (35 §) weg. Nun giebt es gar keinen Punkt in BD, der so stark niederwärts gedruckt wird, als ob an ihm unmittelbar die Summe der Gewichte Q + P hienge. Weil inzwischen nun die Kraft Q nach einer Richtung würkt, die der Richtung der Kraft P entgegengesetzt ist: so wird Q negativ, wenn P positiv genommen ist, und wenn das Wort Summe in dem Verstande des 2 §. d. A. R. genommen wird: so ist die Summe der Gewichte jetzt eigentlich ihre arithmetische Differenz. Nun giebt es aber auch wirklich einen Punkt in BD, der so stark gedruckt wird, als wenn die Summe der entgegengesetzten Gewichte, in dem eben angezeigten Verstande an demselben unmittelbar angebracht wäre. Wenn dies der Punkt H ist: so ist H der Ort der Unterlage, und der Hebel gehört zur zweyten Art (17 §).

39 §.

An den Punkten *B* und *D* der graden Linie 19
BD, die selbst keine Schwere hat, sind zwey Fig.

Gewichte P und Q nach entgegengesetzten Richtungen angebracht; man sucht den Punkt H, wo die Unterlage angebracht werden muß, um das Gleichgewicht zu erhalten.

Aufl. Es kommt darauf an, die Entfernung des Punkts H von einem bekannten Punkt A zu finden. Nun ist überhaupt $AH = \frac{AB.P + AD.Q}{P+Q}$, wenn beyde Gewichte positiv sind (36 §). Aber hier wird Q negativ, wenn P positiv ist, also erhält man $AH = \frac{AB.P - AD.Q}{P-Q}$.

Will man die Begriffe der positiven und negativen Grössen nicht brauchen: so läst sich eben der Ausdruck aus der Betrachtung der Figur so herleiten.

Es muß $HD.Q = HB.P$ seyn (34 §). Weil nun $HD = AD - AH$, und $HB = AB - AH$ ist: so wird $(AD - AH)Q = (AB - AH)P$, oder $AD.Q - AH.Q = AB.P - AH.P$, und hieraus folgt $AH.P - AH.Q = AB.P - AD.Q$, also $AH = \frac{AB.P - AD.Q}{P-Q}$.

Weil $AD = AB + BD$ ist: so wird auch $AH = \frac{AB.P - AB.Q - BD.Q}{P-Q} = AB - \frac{BD.Q}{P-Q}$.

So lange also $P > Q$ ist, wird allemahl $AH < AB$, und AH nimt ab, wenn P abnimt, dafern BD und Q ungeändert bleiben. So lange $\frac{BD.Q}{P-Q} < AB$ bleibt, ist AH positiv, und H fällt mit B und D auf

auf einer Seite des Punkts A. Wenn $\frac{BD.Q}{P-Q}$ $=AB$ ist, wird $AH=0$, und A selbst ist der gesuchte Ort der Unterlage. Wird $\frac{BD.Q}{P-Q} > AB$; so fällt H auf der andern Seite von A, und entfernt sich auf dieser Seite immer mehr von A, je kleiner P wird.

Dafern $P < Q$ wird: so erhält man $AH=AB+\frac{BD.Q}{Q-P}$, und AH ist positiv. Es wird nemlich

$$AH=\frac{AB.Q+BD.Q-AB.P}{Q-P}=\frac{AD.Q-AB.P}{Q-P}$$

und wenn man den Zehler durch den Nenner nach dem 26 §. A. R. dividirt: so wird $AH=AD+\frac{(AD-AB)P}{Q-P}=AD+\frac{BD.P}{Q-P}$ allemahl grösser, als AD, daß also H über D hinausfällt.

Wenn auch P negativ genommen wird: so giebt der erste Ausdruck für $P > Q$ den Werth $AH=AB+\frac{BD.Q}{P+Q}$, und der andre Ausdruck für $P < Q$, den Werth $AH=AD-\frac{BD.Q}{P+Q}$. Also fällt H zwischen B und D, wie erfordert wird, weil der Hebel zur ersten Art gehört, an welchem beyde Gewichte aufwärts ziehen.

Wenn $P=Q$ ist, so wird allemahl $AH=\frac{AB.P-AD.Q}{P-Q}$ unendlich groß; das heist, es

giebt

giebt nun gar keinen Punkt, den man unterstützen kan, um das Gleichgewicht herzustellen. Eine kleine Ueberlegung ergiebt auch leicht, daß dies unmöglich sey. Denn zwischen B und D kan H nicht genommen werden, weil beyde Kräfte alsdenn einander gar nicht hinderlich fallen, sondern den Hebel auf einerley Art drehen. Ausserhalb B und D geht es auch nicht an, weil alsdenn allemahl HB und HD ungleich groß, also die Momente der Kräfte P und Q ungleich groß werden.

40 §.

18 19 Fig. An der graden Linie *BD* hängt in dem Punkt *G* ein Gewicht $=S$, und die Linie ist in *B* und *D* unterstützt: man frägt, wie stark die Kräfte seyn müssen, die *B* und *D* halten, damit sie nicht sinken.

Aufl. Wenn in B und D ein paar Gewichte P und Q aufwärts ziehen; so sind diese mit S im Gleichgewicht, dafern $P+Q=S$, und $BG.P=DG.Q$ ist (35 §). Dies giebt $BG.P=DG(S-P)$, also $(BG+DG)P=DG.S$, oder $BD.P=DG.S$, folglich $P=\frac{DG.S}{BD}$. Dies setze man stat P, so ist $Q=S-\frac{DG.S}{BD}=\frac{S(BD-DG)}{BD}$, oder $Q=\frac{BG.S}{BD}$.

Dafern S nicht zwischen, sondern ausserhalb den Punkten B und D in H (19 Fig.) angebracht ist, so müssen P und Q nach entgegengesetzten Richtungen ziehen, und man hat $P-Q=S$ (38 §), und $BH.P=DH.Q$. Dies giebt $BH.P=DH(P-S)$, und $(DH-BH)P=DH.S$, folglich $P=\frac{DH.S}{BD}$,

und

und wenn man dies stat P sezt, so wird $Q = \frac{DH.S}{BD}$ $-S = \frac{(DH-BD)S}{BD}$, oder $Q = \frac{BH.S}{BD}$.

41 §.

Wenn an einer graden Linie BF so viel Gewichte P, Q, R, S, V, u. s. f., als man will, hängen: so ist der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller Gewichte derjenige Punkt G dieser Linie, der so stark vertical unterwärts druckt, als wenn an ihm unmittelbar die Summe aller Gewichte hienge, und der mit einer Kraft, die dieser Summe gleich ist, gehalten werden muß, um das Gleichgewicht zu erhalten. Eine Vertical-Linie durch G heist die mittlere Richtung aller Gewichte. 20 Fig.

42 §.

Wenn die Entfernungen *AB, AC, AD, AE, AF*, u. s. f. der mit den Gewichten *P, Q, R, S, V*, u. s. f. beschwerten Punkte *B, C, D, E, F*, u. s. f. von *A* gegeben sind, nebst der Grösse eines jeden dieser Gewichte, die Entfernung des Schwerpunkts *G* von *A*, zu finden. 20 Fig.

Aufl. Wenn die beyden Gewichte P und Q in B und C allein, ohne die übrigen, angebracht wären: so würde es einen Punkt H geben, der mit einer Kraft $= P+Q$ unterwärts druckte, und diesen bestimte der Ausdruck $AH = \frac{AB.P+AC.Q}{P+Q}$. Es ist nemlich H der beyden Gewichte P und Q Schwerpunkt. Wenn nun das dritte in D hängende Gewicht

wicht R hinzu komt, so ist es eben so viel, als wenn an der Linie BF nur zwey Gewichte, nemlich (P+Q) in H, und R in D hiengen. Dieser beider Schwerpunkt I giebt der Ausdruck $AI = \frac{AH(P+Q)+AD.R}{P+Q+R}$. Es war aber $AH(P+Q) = AB.P+AC.Q$, also wird $AI = \frac{AB.P+AC.Q+AD.R}{P+Q+R}$. Komt demnach das vierte in E hängende Gewicht S hinzu: so ist es so viel, als ob an der Linie BF wiederum nur zwey Gewichte, nemlich (P+Q+R) in I, und S in E hiengen. Beyder Schwerpunkt K giebt der Ausdruck $AK = \frac{AI(P+Q+R)-AE.S}{P+Q+R+S}$, oder auch $AK = \frac{AB.P+AC.Q+AD.R-AE.S}{P+Q+R+S}$, weil $AI(P+Q+R) = AB.P+AC.Q+AD.R$ war.

Aus Vergleichung dieser Ausdrücke erhellet, daß die Regel, welche im 36 und 37 §. für zwey Gewichte erwiesen ist, auch für drey und für vier Gewichte bleibe. Man muß nemlich die Summe aller Momente in Ansehung des Punkts *A* durch die Summe der Kräfte dividiren, um die Entfernung des Schwerpunkts von *A* zu finden.

Dafern aber diese Regel für eine gewisse Anzahl von Gewichten gilt: so gilt sie auch für eine Anzahl, die um eins grösser ist. Wenn nemlich $AK = \frac{AB.P\text{----}\mp AE.S}{P\text{---}+S}$ ist, und es komt noch ein in F hängendes Gewicht V hinzu; so ist es so viel, als hien-

hiengen nur zwey Gewichte an BF, nemlich (P----+S) an K, und V an F. Dann aber haben diese beyde einen Schwerpunkt G, den der Ausdruck $AG = \frac{(P---+S)AK \mp AF.V}{P----+S+V}$ giebt. Da nun vermöge der Voraussetzung $(P-----+S)AK = AB.P---\mp AB.P----\mp AE.S\mp AF.V$ AE.S ist: so wird $AG = \frac{AB.P---\mp AE.S\mp AF.V}{P---+S+V}$.

Hieraus folgt nun, daß die oberwähnte Regel ganz allgemein sey, denn sie gilt für 2, 3, 4 Gewichte, also für (4+1) oder 5 Gewichte, folglich auch für (5+1) oder 6 Gewichte, u. s. f. für so viele man will.

Für AE und AF muß das Zeichen (—) stehen, wenn die 20 Fig. zum Grunde liegt. Bey dem allgemeinen Beweise ist das zweydeutige Zeichen ($\mp$) gebraucht, weil in andern Fällen diese Linien auch positiv seyn könnten, welches sich in jedem besondern Fall leicht ergiebt, und in dem Beweise selbst nichts ändert.

Stat der Gewichte P, Q, R, S, u. s. f. kan man hier auch andre Kräfte verstehen, deren Richtungen einander parallel und auf dem Hebel senkrecht sind. Wenn eine Kraft W so groß ist, als die Summe aller vorigen, und ihre Richtung durch G mit den Richtungen der vorigen parallel gehet; so ist sie ihnen allen aequipollent. Denn sie würde auf entgegengesetzte Art angebracht, mit ihnen im Gleichgewicht seyn. Die Kraft W heist alsdenn die **mittlere Kraft**, und ihre Richtung die **mittlere Richtung der einzelnen Kräfte.**

43 §.

21 Fig. Wenn am Hebel BD in B und D die Gewichte P und Q hängen, und der Hebel drehet sich um A; so muß ein Gewicht Q sinken, und das andre P steigen. Es sey der Hebel aus der Lage BD in die Lage CE gekommen, und BD werde von der Vertical-Linie CP in F, von EQ aber in G geschnitten: so ist P um das Stück CF gestiegen, indem Q um das Stück GE gesunken ist. Weil nun das Dreyeck ACF ∽ AGE ist (310 §. G.): so hat man AC:AE=CF:GE, also auch AB:AD=CF:GE. Es sind aber P und Q im Gleichgewicht, wenn AB:AD=Q:P, folglich auch, wenn CF:GE=Q:P ist. Hieraus folgt der Satz:

Zwey Gewichte am Hebel sind im Gleichgewicht, wenn sie sich verkehrt, wie die Höhe und Tiefe verhalten, um welche das eine steigen, und das andere zugleich sinken müste, wenn sich der Hebel um seine Unterlage drehete.

Wenn B und D selbst schwere Punkte wären, so würden diese in den Kreisbogen BC und DE fortgehen, wenn sich der Hebel drehete, und eben diese Bogen verhalten sich gleichfalls wie AB:AD (227 §. G.). Also sind die unmittelbar in diesen Punkten befindlichen Gewichte im Gleichgewicht, wenn sie sich verkehrt wie diese Wege verhalten.

44 §.

Dieser Satz wird vom Cartes, Varignon, u. a. m. als ein ganz allgemeiner Grundsatz der ganzen Statik gebraucht. Daß er beym Hebel richtig sey, erhellet aus der bisherigen Ausführung; aber auch die-

se

se beweiset noch nicht, daß derselbe Satz allemahl richtig sey, unter welchen Umständen auch sonst die Gewichte gegen einander würken. Daß der Satz nicht offenbar genug sey, um ihn als einen Grundsatz gelten zu lassen, erinnert Hr. Hofrath Käſtner im 54 §. des II. Theils seiner Math. Anf., nachdem er die Lehre vom Hebel daselbst so vorgetragen hat, wie er sie im Jahr 1753 in dem zu Leipzig bekant gemachten Programma: Vectis, & compositionis virium theoria evidentius expoſita, auseinander gesetzt hatte. Der Archimedische, und der diesem ähnliche Wolfische Beweis sind nicht von allem Zweifel frey, wie Barrow schon erinnert hat, der vom Hofr. Käſtner im Eingange zu dem erwehnten Programma angeführt wird. Die bisherige Ausführung ist mit der Käſtnerischen einerley. Es ist dieser Weg ohne Zweifel unter allen der richtigste, und der Grundsatz (18 §) hat alle Eigenschaften der Evidenz an sich, welche man zu einem Grundsatz erfordert. In der Vorrede zum II. Theile der Math. Anf. führt Hofr. Käſtner noch an, daß er in des *de la Hire* Mechanik ähnliche Betrachtungen gefunden haben. Maclaurius Ausführung dieser Lehre (Account of Sir Isaac Newtons Philoſophicae discoveries im III Cap. des II Buchs) beruhet ebenfalls auf denselbigen Gründen.

Der III. Abschnitt.

Vom Winkelhebel, und dem Gleichgewicht mehrerer, an einem Punkt angebrachten Kräfte.

45 §.

22 Fig. Wenn die beyden Schenkel AC und BC eines gradlinichten Winkels in C so an einander befestiget sind, daß sich der Winkel weder mehr schliessen, noch weiter öfnen kan; wenn überdem an jedem Schenkel eine Kraft so angebracht ist, daß beyde den Winkel um seine Spitze C, die in solcher Absicht eine Unterlage haben muß, nach entgegengesetzten Seiten zu drehen streben: so heist ACB ein **Winkelhebel**, oder gebrochener Hebel, und die Theile der Schenkel zwischen der Spitze C, und den Punkten A und B, wo die Kräfte P und Q angebracht sind, die Arme des Hebels. Der Hebel selbst wird als ein solcher betrachtet, der gar keine Schwere hat.

Wenn man mit dem Halbmesser CA in der Ebene ACB einen Kreis beschreibt, und man sich die ganze Ebene des Winkels ACB ebenfalls ohne Schwere vorstellt: so wird nicht mehr, oder weniger Gewalt erfordert, die ganze Ebene, oder auch nur diese Scheibe um C zu drehen, als nöthig ist, den Winkelhebel zu drehen.

46 §.

An den Armen des Winkelhebels *ACB* sind 22
in *A* und *B* die Kräfte *P* und *Q* angebracht, Fig.
so, daß die Richtungen dieser Kräfte auf den Armen des Hebels senkrecht sind: man soll das Verhältniß der Kräfte finden, wenn beyde im Gleichgewicht sind.

Aufl. Mit dem Halbmesser CA sey der Kreis AEF, und mit dem Halbmesser CB der Kreis BGD in der Ebene des Winkels ACB beschrieben. Durch C sey die grade Linie DE horizontal gezogen, welche die Kreise um C in D und E trift. An D hänge ein Gewicht K=Q, und an E ein Gewicht Π=P vertical herunter. Weil nun die Richtungen AP und EΠ, imgleichen DK und BQ die Scheiben um C berühren: so ist P mit Π, und Q mit K im Gleichgewicht (15 §), und die Scheibe ruhet. Wenn nun auch P mit Q im Gleichgewicht ist: so hebt eine dieser Kräfte die Würkung der andern völlig auf, und man kan beyde wegnehmen, ohne daß das Gleichgewicht aufgehoben wird. Demnach müssen auch Π und K im Gleichgewicht seyn. Aber nun ist DCE ein gradlinichter Hebel, und das Gleichgewicht findet nur stat, wenn Π:K=CD:CE ist (34 §). Also muß auch P:Q=CB:CA seyn, wenn P und Q am Winkelhebel im Gleichgewicht seyn sollen, d. i. die Kräfte müssen sich verkehrt, wie die Arme des Hebels verhalten.

47 §.

Wenn die Richtungen der Kräfte *P* und *Q* 23
die Arme des Winkelhebels *DCE* unter schie- Fig.
fen Winkeln schneiden: das Verhältniß der

Kräfte für den Fall des Gleichgewichts zu finden.

Aufl. Man ziehe CA und CB auf die Richtungen der Kräfte P und Q senkrecht. Wenn nun an A eine Kraft $\Pi = P$, und an B eine Kraft $K = Q$, und zwar beyde nach solchen Richtungen angebracht werden, die den Richtungen der ihnen gleichen Kräfte P und Q grade entgegen gesetzt sind: so ist P mit Π, und Q mit K im Gleichgewicht (14 §), und der Hebel ruhet. Wenn nun auch P mit Q im Gleichgewicht ist: so hebt die Würkung der einen Kraft die Würkung der andern völlig auf, und man kan beyde wegnehmen, ohne daß das Gleichgewicht gehoben wird. Demnach müssen auch Π und K im Gleichgewicht seyn. Aber dies findet nur stat, wenn $\Pi : K = CB : CA$ ist (46 §). Also hat man $P : Q = CB : CA$, im Fall P und Q im Gleichtgewicht seyn sollen, oder die Kräfte müssen sich umgekehrt verhalten, wie die Entfernungen ihrer Richtungslinien vom Ruhepunkt.

Dieser letzte Satz gilt auch in dem Fall des vor. §, wenn die Richtungen der Kräfte auf den Armen des Hebels senkrecht sind, denn in diesem Fall sind die Arme des Hebels selbst die Entfernungen der Richtungslinien vom Ruhepunkt.

48 §.

Aus der Proportion $P : Q = CB : CA$ folgt, es müsse für den Fall des Gleichgewichts $P . CA = Q . CB$ seyn. Diese Producte einer jeden Kraft in die Entfernung ihrer Richtungslinie vom Ruhepunkt, hiessen beym gradlinichten Hebel die Momente der Kräfte (34 §), und eben der Name kan auch hier gebraucht werden. Also sind die Kräfte P und

Q am Winkelhebel ebenfalls nur alsdenn im Gleichgewicht, wenn ihre Momente gleich sind.

49 §.

Der Punkt C drückt gegen die Unterlage, wenn P und Q im Gleichgewicht sind, und die Unterlage muß stark genug seyn, diesen Druck auszuhalten. Wenn die Unterlage wiche: so würde der Punkt C nach der Richtung fortgehen, nach welcher dieser Druck würket. Diese Richtung, nach welcher die Unterlage in C gedrückt wird, heißt die mittlere Richtung der Kräfte P und Q. Am gradlinichten Hebel ist diese Richtung mit den Richtungen der Kräfte parallel (35 §).

50 §.

Wenn die Kräfte *P* und *Q* am Winkelhebel nebst ihren Richtungen gegeben sind; die mittlere Richtung dieser Kräfte zu finden. 24 Fig.

Aufl. Man verlängere die Richtungen der Kräfte, bis sie sich in F schneiden. Weil nun der Punkt F in der Richtung der Kraft P liegt, so leidet F den ganzen Druck P nach der Richtung FD. Weil überdem F in der Richtung der Kraft Q liegt: so leidet auch F den ganzen Druck Q nach der Richtung FE. Es sollen aber P und Q im Gleichgewicht seyn; also kan F weder nach der einen, noch nach der andern Seite um C herumgehen. Dieserwegen müssen beyde Kräfte zusammen den Punkt F gegen C drücken, oder ihre mittlere Richtung ist FC. Wäre FG die Richtung, nach welcher beyde Kräfte zusammen den Punkt F druckten, und gienge FG nicht durch C; so wäre nichts da, was diesen Druck aufhielte, und die

Ebene DCE müste sich um C drehen, welches der Voraussetzung entgegen ist.

Eine an C nach der Richtung CF angebrachte Kraft würde demnach mit den Kräften P und Q im Gleichgewicht seyn, wenn sie dem Druck, womit beyde Kräfte P und Q zusammen auf C pressen, gleich wäre. Eben diese Kraft könnte auch an F nach der Richtung Fc, die der Richtung FC entgegen gesetzt ist, angebracht werden.

51 §.

Wenn zwo Kräfte *P* und *Q* gegeben sind, die auf einen Punkt *F* nach verschiedenen Richtungen würken, nebst dem Winkel, den ihre Richtungen einschliessen; die Richtung und Grösse einer dritten Kraft zu finden, die mit den vorigen beyden das Gleichgewicht hält.

25 Fig. Aufl. Auf der Richtung der einen Kraft P nehme man FD von willkührlicher Grösse, und auf der Richtung der andern Kraft Q ein Stück FE, welches sich gegen FD so verhält, wie die Kraft Q zur Kraft P. Aus dem gegebenen Winkel DFE und den Seiten FD und FE, verzeichne man das Parallelogramm CDFE, so wird DCE ein Winkelhebel, auf dessen Armen die Kräfte P und Q nach Richtungen würken, die mit den Armen gleiche Winkel machen. Denn es ist der Winkel CDF = CEF (97 §. G.) Der Punkt C sey unterstützt: so werden P und Q im Gleichgewicht seyn. Denn es ist P:Q = FD:FE, wie vorausgesetzt worden, also auch P:Q = CE:CD (98 §. G.), woraus das Gleichgewicht folgt (48 §). Nun ist die Diagonale FC des Parallelogramms die mittlere Richtung der Kräfte P und Q (50 §), und

wenn man CF nach G verlängert: so ist FG die Richtung der dritten Kraft, welche mit P und Q das Gleichgewicht hält (50 §). Es sey V diese Kraft, und man nehme in FG den Punkt G so, daß sich FG zu FE so verhält, wie V zu Q. Unter dem Winkel GFE und mit den Seiten FG, FE, verzeichne man das Parallelogramm FGHE, so ist dessen Diagonale FH die mittlere Richtung der Kräfte V und Q, und eine Kraft, die mit V und Q das Gleichgewicht halten soll, muß nach der verlängerten Richtung HF würken, vermöge des erwiesenen. Aber es wird vorausgesetzt, daß P mit V und Q im Gleichgewicht sey. Also muß der Kraft P Richtung FD mit der verlängerten Richtung HF einerley seyn, oder FD muß mit FH in grader Linie liegen. Nun ist GH = FE = CD (98 §. G.). Ueberdem sind GH und CD parallel, weil beyde mit FE parallel sind (86 §. G.), also der Winkel FGH = FCD (84 §. G.), und der Winkel GFH = CFD (27 §. G.). Folglich ist FG = FC (90 §. G.).

Nun war Q : V = FE : FG, also ist auch Q : V = FE : FC, und weil überdem P : Q = FD : FE ist: so wird P : V = FD : FC (171 §. G.).

Wenn demnach FD und FE die Richtungen zwoer an dem Punkt F angebrachten Kräfte sind, und diese Kräfte sich gegen einander, wie FD : FE verhalten: so ist beyder Wirkung zusammen auf den Punkt F völlig einerley mit der Würkung einer Kraft S, die den Punkt F nach der Diagonale FC des Parallelogramms CDFE treibt, wenn diese Kraft sich zu jeder der vorigen P oder Q verhält, wie die Diagonale FC zu derjenigen Seitenlinie FD, oder FE, welche der Kraft P, oder Q, Richtung vorstellt. Denn 25 Fig.

P und Q sind mit V im Gleichgewicht, und mit eben dieser Kraft V ist auch S im Gleichgewicht (14 §).

52 §.

Diese Kraft S, welche nach der Diagonale des Parallelogramms würket, und welche eben das ausrichtet, was beyde Kräfte P und Q ausrichten, heist die mittlere Kraft, P und Q aber, die Seitenkräfte, auch die äussern Kräfte. Es ist überdem hier gewöhnlich, die Redensart zu gebrauchen: die mittlere Kraft S sey aus den beyden Seitenkräften P und Q zusammengesetzt. Man muß aber diese Redensart nicht so erklären, als würde dadurch angezeigt, daß die mittlere Kraft S die Summe der Seiten-Kräfte P+Q sey. Wenn P und Q unmittelbar an F angebracht sind: so ist F nur in dem einzigen Fall $=P+Q$, wenn der Winkel $DFE=0$ ist, und die Richtungen FD, FE zusammen fallen. Sind aber P und Q in D und E an den Armen des Winkelhebels angebracht: so ist die mittlere Kraft $=P+Q$, wenn $DCE=2R$, und der Hebel gradlinicht ist. In allen andern Fällen weiß man, daß $FC<FD+CD$ (34 §. G.), also $FC<FD+FE$ sey. Es ist aber $P=\frac{FD.V}{FC}$, $Q=\frac{FE.V}{FC}$, also $P+Q=\frac{(FD+FE)V}{FC}$, und $V=\frac{FC(P+Q)}{FD+FE}$, also $V<P+Q$.

Der Punkt C an der Spitze des Winkelhebels DCE (24 §) wird mit gleicher Gewalt gedruckt, die Kräfte P und Q mögen an D und E, oder unmittelbar beyde in F angebracht seyn (50 §). Wenn nun

nun S die aus beyden zusammen gesetzte mittlere Kraft ist; so würde C eben den Druck leiden, wenn diese unmittelbar an C nach der verlängerten Richtung FC angebracht wäre. Stat dieser könte man wieder in C die Kräfte P und Q anbringen, nach Richtungen, die mit DP und EQ parallel sind, und C würde noch eben so gedruckt werden. Wenn also an den Armen eines Winkelhebels *DCE* ein paar Kräfte *P* und Q im Gleichgewicht sind; so drücken sie die Unterlage in *C* eben so, als wenn beyde in *C* unmittelbar, jede nach ihrer Richtung, angebracht wäre.

53 §.

Die Kräfte, welche auf den Punkt F würken, sind bisher durch Gewichte vorstellig gemacht, welche an dem Punkt F ziehen. Es wird aber in der Folge zur Verkürzung des Vortrages dienen, wenn die Kräfte durch grade Linien vorstellig gemacht werden, deren Lage mit der Richtung der Kräfte überein kommt, und deren Verhältniß gegen einander mit dem Verhältniß der Kräfte gegen einander einerley ist. Ja selbst die Grösse einer solchen Linie kan zugleich die Grösse des nach der Richtung FD ziehenden Gewichts P vorstellig machen, wenn man der Linie FD so viele Theile des Längenmasses giebt, daß die Zahl, welche FD aus der angenommenen Einheit ausdrückt, einerley wird, mit der Zahl, welche das Gewicht P aus der für die Gewichte angenommenen Einheit ausdrückt. Wenn z. E. das Maaß der Linien 1 Fuß, das Maaß der Gewichte 1 Pfund ist: so mache man FD = 3 Fuß, wenn nach FD ein Gewicht von 3 Pfund ziehen soll. Soll nach FE ein Gewicht

wicht Q von 4 Pfund ziehen: so mache man FE = 4 Fuß. Nun wird FD : FE = P : Q seyn. Ist überdem z. E. der Winkel DFE = 90°: so wird die Diagonale $FC = r(FD^2 + CD^2) = r(9+16) = r25 = 5$ Fuß, folglich die mittlere Kraft S = 5 Pfund. Wenn demnach in der Folge die Redensart gebraucht wird: die Kraft *FC* ist den Kräften *FD* und *FE* äquipollent: so heist das so viel: die Kraft, deren Richtung und Grösse FC vorstellt, ist den Kräften äquipollent, deren Richtungen und Grössen die Linien FD und FE vorstellen. Die Linien FD, FE, FC nemlich, können hier in eben dem Verstande als Maasse der nach diesen Richtungen ziehenden Kräfte angesehen werden, in welchem die Kreisbogen als Maasse der Winkel gebraucht werden.

54 §.

25 Fig. Eine an dem Punkt F angebrachte Kraft FC läst sich auf unzählig viele verschiedene Arten in zwo Seitenkräfte zerlegen, die der Kraft FC, als einer mittlern betrachtet, äquipollent sind. Man ziehe durch F ein paar grade Linien FD und FE in willkührlicher Lage zu beyden Seiten. Hierauf ziehe man durch C sowohl mit FD, als auch mit FE die Parallelen CE und CD: so giebt sich ein Parallelogramm CDFE, und die Kräfte FD und FE sind der Kraft FC äquipollent.

55 §.

Die Seitenkräfte *FD* und *FE* sind gegeben, nebst dem Winkel *DFE*, den ihre Richtungen einschliessen, man soll die mittlere Kraft *FC* nebst ihrer Richtung finden.

Aufl. Es ist $FC = r(FD^2 - 2FD \cdot FE \cos FDC + FE^2)$ (453 §. G.). Weil nun $DFE = 2R - FDC$, so sind die Cosinus der Winkel FDC und DFE gleich groß (404 §. G.), und man kan $\cos FDC = \cos DFE$ setzen, wobey ihre sonst entgegen gesetzte Lage nicht in Betracht kömt. Dies giebt $FC = r(FD^2 - 2FD \cdot FE \cos DFE + FE^2)$. Ueberdem wird $\text{tang} DFC = \frac{CD \sin DFE}{DF - CD \cos DFE}$ (453 §. G.) $= \frac{FE \sin DFE}{FD - \cos DFE}$.

In der Figur ist angenommen, daß DFE stumpf sey; wenn DFE spitz ist: so bekomt $\cos DFE$ das entgegen gesetzte Zeichen, und man hat $FC = r(FD^2 + 2FD \cdot FE \cdot \cos DFE + FE^2)$, so wie $\text{tang} DFC = \frac{FE \sin DFE}{FD - \cos DFE}$.

In dem Fall, wenn $DFE = 90°$ ist, wird $\cos DFE = 0$, und $\sin DFE = 1$, also $FC = r(FD^2 + FE^2)$ und $\text{tang} DFC = \frac{FE}{FD}$.

56 §.

Wenn die mittlere Kraft nebst der Lage einer jeden der Seitenkräfte gegen die mittlere gegeben sind; die Seitenkräfte zu finden.

Aufl. Wenn FC nebst den Winkeln DFC und EFC gegeben sind; so ist auch der Winkel $DFE = DFC + EFC$ gegeben. Nun hat man $FD = \frac{FC \sin DCF}{\sin FDC}$, und $FE = \frac{FC \sin ECF}{\sin FEC}$ (440 §. G.).

Aber $DCF = EFC$, $ECF = DFC$, und $FDC = FEC = 180° - DFE$; also $\sin DCF = \sin EFC$, $\sin ECF = \sin DFC$,

$\sin DFC$, und $\sin FDC = \sin FEC = \sin DFF$. Folglich wird $FD = \frac{FC \sin EFC}{\sin DFE}$, und $FE = \frac{FC \sin DFC}{\sin CFE}$.

Wäre $DFE = 90°$, so hätte man $\sin DFE = 1$, also $FD = FC \sin EFC$, und $FE = FC \sin DFC = FC \cos EFC$.

Man kan also auch umgekehrt, die mittlere Kraft durch jede der Seitenkräfte, nebst den Winkeln der Seitenkräfte unter sich, und mit der mittlern Kraft ausdrücken. Es wird nemlich $FC = \frac{FD \sin DFE}{\sin EFC} = \frac{FE \sin DFE}{\sin DFC}$. Und wenn $DFE = 90°$ ist, so wird $FC = \frac{FD}{\sin EFC} = FD \operatorname{cosec} EFC = \frac{FE}{\cos EFC} = FE \sec EFC$.

Der IV. Abschnitt.

Vom Schwerpunkt der festen Körper.

57 §.

26 Fig. Wenn der Ruhepunkt *A* des Hebels *BC* so unterstützt ist, daß sich der Hebel zwar um *A* frey drehen, übrigens aber der Punkt *A* sich nicht verrücken kan; so wird der Hebel in jeder, auch nicht horizontalen Lage ruhen, wenn an *B* und *C* ein paar Kräfte vertical zie-

ziehen, die sich verkehrt, wie die Arme des Hebels verhalten.

Beweis. Wenn die Vertical-Linien BD und CF diese Gewichte vorstellen; so setze man FG und DI auf BC senkrecht, und verzeichne die Rechtecke BIDK, FGCH. Nun sind die Kräfte BI und BK der Kraft BD, imgleichen CG und CH der Kraft CF äquipollent (53 §). Aber der Kräfte BI und CG Druck wird durch die Unterlage aufgehalten, daher können nur BK und CH den Hebel zu drehen streben. Weil überdem BD und CF, imgleichen BK und CH parallel sind: so ist der Winkel DBK=FCH (85 §. G.). Also das Dreyeck BDK ∽ FCH, und BD:CF= BK:CH. Aber es wird vorausgesetzt, daß BD: CF=AC:AB sey, also ist auch BK:CH=AC:AB, und die Kräfte BK und CH sind im Gleichgewicht (33 §).

Wenn LM eine Horizontal-Linie ist: so wird das Dreyeck ABL ∽ ACM, also AC:AB=AM:AL, und BD:CF=AM:AL, folglich BD.AL=CF.AM. Demnach sind auch in diesem Fall des Gleichgewichts die Momente der Kräfte in Ansehung des Ruhepunkts gleich groß.

Wenn demnach auch mehr als zwey Gewichte am Hebel hängen, und derselbe ist in dem gemeinschaftlichen Schwerpunkt dieser Gewichte gehörig unterstützt; so wird der Hebel in jeder auch nicht horizontalen Lage ruhen.

58 §.

Die Grösse und Richtung des Drucks auf die Unterlage zu finden, wenn zwo Kräfte am Hebel, der gegen den Horizont schief liegt, im Gleichgewicht sind.

Aufl. Es sey die Figur wie im vorigen § gezeichnet, und der Winkel CAM=BAL=α: so ist ABL =DBI=GCF=$90° - \alpha$, und GFC=α=FCH. Also wird die Kraft CG=CF sinα, und CH=CF colα. Ferner die Kraft BI=AD sinα, und BK=BD colα (56 §). Demnach drückt einmahl auf A eine Kraft AQ=BK+CH=(BD+CF) colα nach der Richtung AQ auf BC senkrecht (35 §). Und überdem eine Kraft AP=BI+CG=(BD+CF) sinα nach der Richtung AP, die in AB fällt. Aus diesen beyden entstehet die mittlere AE=r(BD+CF)^2 (sinα^2+ colα^2)=BD+GF. Ferner ist sinPAE=$\frac{AQ}{AE}$= $\frac{(BD+CF)\,col\alpha}{BD+CF}$=col$\alpha$; also PAE=$90° - \alpha$= GCF, und folglich ist AE mit CF parallel. Demnach ist der Druck auf die Unterlage so groß, als die Summe der Kräfte am Hebel, und seine Richtung vertical.

Die Lehren des 57 und 58 §. sind wiederum nicht blos auf Gewichte eingeschränkt. Wenn an der graden Linie BC zwey oder mehr Kräfte nach parallelen Richtungen, obgleich unter schiefen Winkeln ziehen; so ist die mittlere Richtung dieser Kräfte den Richtungen der einzelnen parallel, und die mittlere Kraft der Summe aller einzelnen Kräfte gleich. Wenn man die Kräfte durch eben so grosse Gewichte ausdrückt, so findet man den Punkt in BC, durch welchen die mittlere Richtung durchgehet, eben so, wie den Schwerpunkt.

59 §.

In der Ebene *BAC* sind zwey Gewichte *P* und *Q* angebracht in den Punkten *P* und *Q*, und die Lage dieser Punkte gegen die beyden graden Linien *AB* und *AC*, die sich unter dem bekannten Winkel *A* schneiden, ist gegeben: man soll die Lage des Schwerpunkts *G* dieser Gewichte gegen *AB* und *AC* finden. 27 Fig.

Auflösung. Der Schwerpunkt G liegt in der graden Linie PQ, und es ist PG.P=QG.Q. Wenn nun durch G die graden Linien GD und GE mit AB und AC parallel gezogen sind: so komt es darauf an, AE und EG, oder, welches einerley ist, AD und DG zu finden. Durch P sey LF mit AB, und HN mit AC, durch Q aber sey MQ mit AB, und OQ mit AC parallel gezogen: so müssen AN und NP, imgleichen AO und OQ nebst dem Winkel A gegeben seyn. Nun ist das Dreyeck PGF ∽ QGK, also wird

I.) PG:QG=PF:QK, aber PG:QG=Q:P, also PF:QK=Q:P, und PF.P=QK.Q, oder NE.P=OE.Q. Aber NE=AE−AN, und OE=AO−AE, folglich wird (AE−AN)P=(AO−AE)Q, und hieraus folgt AE.P+AE.Q=AN.P+AO.Q,

also $AE=\frac{AN.P+AO.Q}{P+Q}$.

II.) PG:GQ=PH:KG, also auch PH:KG=Q:P, und PH.P=KG.Q, oder LD.P=MD.Q. Da nun LD=AD−AL, und MD=AM−AD: so erhält man (AD−AL)P=(AM−AD)Q, und hieraus folgt AD.P+AD.Q=AL.P+AM.Q, also AD=

$\frac{AL.P+AM.Q}{P+Q}$, oder $EG=\frac{NP.P+OQ.Q}{P+Q}$.

60 §.

Wenn mehr als zwey Gewichte an den Punkten P, Q, R, S, u. s. f. der Ebene CAB angebracht sind: so heist derjenige Punkt γ dieser Ebene, der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller Gewichte, der die Eigenschaft hat, daß, wenn er so gehalten wird, daß sich die Ebene frey um denselben drehen kan, diese Ebene in jeder Lage ruhet; übrigens aber der Druck auf diesen Punkt vertical unterwärts der Summe aller Gewichte gleich ist. Die Vertical-Linie durch den Schwerpunkt heist die mittlere Richtung der Gewichte.

Einen solchen Punkt giebt es für zwey Gewichte, wie aus dem 58 und 59 §. erhellet.

61 §.

28 Fig. Wenn an den mit *P*, *Q*, *R*, *S*, u. s. f. bezeichneten Punkten der Ebene *BAC* die Gewichte *P*, *Q*, *R*, *S*, u. s. f. hängen: ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt zu finden, vorausgesetzt, daß die Lage eines jeden dieser Gewichte gegen *AB* und *AC*, wie im 59 §, bekannt sey.

Aufl. Für zwey Gewichte P und Q sey die Figur, wie im 59sten §, gezeichnet: so ist $AE = \frac{AN.P+AO.Q}{P+Q}$, und $EG = \frac{NP.P+OQ.Q}{P+Q}$.

Wenn nun das dritte Gewicht R hinzu komt: so ist es so viel, als ob in G das Gewicht P+Q, in R aber das Gewicht R hängt. Wenn also RN mit AB, und RX mit AC parallel ist, und man ziehet GR: so ist G der beyden Gewichte P+Q, und R Schwerpunkt. Daher ziehe man *ge* mit AC parallel:

tel: so hat man $Ae = \frac{AE(P+Q)+AX.R}{P+Q+R}$, und $eg = \frac{EG(P+Q)+RX.R}{P+Q+R}$ (59 §). Aber $AE(P+Q) = AN.P+AO.Q$, und $EG(P+Q) = NP.P+OQ.Q$, also wird $Ae = \frac{AN.P+AO.Q+AX.R}{P+Q+R}$ und $eg = \frac{NP.P+OQ.Q+RX.R}{P+Q+R}$.

Man ziehe nun die grade Linie gS: so hat man in dem Punkt g ein Gewicht, $=P+Q+R$, in S ein Gewicht $=S$. Beyder Schwerpunkt γ liegt in der graden Linie gS, und wenn man $\gamma\eta$, SZ mit AC parallel ziehet: so wird $A\eta = \frac{Ae(P+Q+R)+AZ.S}{P+Q+R+S}$, $\eta\gamma = \frac{eg(P+Q+R)+ZS.S}{P+Q+R+S}$. Vorhin war $Ae(P+Q+R) = AN.P+AO.Q+AX.R$, und $eg(P+Q+R) = NP.P+OQ.Q+XR.R$. Daher erhält man $A\eta = \frac{AN.P+AO.Q+AX.R+AZ.S}{P+Q+R+S}$ und $\eta\gamma = \frac{NP.P+OQ.Q+XR.R+ZS.S}{P+Q+R+S}$.

Diese Schlüsse lassen sich fortsetzen, es mögen an der Ebene BAC so viel Gewichte, als man will, hängen, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller dieser Gewichte läst sich in jedem Fall eben so finden.

62 §.

Wenn der Winkel BAC = 90° ist: so sind AN, AO, AX, AZ, u. s. f. die Entfernungen der Gewichte P, Q, R, S, u. s. f. von AC, so wie PN, QO, RX, SZ die Entfernungen eben der Gewichte von AB sind. Zugleich ist $A\eta$ des Schwerpunkts γ Entfernung von AC, und $\eta\gamma$ desselben Schwerpunkts Entfernung von AB. Das Product eines jeden Gewichts in seine Entfernung von AC oder AB heist desselben Moment in Ansehung der Linie *AC* oder *AB*. Wenn demnach BAC ein rechter Winkel ist: so muß man die Summe der Momente der gegebenen Gewichte gegen *AC* und *AB* durch die Summe aller Gewichte dividiren, um den Abstand des Schwerpunkts von *AC* und *AB* zu finden. Aehnliche Betrachtungen, wie im 42 §, zeigen, daß diese Regel allgemein sey.

In der Zeichnung ist angenommen, daß alle Gewichte auf einer Seite der Linie AC liegen. Wenn einige auf der andern Seite von AC an eben der Ebene angebracht sind; so müssen ihre Entfernungen von AC negativ genommen werden. Eben dies gilt von den Gewichten, die auf der andern Seite von AB angebracht sind. Sodann muß das Wort Summe in dem Verstande des 2 §. der allgemeinen Rechenkunst genommen werden.

63 §.

28 Fig. Wenn BAC ein schiefer Winkel ist: so sind PN, QO, u. s. f. zwar eigentlich nicht die Entfernungen der Gewichte von AB. Man kan aber der Kürze wegen diese Linien die Entfernungen der Gewichte von AB nach der Richtung AC genommen nennen. Und

über=

überhaupt kan eine Linie, die durch einen Punkt, wie P, nach dem einen Schenkel des Winkels BAC mit dem andern parallel gezogen wird, die Entfernung des Punkts P von dem einen Schenkel nach der Richtung des andern genommen, heissen, da dann diese Entfernung in den Sinus des Winkels BAC multipliciret werden muß, wenn man die wahre oder senkrechte Entfernung haben will.

Versteht man demnach diese Art der Entfernungen; so giebt die Regel des vor. §. die Entfernung des Schwerpunkts von AC nach der Richtung AB, und umgekehrt, wenn man in den Ausdrücken der Momente stat der wahren Entfernungen der Gewichte von AC und AB die eben erklärten nimt, dafern BAC ein schiefer Winkel ist. Aber in eben diesem Fall ist die Regel auch richtig, wenn die wahren Entfernungen verstanden werden. Es ist nemlich auch $A\eta \sin\alpha =$

$$\frac{AN\sin\alpha \cdot P + AO\sin\alpha \cdot Q + AX\sin\alpha \cdot R + AZ\sin\alpha \cdot S}{P+Q+R+S}$$

und $\eta\gamma \cdot \sin\alpha =$

$$\frac{NP\sin\alpha \cdot P + OQ\sin\alpha \cdot Q + XR\sin\alpha \cdot R + ZS\sin\alpha \cdot S}{P+Q+R+S}$$

wo $A\eta\sin\alpha$, $AN\sin\alpha$, u. s. f. die senkrechten Entfernungen von AC, und $\eta\gamma\sin\alpha$, $NP\sin\alpha$, u. s. f. die senkrechten Entfernungen von AB sind.

Diese Lehren sind, wie man leicht siehet, wiederum so allgemein, daß stat der Gewichte auch andere Kräfte verstanden werden können, die an der Ebene nach parallelen Richtungen ziehen.

64 §.

An zweenen Punkten *P* und *Q* eines Geometrischen Körpers, der selbst keine Schwere hat, Fig. 29

sind ein paar Gewichte angebracht. Die Lage der Punkte P und Q gegen drey Ebenen BAC, BAD, CAD, die sich in den graden Linien AB, AC, AD, unter bekanten Winkeln schneiden, ist gegeben: man soll die Lage des Schwerpunkts beyder Gewichte gegen eben die drey Ebenen suchen.

Aufl. Durch P, Q und G ziehe man PK, QM, GF mit AD, durch K, M, F aber KH, ML, FE mit AC parallel; so ist die Lage des Punkts P durch AH, HK, KP, und die Lage des Punkts Q durch AL, LM, MQ bestimt, und man sucht AE, EF und FG. Nun sind die Ebenen PKH, GFE, QML mit DAC parallel, und wenn man durch G eine Parallel-Linie mit AB ziehet, welche die Ebene PKH in T, und die Ebene QML in V trift; so sind die Durchschnittslinien PT und VQ der Ebene PGT mit den Ebenen PKH und QML parallel, also das Dreyeck PGT ∽ QGV. Man hat also $PG:QG = TG:VG$, und überdem $PG:QG = Q:P$, folglich $TG:VG = Q:P$, und $TG.P = VG.Q$. Es ist ferner $TG = HE = AE - AH$, und $VG = EL = AL - AE$; dieserwegen wird $(AE - AH)P = (AL - AE)Q$. Hieraus folgt $AE.P + AE.Q = AH.P + AL.Q$, und $AE = \frac{AH.P + AL.Q}{P+Q}$.

Wenn die drey Ebenen BAC, BAD, CAD auf einander senkrecht sind: so sind AE, AH, AL die senkrechten Entfernungen der Punkte G, P und Q von der Ebene CAD; wenn aber jene drey Ebenen auf einander schief stehen: so kan man der Kürze wegen AE, AH, AL die Entfernungen der Punkte G, P und Q von CAD nach der Richtung AB nennen.

Das Product eines jeden Gewichts in seine Entfernung von einer solchen Ebene, wie CAD, heist das Moment des Gewichts in Ansehung dieser Ebene. Demnach giebt der Ausdruck $AE = \frac{AH.P + AL.Q}{P+Q}$ die Regel: Man findet die Entfernung des Schwerpunkts zweyer Gewichte von der Ebene *CAD*, wenn man die Summe der Momente gegen diese Ebene durch die Summe der Kräfte dividirt. Es können in dieser Regel überhaupt die Entfernungen nach der Richtung AB verstanden werden, die dann auf CAD senkrecht sind, wenn die Flächen-Winkel an AB, AC, AD rechte Winkel sind. Und gesetzt, dies sind schiefe Winkel, und der Neigungswinkel der Linie AB gegen die Ebene CAD sey $= \alpha$: so hat man auch $AE \sin\alpha = \frac{AH \sin\alpha . P + AL \sin\alpha . Q}{P+Q}$, und die Regel ist auch in diesem Fall von den senkrechten Entfernungen richtig.

Aus diesen Betrachtungen folgt nun, es sey auch $EF = \frac{HK.P + LM.Q}{P+Q}$, und $FG = \frac{KP.P + MQ.Q}{P+Q}$.

65 §.

Die Regel des vor. §. läst sich nun leicht auch auf solche Fälle erweitern, wenn an mehrern Punkten eines Körpers Gewichte hängen; diese Punkte mögen eine Lage gegen einander haben, welche sie wollen. Wenn zu den vorigen beyden Gewichten P und Q ein drittes R hinzu käme, und dessen Entfernungen von den Ebenen CAD, BAD, BAC wären *a*, *b*, *c*: 29 Fig.

so stelle man sich in G ein Gewicht $=P+Q$ vor. Für dies Gewicht und das Gewicht R giebt es einen Schwerpunkt in den Entfernungen x, y, z, von den Ebenen CAD, BAD, BAC, welche die Gleichungen bestimmen:

$$x = \frac{AE.(P+Q)+a.R}{P+Q+R} = \frac{AH.P+AL.Q+a.R}{P+Q+R}$$

$$y = \frac{EF.(P+Q)+b.R}{P+Q+R} = \frac{HK.P+LM.Q+b.R}{P+Q+R}$$

$$z = \frac{FG.(P+Q)+c.R}{P+Q+R} = \frac{KP.P+MQ.Q+b.R}{P+Q+R}.$$

Man siehet leicht, wenn diese Ausdrücke für eine gewisse Anzahl von Gewichten wahr sind, daß sie noch gelten, wenn die Anzahl der Gewichte um eins grösser wird. Und hieraus folgt, daß sie allemahl gelten, die Anzahl der Gewichte mag so groß seyn, als sie wolle. Man muß nur dabey anmerken, wenn von diesen Gewichten einige auf der andern Seite der Ebenen CAD, BAD, oder BAC liegen, daß sodann ihre Entfernungen negativ zu nehmen sind, und dieserwegen ihre Momente negativ werden.

Wenn wiederum stat der Gewichte andere in den Punkten P, Q, R, u. s. f. des Körpers angebrachte Kräfte verstanden werden; so findet man eben so einen Punkt, durch welchen ihre mittlere Richtung durchgehet. Eine an diesem Punkt, den Richtungen der vorigen entgegen gesetzt, angebrachte Kraft, hält mit allen das Gleichgewicht, wenn sie ihrer Summe gleich ist.

66 §.

In jedem natürlichen Körper giebt es einen Schwerpunkt, d. i. einen Punkt, auf welchen das ganze Gewicht des Körpers drückt, und der die Eigenschaft hat, daß er allein nur gehalten werden darf, wenn der Körper in jeder Lage, die man ihm übrigens geben kan, ruhen soll.

Beweis. Alle, auch die kleinsten Theilchen eines natürlichen Körpers sind schwer (5 §). Demnach ist jedes Theilchen des Körpers ein Gewicht, welches in irgend einem Punkt des Körpers angebracht ist. Alle diese Gewichte zusammen, es mögen ihrer so viel seyn, als man will, haben einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt (65 §), und dieser ist mit dem Schwerpunkt des Körpers selbst einerley, weil alle diese Gewichte zusammen den Körper ausmachen.

67 §.

Eine Ebene, die durch den Schwerpunkt eines Körpers gelegt ist, heist eine Ebene der Schwere, und eine grade Linie, die durch den Schwerpunkt eines Körpers gezogen wird, ein Durchmesser der Schwere.

Wenn zwo Ebenen der Schwere einander schneiden: so ist ihre Durchschnittslinie ein Durchmesser der Schwere. Und wenn zweene Durchmesser der Schwere einander schneiden: so ist ihr Durchschnittspunkt mit dem Schwerpunkt des Körpers einerley.

68 §.

Wenn ein Körper von gleichförmiger Dichtigkeit in die Classe der Prismen oder Cylinder gehört, also zwo gleiche und ähnliche Grundflächen hat, deren Ent-

fernung von einander überaus klein ist, dergleichen sehr dünne Metallblätter, u. d. m. sind, und man nimt die Ebene BAC mit den Grundflächen, FG aber mit den Seitenlinien des Prisma, oder der Axe des Cylinders parallel: so ist FG allemahl sehr klein. Und wenn man FG zu beyden Seiten verlängert, bis diese Linie die Grundflächen trift: so fallen ihre äussersten Punkte mit F und G fast zusammen. Nun ist überdem die Masse dieser Körper dem Inhalt der Grundfläche proportional. Also kan man einen solchen Körper als eine schwere ebene Figur betrachten, und den Schwerpunkt des Körpers, als den Schwerpunkt einer ebenen Figur, die mit der Grundfläche einerley ist. In diesem Verstande kan man auch ebenen Figuren einen Schwerpunkt beylegen, ob es gleich gar keine schwere ebene Figuren giebt. Wenn nemlich eines solchen Körpers Grundfläche horizontal liegt: so ist es eben so viel, als ob sie in jedem Punkt mit einem sehr kleinen Gewichte beschweret wäre, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt aller dieser Gewichte ist mit dem Schwerpunkt der Figur einerley.

69 §.

Ein sehr dünner grader Drat, oder ein andrer ähnlicher sehr dünner Körper, kan als ein grader Cylinder, oder grades Prisma, angesehen werden, dessen Grundflächen überaus klein sind. Wenn man in dem Umfange eines solchen Körpers die drey Ebenen BAC, BAD, CAD so legt, daß AB noch in dem Umfange des Körpers mit der Axe des Cylinders, oder einer Seitenlinie des Prisma, parallel liegt: so sind allemahl EF und FG überaus klein, und die Punkte E, F und G fallen fast zusammen. Ueberdem ist die Masse des

Körpers seiner Länge proportional. Also kan man den Körper selbst als eine schwere grade Linie ansehen, und den Schwerpunkt des Körpers als den Schwerpunkt einer graden Linie, ob es gleich wiederum keine schwere Linien giebt. Wenn nemlich der Körper horizontal liegt: so ist es so viel, als wenn an jedem Punkt der Axe ein sehr kleines Gewicht hienge, und der gemeinschaftliche Schwerpunkt dieser Gewichte ist mit dem Schwerpunkt der Linie einerley.

70 §.

Wenn man voraussetzt, daß die Körper, die ebenen Figuren, die Linien, deren Schwerpunkt man sucht, von gleichförmiger Dichtigkeit, und also ihre Gewichte dem Raum, den sie einnehmen, proportional sind: so kan man sich die Sache so vorstellen, als ob alle Punkte der Linie, der ebenen Figur, oder des Körpers, zwar mit sehr kleinen, aber gleich grossen Gewichten beschwert sind. Auf diese Betrachtung gründen sich die Methoden, nach welchen man gewöhnlich den Schwerpunkt zu suchen pflegt, und es wird nicht undienlich seyn, hievon auf einige besondere Fälle die Anwendung zu machen.

71 §.

Der Schwerpunkt einer graden Linie liegt in ihrer Mitte. Denn auf beyden Seiten in gleich grossen Entfernungen von ihrem mittlern Punkt befinden sich gleich grosse Gewichte. Daher ist die Summe aller Momente auf beyden Seiten gleich groß.

Demnach wird der Schwerpunkt einer jeden gebrochenen Linie ABCD so gefunden. Man betrachtet 30 Fig.

tet die graden Theile AB, BC, CD, u. s. f. der gebrochenen Linie, als so viele Gewichte P, Q, R, die sich, wie diese graden Linien, gegen einander verhalten, und an ihrer Mitte angebracht sind. Der gemeinschaftliche Schwerpunkt dieser Gewichte ist mit dem Schwerpunkt der gebrochenen Linie ABCD einerley.

Man ziehe also PQ, und nehme $PF = \frac{PQ.Q}{P+Q}$ (36 §); man ziehe ferner FR, und nehme $FG = \frac{FR.R}{P+Q+R}$: so ist G der gebrochenen Linie ABCD Schwerpunkt.

Auf eben die Art wird der Schwerpunkt I des Umfangs ABCDEA einer jeden gradlinichten Figur gefunden.

72 §.

31 Der Schwerpunkt des Umfangs einer regu-
32 lären Figur ist der Mittelpunkt des um die Fi-
Fig. gur beschriebenen Kreises.

31 Bew. Wenn die Figur eine grade Anzahl von
Fig. Seiten hat, wie ABCDEF, und man halbirt den Winkel A mit der graden Linie AG: so geht diese durch des umschriebenen Kreises Mittelpunkt G, und weil auf jeder Seite von AG gleich viel Seitenlinien liegen: so geht AG durch die Spitze D eines Winkels, die um 180° von A abstehet. Aber der Schwerpunkt H von AB, und AF liegt in AG, der Schwerpunkt von BC und FE gleichfalls, u. s. f. Also ist AG ein Durchmesser der Schwere. Halbirt man demnach noch einen Winkel B: so liegt der Schwerpunkt auch in dieser Theilungslinie BG, also im Mittelpunkt G des umschriebenen Kreises.

Hat

Hat die Figur eine ungrade Anzahl von Seiten, wie ABCDE, und man halbirt den Winkel A: so halbirt die Theilungslinie den Bogen DEABC, also die Sehne CD in I. Aber der Schwerpunkt von AB und AE, von BC und CD, u. s. f. liegt in AG, so wie auch der Schwerpunkt von CD. Wenn man demnach auch B halbirt: so liegt der Schwerpunkt zugleich in der Theilungslinie BG, also im Mittelpunkt G. 32 Fig.

73 §.

Es sey ABC ein Kreisbogen, E sein Mittelpunkt: man halbire diesen Bogen B, und theile jede Hälfte wiederum in eine grade Anzahl von Theilen, so viel man will, ziehe hierauf die Sehnen aller Theile: so hat man eine regulär gebrochene Linie, die in dem Kreisbogen beschrieben ist. 33 34 Fig.

Der Schwerpunkt einer solchen regulär gebrochenen Linie liegt in der graden Linie *BE*, welche sie halbirt, und durch den Mittelpunkt des zugehörigen Kreisbogens gehet.

Und wenn *G* der Schwerpunkt ist: so verhält sich die ganze gebrochene Linie zur Sehne des zugehörigen Kreisbogens, wie die Entfernung ihrer graden Theile vom Mittelpunkt zur Entfernung des Schwerpunkts vom Mittelpunkt.

Beweis. Besteht die gebrochene Linie nur aus zweenen Theilen AB und BC: so halbire man diese Theile in H und F, ziehe HF, und halbire HF in G: so ist G der Schwerpunkt, und BG geht durch E. Man ziehe AC und EF: so halbirt BG auch AC in D senkrecht. Also ist der Winkel BDC = R = EGF, 33 Fig.

und

und BCD=BEF (87 §. G.), folglich das Dreyeck BDC ∽ EGF, und BC:DC=EF:EG. Also auch 2BC:2DC=ABC:AC=EF:EG.

34 Fig. Man halbire nun die Bogen ATB in P, und BVC in H, und ziehe die Sehnen AP, BP, BH, CH. Halbirt man ferner diese Sehnen in N, M, I, K, ziehet MN, IK, und halbirt auch diese Linien in L und O, ziehet endlich OL, und halbirt OL in G; so ist G der Schwerpunkt. Da nun OL von BG senkrecht halbirt wird, so geht BG durch E. Nun ist das Dreyeck FHC ∽ LKE, denn es ist der Winkel ELK=R=CFH, und LEK=FCH, also CH:CF=EK:EL, oder BHC:BC=EK:EL. Ferner ist das Dreyeck LEG ∽ BCD, weil beyde rechtwinklicht sind, und der Winkel LEG=BCD ist. Also ist BC:CD=EL:EG, und diese Proportion mit der vorigen verglichen, giebt ordinatim & ex æquo diese: BHC:CD=EK:EG, oder APBHC:AC=EK:EG. Auf eben die Art läst sich zeigen, wenn der Satz wahr ist, für eine gewisse Anzahl von gleichen Stücken der gebrochenen Linie, daß er noch gelte, wenn die Anzahl noch mahl so groß ist.

74 §.

34 Fig. Den Schwerpunkt eines Kreisbogens *AFBVC* zu finden, dessen Mittelpunkt *E* ist.

Aufl. Man halbire den Bogen in B, und ziehe den Halbmesser BE; auf diesem Halbmesser nehme man γ so, daß der Bogen ATBVC:Sehne AC=Halbmesser EB:Eγ: so wird γ der Schwerpunkt seyn.

Beweis. Es sey APBHC eine in dem Kreisbogen beschriebene regulär gebrochene Linie, wie im 73 §.

und

und G ihr Schwerpunkt: so ist BHC : DC = EK : EG (73 §). Wenn nun der Bogen BVC in n gleiche Theile getheilt ist: so sey BVC = A, EB = r, und man hat Bog. BVH = $\frac{1}{n}$ A, also BH = $2r \sin \frac{1}{2n}$ A, die ganze gebrochene Linie BHC = $2nr \sin \frac{1}{2n}$ A, DC = $r \sin$A, EK = $r \cos \frac{1}{2n}$ A. Demnach wird $2n \sin \frac{1}{2n}$ A : $\sin$A = $r \cos \frac{1}{2n}$ A : EG, oder $2n \tang \frac{1}{2n}$ A : $\sin$A = r : EG. Diese Proportion ist allemahl richtig, wie groß auch n genommen wird.

Je grösser man n nimt, desto kleiner wird $2n \tang \frac{1}{2n}$ A. Denn dies ist der Ausdruck für eine, um den Bogen A beschriebene regulär gebrochene Linie. Also muß EG wachsen. Wenn nun G in γ fällt, für $n = \infty$; so wird $n \tang \frac{1}{2n}$ A = $\frac{1}{2}$A (466 §. Geom.), also A : $\sin$A = r : Eγ, oder Bog. BVC : DC = Bog. ATBVC : AC = EB : Eγ.

Wenn demnach der Bogen ATBVC ein Halbkreis ist: so wird $\pi : 2 =$ EB : Eγ. Und weil der Schwerpunkt des andern Halbkreises auf der andern Seite von E in eben der Entfernung von E in der verlängerten BE liegt: so ist der ganzen Kreislinie Schwerpunkt mit ihrem Mittelpunkt einerley.

75 §.

75 §.

35 Fig. **Den Schwerpunkt eines Dreyecks *ABC* zu finden.**

Aufl. Man halbire eine Seite desselben BC in D, und ziehe zwischen D, und des gegenüber stehenden Winkels Spitze A, die grade Linie AD, so liegt der Schwerpunkt in AD. Denn alle grade Linien, wie FH mit BC im Dreyeck parallel gezogen, werden von AD in I halbirt. Also ist die Summe aller Momente auf beyden Seiten von AD gleich groß. Demnach halbire man noch eine Seite AC in E, und ziehe BE, welche AD in G schneidet: so ist G der Schwerpunkt.

Man verlängere AB nach K, und mache BK=AB, und ziehe CK; so ist BE ∥ CK, weil AB:BK=AE:EC (204 §. G.). Halbirt man überdem BK in L, und ziehet DL: so ist auch DL ∥ CK (204 §. G.), also DE ∥ DL (86 §. Geom.), und AL:AB=AD:AG (203 §. G.), oder 3:2=AD:AG, also AG=$\frac{2}{3}$AD.

76 §.

36 Fig. **Der Schwerpunkt eines Parallelogramms *ABCD* fällt dahin, wo beyde Diagonalen *AC*, *BD* einander schneiden, und liegt also auf der Mitte jeder Diagonale.**

Beweis. Der Schwerpunkt *g* und *γ* der Dreyecke ABC, ADC, liegen in BD, so daß Gg=Gγ=$\frac{1}{3}$BG ist (75 §). Also liegt beyder gemeinschaftlicher Schwerpunkt in G.

Wenn man also zwo entgegen gesetzte Seiten AB, DC, in E und F halbirt, und EF ziehet; so geht EF ebenfalls durch den Schwerpunkt, und der Schwerpunkt liegt auf der Mitte von EF.

77 §.

77 §.

Wenn *G* der Schwerpunkt einer Figur *ABCD* ist, und *g* der Schwerpunkt eines von ihr abgeschnittenen Theils *ADC*: so muß der Schwerpunkt γ des übrigen Theils *ABC* in der graden Linie *Gg* liegen. 36 Fig.

Beweis. Wenn ein Punkt *k*, der nicht in *Gg* liegt, der Schwerpunkt von ABC wäre; so müste der Schwerpunkt der ganzen Figur ABCD in der graden Linie *Kg* liegen, und also von G verschieden seyn, wider die Voraussetzung.

Aus dem Schwerpunkt G der ganzen Figur, und dem Schwerpunkt *g* des abgeschnittenen Theils ADC hat man also den Schwerpunkt des übrigen Theils ABC (39 §). Es wird nemlich $g\gamma = \frac{gG \,.\, ABCD}{ABCD - ACD}$.

78 §.

Den Schwerpunkt eines Trapezii *ABCD* zu finden, worin die Seiten *AB*, *CD*, einander parallel sind. 37 Fig.

Aufl. Man halbire jede der parallelen Seiten in E und F, und ziehe EF, so liegt der Schwerpunkt in dieser Linie. Es muß nemlich jede der beyden übrigen Seiten verlängert mit EF zusammenstossen. Wenn man EF=FC nimt, so ist CI ∥ EF, also stöst BC mit EF zusammen (85 §. G.). Ist nun H der Durchschnittspunkt: so hat man FC : EB = FH : EH, und FC − EB : EB = FH − EH : EH, also $EH = \frac{EB \,.\, EF}{FC - EB}$. Aus eben der Ursache aber stöst auch AD mit EF zusammen, und wenn *h* der Durch-

schnittspunkt ist: so wird $Eh = \frac{AE \cdot EF}{DF - AE} = \frac{EB \cdot EF}{FC - EB} = EH$. Demnach fallen H und h zusammen, und das Trapezium wird ein Stück des Dreyecks HCD. Aber des ganzen Dreyecks Schwerpunkts G sowol, als auch des abgeschnittenen Theils Schwerpunkt g liegt in HF, so daß $HG = \frac{2}{3}HF$, und $Hg = \frac{2}{3}HE$ ist (75 §). Nimt man also $g\gamma = \frac{gG \cdot HCD}{HCD - AHB}$: so ist γ des Trapezii Schwerpunkt.

79 §.

31 Der Schwerpunkt eines regulären Polygons
32 ist mit dem Mittelpunkt des Kreises einerley,
Fig. der sich um das Polygon beschreiben läst.

Beweis. Hat das Polygon eine grade Anzahl Seiten, wie ABCDEF: so sind zwo einander gegenüberstehende Seiten BC, EF, parallel. Und wenn man diese in K und L halbirt: so geht KL durch die Schwerpunkte aller Trapezien, worin sich das Polygon vertheilen läst, wenn man durch jedes paar auf beyden Seiten von B und C gleich weit abstehende Winkelpunkte grade Linien, wie AD, ziehet. Also liegt der Schwerpunkt des ganzen Polygons in KL. Aber alle Linien, wie KL, gehen durch den Mittelpunkt des umschriebenen Kreises.

32 Ist die Anzahl der Seiten des Polygons ungrade,
Fig. wie ABCDE: so schneide man zuerst ein Dreyeck, wie ABC, ab, und ziehe ferner durch alle auf beyden Seiten von A und C gleich weit entfernte Winkelpunkte, grade Linien. Diese werden mit AC parallel

lel seyn, und wenn man AC in K halbirt, sodann BK ziehet: so geht BK durch die Schwerpunkte des Dreyecks ABC und aller Trapezien, woraus das Polygon zusammengesetzt ist. Alle Linien aber, wie BK, gehen durch den Mittelpunkt des Kreises um ABCDE.

§ 18

80 §.

Wenn *APBHC* eine im Kreisbogen beschriebene regulär gebrochene Linie ist; und *AE*, *CE* ein paar diesem Bogen zugehörige Halbmesser sind; den Schwerpunkt der Figur *APBHCE* zu finden, wenn vorausgesetzt wird, daß die Anzahl der gleichen Stücke, woraus die regulär gebrochene Linie besteht, eine Potenz von 2 sey. 38 Fig.

Aufl. Man suche den Schwerpunkt G der gebrochenen Linie APBHC, wie im 73 §, und nehme $EQ = \frac{2}{3}EG$; so ist Q der Figur *APBHCE* Schwerpunkt.

Beweis. Man nehme $EF = \frac{2}{3}EC$, beschreibe den Kreisbogen FWS, ziehe die Halbmesser EH, EB, EP, u. s. f.: so theilen diese den Bogen FWS in eben so viele gleiche Theile, in wie viel ABC getheilt ist. Man ziehe die Sehnen FI, IW, u. s. f., und halbire sie in T, V, X, Y: so sind diese Punkte nach der Ordnung die Schwerpunkte der Dreyecke ECH, EHB, EBP, EPA. Man ziehe VT, XY, halbire sie in V und Z, ziehe ZV, und halbire diese Linie in Q: so ist Q der gesuchte Schwerpunkt, und Q liegt in EB. Nun ist $EF = \frac{2}{3}EC$, also $ET = \frac{2}{3}EK$, folglich $EV = \frac{2}{3}EL$, und ferner $EQ = \frac{2}{3}EG$. Man siehet leicht, daß der Schluß allemahl von einer gewissen Anzahl Seiten in der regulär gebrochenen Li-

nie, auf eine nochmahl so grosse Anzahl folge, und deswegen ist die Regel richtig, sie mag so viele Seiten haben, wie sie wolle, dafern die Anzahl nur eine Potenz von 2 ist.

81 §.

38 Fig. **Den Schwerpunkt eines Kreisausschnitts *ABCE* zu finden.**

Aufl. Man suche den Schwerpunkt γ des zugehörigen Bogens (74 §), und nehme $Eq = \frac{2}{3} E\gamma$: so ist q der gesuchte Schwerpunkt.

Beweis. Man halbire den Bogen in B, und ziehe den Halbmesser EB: so ist offenbar, daß der Schwerpunkt in EB falle. Wenn man nun im Ausschnitt die Figur APBHCE wie im vor. §. verzeichnet, und der Bogen $BC = A$ ist in n gleiche Theile getheilt; so wird $APBHCE = nrr \sin\frac{1}{2n}A \cos\frac{1}{2n}A$,

$$EG = \frac{r \sin A \cos\frac{1}{2n}A}{2n \sin\frac{1}{2n}A} = \frac{r \sin A}{2n \operatorname{tang}\frac{1}{2n}A}, \text{ also}$$

$$EQ = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \sin A \cos\frac{1}{2n}A}{2n \sin\frac{1}{2n}A} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \sin A}{2n \operatorname{tang}\frac{1}{2n}A}.$$

Je grösser n genommen wird, desto grösser wird EG, also auch EQ, und für $n = \infty$ wird $Eq = \frac{2}{3}$.

$$\frac{r \sin A}{2\infty \operatorname{tang}\frac{1}{2n}A} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r \sin A}{A} = \frac{2}{3} E\gamma.$$ Zugleich wird $APBHCE = \infty rr \sin\frac{1}{2\infty}A = \frac{1}{2} rr A$ (466 § (3).) oder diese Figur wird mit dem Kreisausschnitt einerley. Also ist q dieses Ausschnitts Schwerpunkt.

Aus dem Schwerpunkt des Ausschnitts ABCE, und des Dreyecks ACE, wird demnach der Schwerpunkt des Abschnitts ABC nach dem 77 § gefunden.

Für den Halbkreis wird $A = \frac{1}{2}\pi$ und $\sin A = 1$, also der Abstand des Schwerpunkts vom Mittelpunkt

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot r. = 0,4244317\,r.$$

Der Schwerpunkt des andern Halbkreises fällt auf der andern Seite eben so weit vom Mittelpunkt. Also ist der Kreisfläche Mittelpunkt mit ihrem Schwerpunkt einerley.

82 §.

Den Schwerpunkt einer jeden gradlinichten Figur zu finden.

Aufl. Man vertheile sie in Dreyecke durch Diagonalen, wie im 109 §. G., und suche eines jeden Dreyecks Schwerpunkt nach dem 75 §. Diese Schwerpunkte sehe man als Gewichte an, die sich wie die Dreyecke verhalten, und suche ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt (61 §): so hat man den Schwerpunkt der ganzen Figur.

83 §.

Wenn ein gleichförmig schwerer Körper vermittelst einer Ebene in zwey Stücke getheilt ist, und jede zwo andre zu beyden Seiten in gleicher Entfernung mit der vorigen parallel gelegte Ebenen geben gleiche Durchschnitte des Körpers, so lange sie innerhalb seiner Grenzen fallen: so gehet die mittlere Ebene durch des Körpers Schwerpunkt.

Beww. Denn nun ist die Summe der Momente aller schweren Punkte des Körpers auf der einen Seite so groß, als auf der andern, weil alle Punkte gleich schwer angenommen werden.

Also liegt der Schwerpunkt eines jeden Prisma und Cylinders in einer mit den Grundflächen parallelen Ebene, welche die Höhe dieser Körper halbirt, und der Kugel Schwerpunkt in jeder Ebene eines grösten Kreises; eines jeden Kugel-Abschnitts Schwerpunkt aber in jeder Ebene durch die Axe der Grundfläche.

84 §.

39 Fig. Der Schwerpunkt eines Parallelepipedi liegt auch in jeder Ebene durch zwo entgegen gesetzte Seitenlinien; also in der graden Linie $g\gamma$ zwischen den Schwerpunkten der Grundflächen: er liegt überdem zugleich in einer mit den Grundflächen parallelen Ebene, welche die Seitenlinien halbirt, also in der Mitte G der Linie $g\gamma$.

40 Fig. Wenn man eine Seitenlinie EF der Grundfläche DEF eines dreyseitigen Prisma in H halbirt, und DH zieht: so liegt der Schwerpunkt in der Ebene ADHL. Halbirt man auch DF in I; so liegt der Schwerpunkt zugleich in der Ebene BEIK, also in der graden Linie zwischen den Schwerpunkten g und γ der Grundflächen, und zwar ebenfalls auf ihrer Mitte G.

Der Kugel Mittelpunkt ist mit ihrem Schwerpunkt einerley, und des Cylinders Schwerpunkt liegt in der Mitte der Axe. Denn letzterer liegt in jeder Ebene durch die Axe, und auch zugleich in einer durch die Mitte der Axe mit den Grundflächen parallelen Ebene.

85 §.

Den Schwerpunkt eines vielseitigen Prisma zu finden.

Aufl. Man suche die Schwerpunkte der Grundflächen (82 §). Diese ziehe man mit einer graden Linie zusammen, und halbire sie: so ist ihre Mitte der gesuchte Schwerpunkt.

Beweis. Ein vielseitiges Prisma läst sich durch 41
Diagonalflächen FBDI, LADI, u. s. f. in dreyseiti- Fig.
ge eintheilen. Wenn nun *ab*, *cd*, *ef* die graden Linien zwischen den Schwerpunkten der dreyseitigen Grundflächen sind: so hat man auf ihrer Mitte die Schwerpunkte G, P, Q, u. s. f. der dreyseitigen Prismen. Diese Schwerpunkte liegen alle in einer Ebene, die mit den Grundflächen parallel ist. Also liegt der Schwerpunkt des ganzen Prisma auch in dieser Ebene, wie auch aus dem 83 §. bekant ist. Demnach ziehe man GP, bezeichne den körperlichen Inhalt der Prismen, deren Schwerpunkte G, P und Q sind, der Kürze wegen mit G, P und Q, und nehme $Ph = \frac{PG.G}{P+G}$. Man ziehe ferner hQ, und nehme $hS = \frac{hQ.Q}{G+P+Q}$: so ist S des ganzen Prisma Schwerpunkt. Nun verhalten sich G, P, Q, wie die Grundflächen der dreyseitigen Prismen, und *ab*, *cd*, *ef* sind parallel, und gleich groß, imgleichen *ca*, PG, *bd*. Man nehme $cg = di = \frac{ca.G}{P+G} = \frac{PG.G}{P+G}$: so wird $cg = Ph = di$; also sind *g*, *h* und *i* in grader Linie, die mit *cd*, also auch mit *ef* parallel, und ihr gleich ist. Demnach sind auch *ge*, *hQ*, *if* gleich und

parallel. Nimt man nun ferner $gl = ik = \frac{ge \cdot Q}{G+P+Q} = \frac{hQ \cdot Q}{G+P+Q} = hS$: so sind l und k der Grundflächen des ganzen Prisma Schwerpunkte, und l, S, k, in grader Linie.

Diese Schlüsse lassen sich fortsetzen, das ganze Prisma mag in so viele dreyseitige, als man will, getheilt seyn.

86 §.

42 Fig. Der Schwerpunkt einer Pyramide $ABCD$ liegt in der graden Linie AG, zwischen ihrer Spitze A, und dem Schwerpunkt G ihrer Grundfläche.

Bew. Nachdem AG in eine beliebige Anzahl gleicher Theile getheilt worden: lege man durch alle Theilungspunkte F, E, u. s. f. Ebenen mit der Grundfläche parallel. Durch alle Winkelpunkte der Durchschnitts-Figuren, imgleichen die Winkelpunkte der Grundfläche, ziehe man mit AG parallele Linien BR, DT, CS, HO, IP, KQ, u. s. f.: so erhält man so viele gleich hohe Prismen um die Pyramide, als AG Abtheilungen hat, und ein Prisma weniger in der Pyramide. Der Schwerpunkt der Summe aller inwendigen sowohl, als der auswendigen Prismen liegt in AG. Das Stück, um welches jedes auswendige Prisma das inwendige übertrift, kan eine Prismatische Röhre heissen. Solcher Röhren giebt es so viel, als inwendige Prismen sind, und die Summe aller Röhren, nebst dem höchsten auswendigen Prisma um die Spitze, macht die Differenz aller inwendigen und auswendigen Prismen aus: sie ist dem

untersten auswendigen Prisma BCDRST gleich. Wenn man der Linie AG noch mahl so viele Abtheilungen giebt: so wird diese Differenz nur halb so groß. Also kan man durch fortgesetzte Halbirung der Abtheilungen in AG diese Differenz der inwendigen und auswendigen Prismen, folglich auch die Differenz der inwendigen sowohl, als auswendigen Prismen von der Pyramide, kleiner machen, als jede gegebene körperliche Grösse. Hieraus folgt, daß die Pyramide unter allen Summen der inwendigen oder auswendigen Prismen die letzte sey, und daß auch der Pyramide Schwerpunkt in AG liege, weil er nie ausserhalb AG fallen kan, die Anzahl der inwendigen und auswendigen Prismen mag so groß werden, als sie wolle.

87 §.

Wenn zwo Seiten AE und BE eines Dreyecks ABE bey F und G so getheilt sind, daß $AF=\frac{2}{3}AE$, und $BG=\frac{2}{3}BE$ ist, und man ziehet AG und BF, die sich in K schneiden: so wird $AK=\frac{3}{4}AG$ und $BK=\frac{3}{4}BF$. 43 Fig.

Beweis. Man ziehe durch G und E mit BF Parallellinien, welche AB verlängert in L und M schneiden. Nun ist BG:GE=BL:LM=2:1, also LM $=\frac{1}{2}$BL, und BM=BL+LM$=\frac{3}{2}$BL. Ferner ist AF:FE=AB:BM, oder 2:1=AB:$\frac{3}{2}$BL; also AB =3BL, oder 1:3=BL:AB=KG:AK. Also wird AK+KG:AK=AG:AK=4:3, und AK$=\frac{3}{4}$AG, folglich auch BK$=\frac{3}{4}$GL$=\frac{3}{4}$BF. Denn GF ist auch mit BL parallel (205 §. G.), also GL=BF.

88 §.

Den Schwerpunkt einer Pyramide und eines Kegels zu finden. 44 45 F,

Aufl. Man ziehe zwischen der Spitze A und dem Schwerpunkt G der Grundfläche die grade Linie AG, und nehme auf derselben von der Spitze A angerechnet $AK = \frac{3}{4} AG$: so ist K der Schwerpunkt.

44 Fig. Beweis. Es sey zuerst die Pyramide dreyseitig, und ihre Grundfläche BCD. Man halbire CD in E, ziehe BE, und nehme $BG = \frac{2}{3} BE$: so ist G der Grundfläche BCD Schwerpunkt, und der Pyramide Schwerpunkt in AG (86 §). Man ziehe auch AE, nehme $AF = \frac{2}{3} AE$, so ist F des Dreyecks ACD Schwerpunkt. Dies Dreyeck ist gleichfalls eine Grundfläche der Pyramide, zu der die Spitze B gehört; also liegt der Pyramide Schwerpunkt auch in BF. Da nun AG und BF beyde in der Ebene des Dreyecks ABE liegen: so schneiden sie einander in K, folglich ist K der Pyramide Schwerpunkt, und $AK = \frac{3}{4} AG$ (87 §).

45 Fig. Nun sey die Pyramide ABCDE vierseitig, und BD eine Diagonale der Grundfläche: so theilt die Ebene ABD die ganze Pyramide in zwo dreyseitige ABCD, und ABED. Wenn nun F und H der Grundflächen BCD, BED, Schwerpunkte sind, und man nimt $AP = \frac{3}{4} AH$, $AQ = \frac{3}{4} AF$: so sind P und Q der beyden dreyseitigen Pyramiden Schwerpunkte, und der vierseitigen Schwerpunkt K liegt in der Linie PQ, die mit HF parallel ist. Wenn nun P und Q ein paar Gewichte sind, die sich wie die Pyramiden ABDE, ABDC verhalten: so ist $PK = \frac{PQ.Q}{P+Q}$. Der Grundfläche BCDE Schwerpunkt G liegt in HF, und es ist $HG = \frac{HF.Dr.BCD}{Dr.BED + Dr.BCD}$. Aber P:Q

=Dr.

$=$ Dr. BED : Dr. BCD, also $P+Q:Q=BED+BCD:BCD$, und $PK:HG=PQ:HF=AP:AH$. Hieraus folgt, daß A, K und G in grader Linie liegen, und $AK=\frac{3}{4}AG$ sey.

Auf eben die Art läst sich beweisen, wenn die Regel für eine Pyramide von n Seiten gilt, daß sie auch für eine Pyramide von $n+1$ Seiten gelte. Hat die Grundfläche BCDE $n+1$ Seitenlinien, und man schneidet mit der Diagonale BD ein Dreyeck BED ab; so behält die Pyramide ABCD n Seiten. Ist nun F der Schwerpunkt ihrer Grundfläche, und H des Dreyecks BDE Schwerpunkt; ist ferner der ganzen Grundfläche BCDE Schwerpunkt G, und der ganzen Pyramide Schwerpunkt K: so erhärtet der vorige Beweis, daß A, K und G in grader Linie liegen, und $AK=\frac{3}{4}AG$ sey.

In und um den Kegel kan man, wie im 371 §. Geom. ein paar Pyramiden verzeichnen, deren Grundflächen reguläre, in und um den Kreis beschriebene Polygone sind, und die gleich viele Seiten haben. Der Schwerpunkt jeder von diesen beyden Pyramiden liegt in des Kegels Axe, um $\frac{3}{4}$ dieser Axe von der Spitze entfernt. Dieser Schwerpunkt bleibt einerley, man mag den Grundflächen so viele Seiten, als man will, geben, und der Kegel ist unter allen in, und um ihn beschriebenen Pyramiden, die letzte; also liegt auch des Kegels Schwerpunkt in seiner Axe, um $\frac{3}{4}$ dieser Axe von der Spitze entfernt.

Eines abgekürzten Kegels, und einer abgekürzten Pyramide Schwerpunkt kan man also nach dem 77 § finden, weil des ganzen sowol, als des oben abgeschnittenen Körpers Schwerpunkt bekant ist.

89 §.

Den Schwerpunkt einer Halbkugel ADB zu finden, deren Halbmesser $CD = r$ ist.

46 Fig.

Aufl. Es sey AEB die andre Halbkugel, ABHF ein Cylinder, und FCH ein Kegel von gleicher Grundfläche und Höhe, wie im 393 §. G., so, daß DE die gemeinschaftliche Axe aller dieser Körper ist. Wenn nun der Kegel FCH aus dem Cylinder ABHF herausgenommen wird: so bleibt der ausgehöhlte Körper AFCHB übrig, dessen Schwerpunkt γ aus den Schwerpunkten G und g des Cylinders und Kegels nach dem 77 §. gefunden wird. Es sey nemlich der Cylinder $= C$, der Kegel $= c$: so ist $C\gamma = \frac{CG.C - Cg.c}{C - c}$. Weil nun $CG = \frac{1}{2}r$, $Cg = \frac{3}{4}r$, und $C = 3c$ ist: so wird $C\gamma = \frac{(\frac{3}{2} - \frac{3}{4})r}{2} = \frac{3}{8}r$. Ferner ist der Körper AFCHB der Halbkugel ADB gleich (393 §. G.), und wenn durch C eine Ebene auf DE senkrecht steht: so sind auf beyden Seiten von dieser Ebene in gleichen Entfernungen, die mit ihr parallelen Schnitte der Halbkugel ADB und des Körpers AFCHB gleich groß, wie ebenfalls aus dem (393 §. G.) erhellet. Daher geht die durch AB auf DE senkrecht gesetzte Ebene durch beyder Körper gemeinschaftlichen Schwerpunkt (83 §). Weil nun dieser in DE liegt, so ist es C, und man hat den Schwerpunkt K der Halbkugel, wenn man $CK = C\gamma = \frac{3}{8}r$ nimt. Folglich ist $DK = \frac{5}{8}r = \frac{5}{8}CD$.

Man findet auf ähnliche Art den Schwerpunkt eines jeden Kugelabschnitts, wenn man mit dieser auf die Halbkugel angewandten Methode dasjenige ver-

gleicht, was im 604 §. G. von den Kugel-Abschnitten ist bewiesen worden.

Der V. Abschnitt.

Von den Wagen,

90 §.

Es ist *AB* eine grade prismatische oder cylindrische Stange, oder ein schwerer Hebel; ihr Gewicht ist $= S$, und *G* ihr Schwerpunkt; diese Stange liegt horizontal, und an ihren Endpunkten *A* und *B* hängen die Gewichte *P* und *Q*: man sucht den Ort der Unterlage *C* für das Gleichgewicht. 47 Fig.

Aufl. Die Gewalt, womit das eigene Gewicht S des Hebels denselben um C zu drehen strebet, ist $= CG.S$, und es ist eben so viel, als wenn AB ein mathematischer, mit dreyen Gewichten, in A, G und B beschwerter Hebel wäre. Also hat man $AC = \frac{AB.Q + AG.S}{P+Q+S}$.

Es sey die Länge des Hebels $AB = a$, ferner $AG = g$, und $AC = h$: so hat man die Gleichung $h(P+S+Q) = a.Q + g.S$. Wenn nun g und S als Grössen, die ein für allemahl bekant sind, angesehen werden: so kan man von den vier Grössen a, h, P und Q, jede welche man will, finden, wenn die übrigen drey auch gegeben sind. Man erhält nemlich

$a =$

$$a = \frac{h(P+Q+S)-gS}{Q}, \quad P = \frac{(a-h)Q+(g-h)S}{h},$$

$$\text{und } Q = \frac{hP+(h-g)S}{a-h}.$$

Wenn AC = AG, oder CG = o, also der Hebel in seinem Schwerpunkt selbst unterstützt ist: so kan das eigene Gewicht des Hebels gar keine Würkung haben. In den vorigen Ausdrücken wird nun $h = g$, und die Gleichungen geben die übrigen Werthe völlig so, wie am mathematischen Hebel.

91 §.

Eine **Wage** ist nichts anders, als ein mechanisches Werkzeug, das dazu dienet, vermittelst eines Gegengewichts zu erfahren, wie schwer ein Körper sey. Wenn das Gegengewicht allemahl eben so schwer seyn muß, als der abzuwägende Körper selbst: so heist sie eine **gemeine Wage**, oder **Kramer-Wage**. Wenn aber das Gegengewicht, oder die Unterlage verschoben, und also mit einerley Gegengewicht gefunden werden kan, wie schwer jeder andre Körper sey, so heist sie eine **Schnellwage**.

49 Fig. Zur gemeinen Wage dienet jeder gleicharmiger Hebel AB, dem eine solche Gestalt gegeben ist, daß sein Schwerpunkt G seine Länge AB halbirt. Dieser heist der **Wagebalken**. Wenn an demselben die Unterlage so angebracht ist, daß sie den Schwerpunkt G unterstützt: so werden gleiche Gewichte in gleichen Entfernungen von der Unterlage im Gleichgewicht seyn. Man hängt an beyden Endpunkten die Schalen D und E mit Schnüren oder Ketten auf, und beyde Schalen mit ihren zugehörigen Schnüren müssen

gleich schwer seyn. Wenn dies Werkzeug in G so unterstützt wäre, daß es sich zwar um G frey drehen; aber der Punkt G sich nicht verrücken könnte: so würde es in jeder auch nicht horizontalen Lage ruhen, wenn in den Schalen gleiche Gewichte liegen (57 §), und bey der geringsten Ungleichheit der Gewichte würde das grössere sinken, und der Wagebalken nicht ruhen können, ohne nur in verticaler Stellung. Nun verlangt man zwar, daß der Wagebalken die geringste Ungleichheit der Gewichte durch Abweichung von der Horizontallinie anzeigen soll. Allein es ist unbequem, wenn er sogleich die verticale Stellung annimt, und das Werkzeug wird brauchbarer, wenn der Wagebalken bey einem sehr kleinen Uebergewicht auch nur wenig, aber desto mehr von der Horizontallinie abweicht, je grösser das Uebergewicht ist. Deswegen giebt man dem Wagebalken eine Einrichtung, welche auf die folgenden Gründe beruhet.

92 §.

An der für sich nicht schweren graden Linie *AB* hängen ein paar Gewichte *P* und *Q* in *A* und *B*, deren Schwerpunkt *G* ist. Eine andre für sich nicht schwere grade Linie *CD* ist in *D* an *AB* senkrecht befestiget, und nun ist diese ganze Einricheung in *C* so unterstützt, daß sie sich um *C* frey drehen; aber *C* sich nicht verrücken kan: man frägt, in welcher Lage *AB* ruhen werde. 48 Fig.

Aufl. Der Schwerpunkt G drückt mit einer Gewalt $= P + Q$ nach der Verticallinie GF unterwärts, und er wird von C nach der Richtung GC gehalten. Es sey GE auf CG, überdem FH und FE auf CG,

GE senkrecht: so stellen GH und GE die Richtungen und Grösse zwoer Kräfte vor, welche der Kraft (P+Q) nach der Richtung GF aequipollent sind. Es sey die Kraft nach GH=S, und die Kraft nach GE=V: so ist S=(P+Q)cosHGF, und V=(P+Q)sinHGF. Die Kraft S wird durch den Widerstand der Unterlage in C zernichtet; aber der Kraft V steht nichts im Wege, also muß sie die Linie CG um C drehen, und es kan das Gleichgewicht nur erfolgen, wenn V=o, also (P+Q)sinHGF=o ist. Demnach muß im Fall des Gleichgewichts sinHGF=o, folglich entweder HGF=o, oder HGF=2R seyn. Weil nun GF allemahl vertical ist: so erfolgt das Gleichgewicht nur alsdenn, wenn CG vertical ist, und also G entweder unter C in *g*, oder oberhalb C in *γ*, in der durch C gezogenen Verticallinie liegt. Weil nun CD auf AB senkrecht ist: so ist tangCGD=$\frac{CD}{DG}$, und cotCGD=tangCGD=$\frac{DG}{CD}$. Demnach erfolgt das Gleichgewicht, wenn AB die Verticallinie unter einem Winkel schneidet, dessen Tangente=$\frac{CD}{DG}$ ist, folglich die Horizontallinie unter einem Winkel, dessen Tangente=$\frac{DG}{CD}$.

93 §.

49 Fig. Auf diese Betrachtung gründet sich folgende Einrichtung der gemeinen Wagen. Die grade Linie AB zwischen den Aufhängepunkten gehe durch den Schwerpunkt G des Wagebalkens. Wenn nun der Wagebalken, also die Linie AB horizontal stehet: so

sind

sind in der Verticallinie durch G, oberhalb G etwa bey C, auf beyden Seiten ein paar Zapfen angebracht, und diese liegen in der Zange, oder Scheere, welche die Unterlage abgiebt, so daß sich der Balken um diese Zapfen drehen kan. Wenn nun GA = GB ist, und in A und B gleiche Gewichte hängen: so stehet die Wage horizontal im Gleichgewicht. Wenn aber P um etwas weniges grösser ist, als Q: so rückt der Schwerpunkt aus G nach g, und es wird $Gg = \frac{AG.P - BG.Q}{P+Q} = \frac{AG(P-Q)}{P+Q}$. Also muß P sinken, und die Wage kann nur ruhen, wenn g grade unter G fällt, und also der Wagebalken gegen die Horizontallinie, unter dem Winkel GCg, dessen Tangente $= \frac{Gg}{CG}$ geneigt ist.

94 §.

Eine Wage heist schnell, wenn sie bey der geringsten Ungleichheit der Gewichte einen merklichen Ausschlag giebt; sie heist aber eine faule Wage, wenn der Wagebalken allererst bey einer ziemlich beträchtlichen Ungleichheit der Gewichte von der Horizontallinie abweicht.

Wenn vorausgesetzt wird, daß sich der Wagebalken um seine Zapfen völlig frey drehen kan: so ist die Wage desto schneller, je kleiner die Höhe CG des Bewegungspunkts C über dem Schwerpunkt G ist, und desto fauler, je grösser diese Höhe ist. Denn die Tangente des Abweichungswinkels von der Horizontallinie ist $= \frac{Gg}{CG}$. Bey einerley Uebergewicht

ist Gg einerley, also $\frac{Gg}{CG}$ desto grösser, je kleiner CG ist. Also ist der Abweichungswinkel selbst desto grösser, je weniger C von G abstehet. Damit sich aber die Wage desto freyer drehen könne, müssen die Zapfen entweder so genau cylindrisch, als möglich, gearbeitet werden, oder, welches noch besser ist, sie müssen unterwärts, wo sie die Unterlage berühren, sich in eine Schärfe, nach Art eines Keils endigen. Uebrigens müssen auch die sogenanten Pfannen, worin die Zapfen liegen, recht glatt seyn.

95 §.

Eine falsche Wage ist eine solche, in welcher ungleiche Gewichte bey horizontaler Lage des Wagebalkens im Gleichgewicht sind. Demnach sind die Arme des Wagebalkens einer solchen Wage ungleich lang (32 §). Und wenn die Wage bey ledigen Schalen horizontal stehet, so sind die Schalen mit ihren zugehörigen Schnüren ungleich schwer, und die schwerere hängt am kürzern Arm, die leichtere am längern. Die Prüfung, ob eine Wage falsch sey, kan man leicht auf folgende Art anstellen. Man verwechsele die Schalen: so wird die schwerere Schale am längern Arm, und die leichtere am kürzern Arm kommen, also jene den Ausschlag geben.

96 §.

Vermittelst einer falschen Wage das eigentliche Gewicht einer Waare, oder andern Sache zu finden.

Aufl. Man versuche zuerst, was für ein Gegengewicht nöthig sey, wenn die Waare in der einen Scha-

Schale liegt, um den Wagebalken in die horizontale Stellung zu bringen. Man untersuche ferner, mit welchem Gegengewicht eben das erfolge, wenn die Waare in der andern Schale liegt: so ist das wahre Gewicht der Waare zwischen beyden Gegengewichten die mittlere geometrische Proportionalgrösse.

Beweis. Das Gewicht der Waare sey = M, und man nehme an, daß P und Q die in D und E nöthigen Gegengewichte sind: so ist BG:AG=P:M, und BG:AG=M:Q, also P:M=M:Q. 49 Fig.

Wäre also z. E. P=16 Unzen, Q=15 Unzen: so wäre M=$\sqrt{16 \times 15}$=15,49 Unzen. Demnach wäre in diesem Fall BG:AG=16:15,49=1600 :1549, also AG etwa um $\frac{51}{1600}$, oder $\frac{1}{32}$ kürzer, als BG.

96 §.

Die Eintheilungen einer Schnellwage liessen sich aus der bisherigen Theorie leicht herleiten, wenn es in der Ausübung nicht rathsamer wäre, sie durch Versuche zu finden. Um indessen hievon eine Probe zu geben, sey an der Schnellwage AB das Gewicht P an einer beweglichen Hülse D angebracht. Wenn nun G der Schwerpunkt des Wagebalkens nebst Schale und Schnüren, oder Ketten, und S sein Gewicht ist, Q aber die in der Schale abzuwägende Waare: so hat man für das Gleichgewicht CD.P + CG.S=CA.Q, also $CD = \frac{CA.Q}{P} - \frac{CG.S}{P}$. 50 Fig.

Demnach darf man nur zuerst $\frac{CG.S}{P}$ berechnen, und von C nach F auftragen. Nimt man sodann

FH=CA, FI=2CA, FK=3CA, u. s. f.: so sind dies die Punkte, wo P hängen muß, wenn Q eben so groß, doppelt so groß, dreymahl so groß, u. s. f. als P seyn soll.

Dafern CG=o ist, oder der Schwerpunkt selbst unterstützt ist: so ist der lange Arm mit dem kurzen, nebst Schale und Zubehör, im Gleichgewicht. Man sagt in diesem Fall, es sey der lange Arm auf den kurzen nebst Schale und Zubehör aequirt. Nun wird CF=o, also CH=CA=HI=IK, u. s. f.

Wenn der Schwerpunkt G in den langen Arm BC fällt: so kan man den Punkt H, wo ein dem Gewicht Q gleiches Gegengewicht hängen muß, durch Versuche suchen, und sodann die übrigen Abtheilungen HI=IK, u. s. f. =AC auftragen. Fiele der Schwerpunkt G in den kurzen Arm AC: so muß in dem gefundenen Ausdruck CG negativ genommen werden, und man hat überhaupt $CD = \frac{CA.Q}{P} + \frac{CG.S}{P}$. Demnach muß man $CF = \frac{CG.S}{P}$ auf den langen Arm auftragen, und übrigens wie vorhin verfahren. Nun ist F der Punkt, wo ein Gewicht =P aufgehangen, mit Schale und Zubehör im Gleichgewicht ist. Man sucht am sichersten wiederum in diesem Fall die Punkte F und H durch Versuche.

97 §.

51 Fig. Dafern die Unterlage C beweglich ist: so kan der Wagebalken selbst die Stelle des Gegengewichts vertreten, wenn das äusserste Ende desselben BD viel schwerer ist, als der übrige Theil AD. Es sey G der Schwer-

Schwerpunkt des ganzen Wagebalkens AB, und sein Gewicht = P, das an A hängende Gewicht = Q: so muß die Unterlage in C so angebracht seyn, daß $AC = \frac{AG.P}{P+Q}$ ist. Wäre demnach AG = 3 Fuß, und P = 10 Pfund: so erhielte man AG.P = 30. Setzt man ferner 1 Pfund, 2 Pfund, 3 Pfund, u. s. f. stat Q: so erhält man für AC die Werthe $2\frac{8}{11}$ Fuß, $2\frac{1}{2}$ Fuß, $2\frac{4}{13}$ Fuß, u. s. f.

98 §.

Der Bau der gemeinen Wagen sowol, als der Schnellwagen im grossen, erfordert Kentnisse, davon die Gründe hier noch nicht haben vorgetragen werden können. Wenn grosse Lasten damit sollen gewogen werden, so müssen der Wagebalken selbst, Zapfen, Scheere, Haken, Schale, Ketten, genugsame Stärke haben. Es sind Werkzeuge nöthig, die Lasten selbst in und aus der Schale zu heben. Ja die ganze Wage, die nach Proportion ihrer Grösse selbst viele Centner schwer seyn kan, muß oft von der Stelle gerückt werden, wozu Werkzeuge und Einrichtungen erfordert werden, die auch sonst überall angebracht werden können, Lasten mit Vortheil zu bewegen. Die folgenden Lehren werden von der Beschaffenheit solcher Werkzeuge näheren Unterricht geben, und man kan hiernächst aus Leupolds Theatro Statico lernen, wie diese Werkzeuge bey grossen Wagen sich vortheilhaft anbringen lassen. In eben diesem Theatro Statico findet man auch die Beschreibung der Gold- Silber- und Probier-Wagen, worin sehr kleine Gewichte noch einen merklichen Ausschlag geben.

99 §.

Vermittelst der gemeinen Wage kan man sich nun durch die Erfahrung von der Richtigkeit folgender Sätze überzeugen.

Das Gewicht eines Körpers wird weder grösser, noch kleiner, wenn man demselben eine andre Figur giebt, oder denselben in Stücke eintheilet, die so klein sind, als man will; so lange man nichts dazu setzt, oder davon abnimt. Also würkt die Schwere in einerley Theile des Körpers auf einerley Art, sie mögen in demselben inwendig, oder auswendig, unten oder oben liegen.

Es können nicht alle Körper nach Gefallen in gleichwichtige Theile getheilt werden, die zugleich einerley körperliche Grösse haben. Inzwischen giebt es auch sehr viele Arten von Körpern, die diese Eigenschaft haben, daß gleich grosse Theile von ihnen gleich wichtig sind, dahin gehören die Metalle, Wasser, Glas, und viele andre. Dies sind Körper von **gleichförmiger Schwere**, und die Gewichte zweener solcher Körper verhalten sich, wie die geometrischen Räume, die sie ausfüllen, oder wie der Umfang dieser Körper. Es ist nicht zu zweifeln, daß diese Körper nicht auch von gleichförmiger Dichtigkeit seyn sollten. Also verhalten sich auch die Gewichte dieser Körper, wie ihre Massen.

100 §.

Die Erforschung der Gewichte verschiedener Körper dienet demnach zugleich dazu, das Verhältniß ihrer Dichtigkeit zu finden, dafern nemlich jeder dieser Körper für sich von gleichförmiger Dichtigkeit ist, wie von nun an beständig wird vorausgesetzt werden,

wenn

wenn von Vergleichung der Dichtigkeit verschiedener Körper die Rede ist. Ein Cubic-Fuß Gold wiegt mehr, als ein Cubic-Fuß Bley; und ein Cubic-Fuß Bley wiederum mehr, als ein Cubic-Fuß Eisen. Da sich nun die Gewichte dieser Körper wie ihre Massen, und also wie ihre Dichtigkeiten verhalten, wenn die Körper gleich sind (7 §); so ist Gold dichter, als Bley, und Bley dichter, als Eisen. **Ueberhaupt werden sich die Dichtigkeiten dieser Körper verhalten, wie ihre Gewichte, bey gleichem geometrischen Umfang.**

101 §.

Das Gewicht eines Körpers bey einer bestimten geometrischen Grösse desselben, heist seine specifische oder besondre Schwere.

Ein Cubicfuß Queckſilber wiegt etwa 946 Pfund, ein Cubicfuß Wasser nur etwa 70 Pfund, nach Pariser Maaß und Gewicht. Demnach ist ein Cubicfuß Queckſilber ohngefehr 14mahl schwerer, als ein Cubicfuß Wasser. Deswegen wird jede andre Menge Queckſilber 14mahl schwerer, als eine eben so grosse Menge Wasser seyn.

Wenn demnach zwey Körper einerley geometrische Grösse haben, so verhalten sich ihre eigenen Schweren, wie ihre Gewichte. Eben so verhalten sich die Dichtigkeiten dieser Körper (100 §). Daher giebt die eigne Schwere eines gleichförmig dichten Körpers zugleich das Maaß seiner Dichtigkeit ab, und in dieser Absicht können in der Folge die Wörter: Dichtigkeit eines Körpers, und seine eigene Schwere, als gleichgültige Ausdrücke gebraucht werden.

102 §.

Wenn man ein für allemahl ein gewisses Maaß, z. E. eines Fusses, für die Ausmessung der Längen, also zugleich für die Ausmessung der Flächen und Körper annimt, und überdem ein gewisses Maaß, z. E. eines Pfundes, für die Ausmessung der Gewichte; so kan man sich leicht darin finden, wie die specifische Schwere der Körper zu berechnen sey. Man darf nur wissen, wie viele Pfunde ein Cubicfuß eines Körpers von jeder Art wäge: so weiß man eines jeden specifische Schwere. Will man einen Zoll für das Längenmaaß, also einen Cubiczoll für das Körper-Maaß, und eine Unze für das Maaß der Gewichte annehmen: so wird erfordert, daß man suche, wie viel Unzen ein Cubiczoll eines jeden Körpers wäge, um ihre specifische Schwere zu erfahren.

103 §.

Die specifische Schwere eines Körpers zu finden.

Aufl. Man nehme ein Stück dieses Körpers, das eine solche Gestalt hat, die man nach den Regeln der körperlichen Geometrie ohne Schwierigkeit ausrechnen kan, z. E. eines Parallelepipedi. Diesen Körper wäge man auf einer richtigen Wage, und berechne zugleich seinen körperlichen Inhalt. Das gefundene Gewicht dividire man durch den Inhalt des Körpers: so drückt der Quotient die specifische Schwere desselben in Theilen derjenigen Einheit aus, die man beym Gewicht gebraucht hat. Und wenn man bey jedem Körper von andrer Art eben die Maasse braucht: so ist das Verhältniß der herausgebrachten Quotienten gegen einander, mit dem Verhältniß der specifi-

schen Schweren oder Dichtigkeiten einerley. Denn ist der Körper m Cubicfuße groß, und wiegt n Pfunde: so findet man nach der Regel Detri, wie viel ein Cubicfuß desselben wiegt, auf folgende Art:

m Cub. F : 1 Cub. F = n Pf : Gew. von 1 C. Fuß.

Also ist das Gewicht von 1 C. Fuß = $\frac{n}{m}$ Pfund.

Ist demnach ein Körper von andrer Art μ Cub. Fuß groß, und wiegt v Pfund: so ist das Gewicht von 1 C. F = $\frac{v}{\mu}$ Pf. Nun zeigt die Vergleichung beyder Quotienten, wie vielmahl ein Cubicfuß des einen Körpers schwerer oder leichter, dichter oder dünner, als ein Cubicfuß des andern sey.

Wäre eines Körpers A Grösse = m Cub. Zoll, sein Gewicht = n Unzen; eines Körpers B von andrer Art, Grösse = μ Cub. Zoll, sein Gewicht = v Unzen: so wäre das Gewicht eines Cubiczolls von A = $\frac{n}{m}$ Unzen, und von B = $\frac{v}{\mu}$ Unzen. Diese Brüche verhalten sich wiederum, wie die specifischen Schweren oder Dichtigkeiten der Körper A und B.

104 §.

Setzt man demnach überhaupt den Umfang, oder die geometrische Grösse eines Körpers = V, sein Gewicht = P, seine specifische Schwere = G: so ist G = $\frac{P}{V}$, und man weiß nun aus dem vorigen, was dieser Ausdruck sagen wolle.

Wenn

Wenn nemlich P in Pfunden, und V in Cubicfüssen ausgedruckt ist (103 §); so ist die specifische Schwere eines solchen Körpers = 1, wovon ein Cubicfuß ein Pfund wiegt. Da alle Maasse willkührlich sind: so kan man die Dichtigkeit eines gleichförmig dichten Körpers von eben der Art, wovon nemlich ein Cubicfuß ein Pfund wiegt, ebenfalls = 1 $\frac{P}{V}$ setzen. Auf dem Fall drückt zugleich der Bruch $\frac{P}{V}$ bey jedem andern Körper aus, wie vielmahl er dichter, oder dünner sey, als der vorige.

105 §.

Der Ausdruck $G = \frac{P}{V}$ (104 §) giebt $P = G.V.$

Also wird das Gewicht eines Körpers aus seiner Dichtigkeit und Grösse gefunden, wenn man beydes in einander multiplicirt. Eben dies zeigt die gewöhnliche Regel Detri, wenn man sich nur erinnert, daß G nichts anders sey, als die Anzahl der Pfunde, die ein Cubicfuß des Körpers wiegt: oder, wenn man will, die Anzahl der Unzen, die ein Cubiczoll des Körpers wiegt, nachdem man nemlich P und V durch Cubicfusse und Pfunde, oder Cubiczolle und Unzen, ausgedrückt hat.

Es sey $G = k$ Pf. $V = m$ Cub. F: so giebt die Regel Detri

1 Cubicfuß : m Cubicfuß = k Pf : Gew. des ganzen Körpers.

Dies wird also = $k.m$ Pfund.

106 §.

106 §.

Eben der Ausdruck $G = \frac{P}{V}$, giebt auch $V = \frac{P}{G}$. Dies giebt ein Mittel ab, die geometrische Grösse eines Körpers zu finden, wenn man sein Gewicht und seine Dichtigkeit weis. Man kan sich dessen mit Vortheil bey so irregulären Körpern bedienen, die sich nach den Regeln der körperlichen Geometrie nicht füglich ausmessen lassen. Man würde eben das durch die gemeine Regel Detri herausbringen. Es sey nemlich ein Cub. Fuß des Körpers k Pfund schwer, und der ganze Körper wäge n Pfund: so erhält man

k Pf: n Pf = 1 Cub. F: Grösse des Körpers,

und diese wird $= \frac{n}{k}$ Cub. Fuß.

Wenn ein Cubicfuß Bley $802\frac{1}{8}$ Pf. wiegt, und man hat ein Stück Bley, das 3428 Pfund schwer ist: so ist die Grösse, oder der körperliche Inhalt desselben $= \frac{3428}{802\frac{1}{8}}$ Cub. Fuß $= 4\frac{1}{6}\frac{7}{4}\frac{5}{1}\frac{6}{7}$ Cubicfuß.

Und wenn ein Cub. Zoll Eisen $5\frac{1}{6}$ Unzen schwer ist, so wird ein Stück Eisen, das 3 Pfund, oder 48 Unzen wiegt, $\frac{48}{5\frac{1}{6}}$ Cub. Zoll, d. i. $9\frac{9}{31}$ Cub. Zoll groß seyn.

107 §.

Wenn die Gewichte ungleich dichter Körper gleich groß sind: so verhalten sich ihre eigenen Schweren umgekehrt, wie ihre geometrische Grösse.

Beweis.

Beweis. Wenn P, V, G, und *p*, *v*, *g*, der Körper A und B Gewicht, Grösse und eigene Schwere bedeuten: so ist P = G . V, und *p* = *g* . *v*. Ist demnach P = *p*; so wird G . V = *g* . *v*, und G : *g* = *v* : V.

Eben dieser Satz würde auch aus dem 8 § folgen. Denn bey gleichen Massen sind die Gewichte gleich (99 §).

Hieraus ergiebt sich eine ziemlich leichte Art, die Dichtigkeiten der Metalle zu vergleichen. Man kan durch das Drathziehen metallene Cylinder verfertigen, die sehr genau von gleicher Dicke sind, deren Inhalt sich also wie ihre Länge verhält (369 §. G.). Macht man nun diese Cylinder auch gleich schwer; so verhalten sich die Dichtigkeiten der Metalle, woraus sie gemacht sind, umgekehrt, wie ihre Längen.

Leupold hat von folgenden Metallen Drath durch ein Loch ziehen lassen, sie alle gleichwichtig gemacht, und das Verhältniß ihrer Längen, wie folgende Zahlen, befunden:

Gold - - -	100
Bley - - -	176
Silber - - -	183
Kupfer - - -	218
Meßing - - -	226
Eisen - - -	256
Zinn - - -	274

Theatr. Hydrost. Cap. VIII. §. 62. p. 228.

Der

Der VI. Abschnitt.

Von den Rollen und Flaschen-Zügen.

108 §.

Eine Scheibe, die sich um ihren Mittelpunkt dre- 52
hen soll, kan in Ansehung der Axe, worauf sie Fig.
ruhet, auf zweyerley Art eingerichtet seyn, nemlich
so, daß sich die Axe entweder mit der Scheibe zu-
gleich drehet, oder gar nicht mit herumgehet. Ist
die Scheibe in ihrer Mitte C durchbohrt, und auf 52
einer sonst befestigten Axe gesteckt, die sich mit der Fig.
Scheibe nicht drehen kan; so heist sie hier eigentlich
eine **Rolle**, da dann ihr äusserer Umfang einen Ein-
schnitt haben muß, damit ein Seil darum geschla-
gen, und auf solche Art eine auf der einen Seite an-
gebrachte **Last** von einer entgegen gesetzten **Kraft**
auf der andern Seite fortgezogen werden könne.

Die feste Axe, um welche sich die Rolle drehet, heist der **Polzen**.

109 §.

Um eine Rolle *ABL* liegt das Seil *DABE*, 52
und zwo gleiche Kräfte *Q* und *V* ziehen nach Fig.
den Richtungen der Tangenten *AD*, *BE*; man
frägt, wie stark der Druck auf die Unterlage
C sey, wenn das Gewicht der Rolle nicht in
Betrachtung gezogen wird.

Aufl. Wenn die Richtungen der Kräfte *Q* ein-
ander in *F* schneiden: so ist *FC* die Richtung des
Drucks (50 §), und eine diesem Druck gleiche Kraft

P, nach entgegen gesetzter Richtung FP angebracht, wird mit Q und V im Gleichgewicht seyn. Es sey demnach CG mit FE, und CH mit FD parallel; so ist $Q:P=FG:FC=V:P$, weil $V=Q$ ist. Nun sind die Halbmesser CA, CB auf AF und BF senkrecht, und weil auch $AF=BF$ (127 §. Geom.): so wird AB von CF in I senkrecht halbirt; so wie auch CF von GH in K senkrecht halbirt wird, weil CF den Winkel bey F halbirt. Also ist $Q:P=FG:2FK$. Da überdem das Dreyeck GKF ∽ AIF ∽ AIC ist (214 §. G.); so wird $FG:FK=AC:AI$, und $FG:FC=AC:AB$, also $Q:P=AC:AB$, und der gesuchte Druck $P=\frac{AB}{AC}Q$.

Ein an C hängendes Gewicht $P=\frac{AB}{AC}Q=\frac{AB}{AC}V$ kan also die Stelle der Unterlage vertreten,

wenn AB horizontal liegt, und beyde Kräfte aufwärts ziehen, weil nun CF vertical wird. Wenn
53 auch die Richtungen der Kräfte Q und V vertical,
Fig. also parallel sind: so wird der Winkel bey $F=0$, und $ACB=2R$, also AB ein Durchmesser $=2AC$, folglich in diesem Fall $P=2Q=2V$.

Das Gewicht der Rolle selbst ändert das Verhältniß der Kräfte Q und V. Weil nemlich in C der Rolle Schwerpunkt fällt: so drückt das ganze Gewicht nach der Verticallinie CF, also muß an C eine Last hängen, die mit dem Gewicht der Rolle zusammen $=\frac{AB}{AC}V$ ist, wenn das Gleichgewicht bestehen

stehen soll. Aus der Ursache wird in der Folge das Gewicht der Rolle allemahl mit zu der anzuhängenden Last gerechnet werden.

110 §.

Wenn das eine Ende des Seils DABE an dem einen Ende an einem Nagel, oder Haken befestiget ist; so trägt der die halbe Last, dafern an dem andern Ende die Kraft V vertical aufwärts zieht. Ist aber V grösser, als die halbe Last, so wird sich die Rolle drehen. Das Seil DA wird sich aufwickeln, indem BE sich abwickelt. Demnach steigt die Last um so viel, als DA kürzer, und BE länger wird. 53 Fig.

Der Haken D könte nun an einer Hülse DG, die zu einer neuen Rolle FGH gehört, befestiget seyn. Wenn nun das Seil BE über diese Rolle FGH geschlagen ist; so würde dieselbe Kraft V nach jeder Richtung herunter ziehen können, ohne daß das Gleichgewicht aufhörte, weil die obere Rolle nur ihre Richtung ändert (16 §), dafern die Seile AD und BE noch mit einander parallel bleiben. 54 Fig.

Allein bey der gewöhnlichen Art, wie man die untere Rolle mit der obern zu verbinden pflegt, bleiben diese Seile einander nicht genau parallel, und convergiren desto stärker aufwärts, je weniger die untere Rolle von der obern entfernt ist. Von der Mitte M der obern Rolle hängt nemlich die Hülse, oder der sogenante Kloben herunter, darin die Axe der Rolle befestiget ist, und unten an demselben befindet sich der Haken D, woran das Seil DA geknüpfet ist. Dies Seil ist um die untere Rolle geschlagen, und nach BE hinauf, um die obere Rolle geführt. Es ist offenbar, daß nun die Seile BE und AD bey D nicht

um

um den ganzen Durchmesser der untern Rolle mehr von einander entfernt sind, dafern beyde Rollen gleiche Durchmesser haben, welches gewöhnlich angenommen wird. Die Horizontallinie DE ist gewiß kleiner, als AB, also sind die Winkel bey A und B spitz, und AB ist selbst kein Durchmesser mehr. Demnach wird eigentlich $P = \frac{AB}{AC} V$, und die Last darf nicht mehr völlig doppelt so groß, als die Kraft seyn, um das Gleichgewicht zu erhalten. Dies folgt aus dem 109 §. Die Seile werden hier im Fall des Gleichgewichts zwar alle gleich stark gespant; aber man kan nicht sagen, daß jedes Seil die halbe Last trage, wie im Fall der 53 F., sondern jedes Seil trägt etwas mehr, als die halbe Last. Jedes Seil wird mit einer Gewalt $= V = \frac{AC}{AB} P$ gedehnt, und so stark muß der Widerstand des Hakens D seyn.

Je weiter die untere Rolle von der obern entfernt ist, desto weniger weichen die Seile von der parallelen Lage ab, und das Verhältniß der Last zur Kraft komt dem Verhältniß 2:1 desto näher. Daher nimt man auch gemeiniglich an, daß dies Verhältniß bey einer solchen Zusammenfügung der Rollen bleibe.

111 §.

55 Fig. Man kan mehr Rollen auf eben die Art mit einander verbinden, so daß sowohl in dem obern Kloben DS, als auch in dem untern CT mehr Rollen befindlich sind, und dies Werkzeug heist ein Flaschenzug. Die 55 Fig. stellt einen solchen Flaschenzug mit zwoen obern, und zwoen untern Rollen vor.

vor. Das an dem Haken D befestigte Seil DA geht um die Rolle C aufwärts nach E wieder um die Rolle M unterwärts von F nach G, abermal um die Rolle L wieder aufwärts von H nach I, endlich um die Rolle N von K nach V, und nach dieser Richtung zieht eine Kraft V. Wenn an HI nach dieser Richtung eine Kraft aufwärts zöge: so wäre oben eine Rolle weniger, als unten nöthig.

Damit die Seile nicht an einander zu liegen kommen, und sich aneinander reiben, muß jedes folgende Paar Rollen von den beyden mittlern C und M angerechnet, etwas grösser, als das vorhergehende seyn.

112 §.

An dem Flaschenzug der 55 Fig., woran man so viele Rollen anbringen kan, als man will, hängt eine Last *P*. Man frägt, wie groß die Kraft *V* seyn muß, wenn beyde einander das Gleichgewicht halten. 55 Fig.

Aufl. Man nehme an, die Last P sey abgenommen, und stat dessen die ganze Flasche CT so befestiget, daß sie sich nicht verrücken kan. Nun ziehe die Kraft V das Seil VK: so ist es eben so viel, als wenn die Kraft V das Seil IH aufwärts zöge. Wenn nun das Seil GF bey Q an einem Nagel, oder Haken befestiget wäre: so würde der Polzen L mit einer Kraft $= \frac{GH}{GL} V$ vertical aufwärts gedruckt, jedes Seil FG, IH aber bleibt mit einer Kraft $= V$ gespannt (109 §). Wenn also der Haken Q weg ist; so muß das Seil noch mit eben der Kraft gehalten werden, oder es ist so viel, als ob auch an FG nach

dieser Richtung eine Kraft = V zieht. Demnach zieht eine eben so grosse Kraft V das Seil BE aufwärts. Also wird der Polzen C vertical aufwärts von einer Kraft $= \frac{AB}{AC} V$ gedruckt, das Seil AD aber mit einer Kraft $= V$ gespannt. Die Richtung des Drucks auf L sowohl, als C, liegt in einer Verticallinie LC. Hängt also unten an der Flasche eine Last

$$P = \frac{GH}{GL} V + \frac{AB}{AC} V = \left(\frac{GH}{GL} + \frac{AB}{AC} \right) V:$$

so darf die Flasche weiter nicht befestigt seyn, und es ist alles im Gleichgewicht. Demnach hat man im Fall des Gleichgewichts $1 : \frac{GH}{GL} + \frac{AB}{AC} = V : P.$

Man sieht leicht, daß diese Schlüsse eben so fortgeführt werden können, es mögen so viele Rollen da seyn, als man will. Das Verhältniß der Kraft zur Last, ist allemahl wie eins zur Summe der Brüche, die man erhält, wenn man für jede untere Rolle die Sehne zwischen den Berührungspunkten der Seile durch den Halbmesser der Rolle dividirt.

So verhält sich die Sache nach der Theorie, wenn man alles genau nehmen will. Allein die Abweichung der Seile von der parallelen Lage in der Ausübung jedesmahl zu berechnen, würde zu weitläuftig seyn, und sie ist auch so sehr groß nicht, daß die Sehnen GH, AB, u. s. f. beträchtlich vom Durchmesser unterschieden seyn sollten. Also nimt man an, daß jeder der Brüche, wie $\frac{GH}{GL}, \frac{AB}{AC} = 2$ sey. Weil man nun jedesmahl so viele dergleichen Brüche bekomt,

komt, als untere Rollen vorhanden sind: so wird bey dieser Voraussetzung $1 : 2n = V : P$, wenn die Anzahl der untern Rollen $= n$ ist.

Wenn man die Rollen in den Flaschen so ordnet, daß die Seile genau einander parallel bleiben: so ist dies zuletzt angegebene Verhältniß der Kraft gegen die Last genau richtig, und die Last vertheilt sich unter alle Seile gleich, so daß jedes Seil von einer Kraft $= \frac{1}{2n} P$ gespannt wird. Bey dieser Einrichtung müssen die Flaschen horizontal hängen, stat dessen, daß sie bey der vorigen vertical hängen.

Leupold im Theat. mach. gen. Cap. III. §. 63. giebt die Beschreibung von einer solchen Einrichtung.

113 §.

Wenn bey V ein Gewicht hängt, das grösser ist, als zum Gleichgewicht mit P erfordert wird, so wird es sinken, und also die Last heben. Dafern nun V in einer gewissen Zeit, z. E. von einer Minute, den Weg VZ zurücklegt; so muß sich ein eben so langes Stück von der höchsten obern Rolle abwickeln, und alle Seile, woran die untern Rollen hängen, werden kürzer. Sind nun die Seile parallel, und man hat zwey untere Rollen: so wird jedes dieser Seile um $\frac{1}{4}$VZ kürzer, und eben so viel wird die Last gehoben. Bey drey untern Rollen beträgt dieser Weg der Last $\frac{1}{6}$VZ, und überhaupt $\frac{1}{2n}$VZ, bey n untern Rollen. Da nun $\frac{1}{2n}$VZ : $2n = V : P$: so verhält sich auch hier der Weg der Last zum Wege der

Kraft, wie die Kraft zur Last; wie beym Hebel (43 §).

114 §.

Wenn man sich eines Hebels, oder Flaschenzuges bedienen will, um eine Last zu heben: so kann man gewiß seyn, daß die Last würklich werde gehoben werden, wenn die Kraft grösser ist, als zum Gleichgewicht mit der Last nöthig ist, dafern nicht noch andre Hindernisse sich der Bewegung widersetzen. Will man aber dergleichen Werkzeuge würklich brauchen: so wird in den meisten Fällen noch eine beträchtlich grössere Kraft erfordert werden, als man nach der bisherigen Theorie herausbringt. Der würklichen Bewegung widersetzen sich nemlich noch mehr Hindernisse, als bisher in Betrachtung gezogen sind, und dahin gehört vornemlich das Reiben eines Körpers an den andern, oder die sogenante Friction.

Die Oberflächen der Körper sind nie so vollkommen glatt, daß sich auf denselben nicht eine unzählige Menge kleiner Erhöhungen und Vertiefungen befinden sollten. Wenn nun ein Körper an der Oberfläche des andern fortgeschoben, und zugleich gegen dieselbe gedruckt wird, so begeben sich die Erhöhungen des einen zwischen die Vertiefungen des andern. Deswegen kan einer auf dem andern nicht anders fortgehen, es sey denn, daß die Theile des einen, welche dem andern im Wege sind, niedergebeuget, oder gar von den übrigen abgerissen werden. Dieser Widerstand, womit die Bewegung eines Körpers gehindert wird, wenn er auf der Oberfläche eines andern fortgeführt, und zugleich gegen dieselbe gedruckt wird, heist das Reiben, oder die Friction.

115 §.

Jedes Hinderniß der Bewegung ist selbst eine bewegende Kraft (1 §), also ist es auch die Friction. Die Richtung dieser Kraft ist allemahl der Richtung entgegen, nach welcher die Bewegung, die sie hindert, erfolgen würde. Wenn ein schwerer Körper, der eine ebene Grundfläche hat, auf einer ebenen horizontalen Oberfläche, z. E. eines Tisches liegt: so verursacht die Friction, daß schon eine ziemliche Kraft erfordert wird, den Körper nach der horizontalen Richtung fortzuschieben. Das Gewicht des Körpers kan die Bewegung nicht hindern, weil es ganz von dem Tisch getragen wird. Je rauher beyde Flächen sind, je schwerer der Körper ABC, und je stärker also der Druck ist, welcher eine Fläche gegen die andere preßt, desto stärker ist die Friction, desto mehr Kraft wird also erfordert, sie zu überwinden.

Alte Rollen, die mit Gewichten beschwert sind, werden gegen ihre Polzen, und alle mit Gewichten beschwerte Hebel gegen ihre Unterlagen gedruckt. Daher entstehet bey diesen Werkzeugen eine Kraft der Friction, welche die angebrachte Kraft zusamt dem Gegendruck der Last überwinden muß, bevor sie die Last heben kan. Wie stark nun die Gewalt der Friction in jedem Fall sey, läst sich so leicht nicht ausmachen, und die Sache wird in der Folge weiter untersucht werden. Hier genügt es, nur einigermassen die Umstände anzuführen, worauf man bey der Einrichtung der mechanischen Werkzeuge zu sehen habe, damit die Friction so geringe werde, als die übrige Beschaffenheit der Werkzeuge zuläst.

116 §.

Je rauher die Flächen sind, die an einander gedruckt werden, desto stärker, und je glätter sie sind, desto geringer ist die Friction. Nun läst sich die Oberfläche eines Körpers desto glätter arbeiten, je härter die Masse des Körpers ist; daher läst sich die Friction bey härtern Körpern, z. E. bey Metallen, mehr als bey weichern, dergleichen das Holz ist, durchs glätten, oder poliren vermindern. Inzwischen läst sich doch kein Körper so vollkommen poliren, daß er nicht noch kleine Ungleichheiten behalten sollte. Wegen dieser noch übrigen Ungleichheiten überdeckt man die Flächen mit einem flüßigen und schlüpfrigen Körper, dergleichen Fett, oder Oel ist. Dies dient kleine Vertiefungen auszufüllen, und verhindert zugleich die gar zu dichte Berührung der Flächen. Hiebey aber muß man die Natur der Materie des Körpers wohl kennen, um das Uebel durch Einschmieren nicht noch ärger zu machen, weil nicht jede Materie einerley Fettigkeiten verträgt. Holz auf Holz verträgt gar kein Fett, so wenig als Messing auf Messing, und letzteres wird dadurch so angegriffen, daß es bey einem etwas starken Druck gegen einander gar verstockt, und sich in einander setzt.

117 §.

Je geringer der Druck ist, der beyde Flächen gegen einander presset, desto geringer ist die Friction, und man hat durch die Erfahrung befunden, daß die Friction der Grösse dieses Drucks, wenn alle übrigen Umstände einerley sind, ziemlich genau proportional, also bey einem doppelten Druck, etwa doppelt so stark, bey einem dreyfachen Druck, etwa dreymahl so stark sey, u. s. f.

Dem-

Demnach muß man bey mechanischen Werkzeugen dahin sehen, daß der Druck der Theile gegen einander, der von ihrer Schwere herrührt, so klein werde, als die übrigen Umstände zulassen.

Daher kan man grosse und starke Wagebalken nicht brauchen, wenn die Gewichte sehr klein sind. Bey schweren Gewichten ist man dazu genöthiget, starke Wagebalken zu brauchen, weil schwächere die Last nicht tragen können.

Da übrigens die Friction eigentlich alsdenn ihren Widerstand äussert, wenn ein Körper an der Oberfläche des andern fortgeschoben wird: so muß man das Fortschieben einer Fläche an der andern, wo es sich thun läst, vermeiden. Wenn die Zapfen, um welche sich ein Wagebalken drehen soll, cylindrisch sind; so müssen ihre Oberflächen an den inwendigen Flächen der Pfannen oder Zapfenlager hinrutschen, daher die Friction einen beträchtlichen Widerstand leistet. Aus dieser Ursache giebt man den Zapfen die herzförmige Figur (94 §), damit der Zapfen beym Ausschlag sich nur auf eine Seite lege, und die ganze Wage sich um die äusserste Schärfe des Zapfens drehe.

118 §.

Wenn eine Rolle sich um ihren Polzen drehet: so äussert sich die Friction zwischen der Oberfläche des Polzens, und der inwendigen Fläche der durch die Rolle gebohrten Oefnung. Also ist es so viel, als wenn an dem Umfange der Oefnung noch eine Last, nach einer der Kraft entgegen gesetzten Richtung angebracht wäre. Wenn nun diese $=F$ ist, und die Kraft $=V$: so wird nicht erfordert, daß eine am Umfang der Rolle angebrachte Kraft $V=F$

sey, um mit der Friction im Gleichgewicht zu seyn.
56 Zieht die Kraft V nach der Tangente AV: so würkt
Fig. die Friction ebenfalls nach der Richtung der Tangente BF des Umfangs der inwendigen Oefnung. Also ist V mit F schon im Gleichgewicht, wenn ACV = BC.F (48 §), also $V = \frac{BC}{AC} F$ ist.

Je grösser demnach die Rolle selbst in Vergleichung der Dicke ihres Polzens ist, desto weniger würde die Friction ihrer Bewegung hinderlich seyn, wenn nicht grössere Rollen wieder mit einem grössern Gewicht auf die Polzen drückten, und wegen dieser Ursache die Friction wieder verstärkten. Doch ist diese Vermehrung so sehr beträchtlich nicht, und es behalten dem ungeachtet auch selbst noch aus einer andern gleich anzuführenden Ursache, grössere Rollen vor kleinern den Vorzug.

119 §.

Beym Gebrauch der Rollen ist die Härte und Unbiegsamkeit der Seile noch ein neues Hinderniß der Bewegung, welches nothwendig in Betrachtung gezogen werden muß, wenn man in der Ausübung bey besondern Fällen beurtheilen will, ob die Last von der Kraft würklich werde bewegt werden. Die Stärke dieses Widerstandes hängt von folgenden Umständen ab. 1) von der Kraft, womit die Seile gespannt sind, 2) von ihrer Dicke, 3) von der Grösse ihrer Krümmung. Amontons ist der erste, der diese Sache durch Versuche in ihr gehöriges Licht zu setzen bemühet gewesen ist, die er in den Memoires de l'Academie de Paris Ao. 1699 erzehlt, und Mollet in

den Leçons de Physique Tom. III. Lect. IX. gleichfalls beschreibt. Aus seinen Versuchen fliessen folgende Regeln. Der von der Unbiegsamkeit der Seile abhängende Widerstand nimt zu

1) in dem Verhältniß der Kräfte, welche die Seile spannen,
2) in dem Verhältniß der Dicke der Seile, und
3) im umgekehrten Verhältniß der Durchmesser der Rollen.

In Ansehung dieses letzten Punkts scheinen Mollets Versuche von den Amontonschen abzuweichen. Zwar fand Moller ebenfalls, daß sich die Seile desto schwerer biegen, je kleiner die Durchmesser der Rollen sind, jedoch nicht in dem umgekehrten Verhältniß dieser Durchmesser. Die Sache wird unten in der Mechanik ausführlicher vorkommen. So viel bleibt gewiß, daß auch wegen dieser Unbiegsamkeit der Seile grössere Rollen mit mehr Vortheil als kleinere gebraucht werden.

Der VII. Abschnitt.

Vom Rade an der Welle und dem Räderwerk.

120 §.

Wenn eine cylindrische Axe AB senkrecht durch die Mitte einer Scheibe geht, und an derselben so befestiget ist, daß wenn die Axe gehörig unterstützt ist, sie sich mit der Scheibe zugleich drehen muß: so 57 Fig.

heist dies Hebezeug hier ein Rad, und die Axe wird die zugehörige Welle genant. Diese Welle ist gewöhnlich an beyden Enden mit Zapfen versehen, die auf gehörig eingeschnittenen, oder eingebohrten Zapfenlagern ruhen. Wenn an der Welle ein Seil befestiget ist, das sich auf dieselbe aufwickeln muß, indem das Rad mit der Welle gedrehet wird: so läst sich vermittelst desselben eine in diesem Seil hängende Last P herauf ziehen, da dann eine Kraft V am Umfang des Rades auf mancherley Art angebracht werden kan. Das Rad kan auf dem Umfang einen Einschnitt haben, wie die Rolle, so daß man ein Seil um den Umfang legen kan, woran die Kraft ziehet. Gemeiniglich komt es in solchem Fall auch in Ansehung seiner übrigen Gestalt, Welle und Polzen ausgenommen, mit der Rolle überein, nur daß es gewöhnlich viel grösser, als die Rolle ist.

121 §.

Inzwischen ist es gar nicht nothwendig, daß das Rad selbst die Gestalt einer Scheibe völlig behalte. Weil man die Kraft am Umfang auf viele verschiedene Arten anbringen kan: so macht es die jedesmalige besondere Art, wie die Kraft würken soll, nothwendig, dem Werkzeug bald diese, bald jene Gestalt zu geben. Die Welle, welche umgedrehet werden soll, bleibt dabey allemahl das vornehmste Stück, und hiernächst ist die jedesmalige Absicht, daß die Richtungslinie, nach welcher die angebrachte Kraft würkt, beständig gleich weit von der Welle entfernt bleiben soll, die Welle mag sich drehen, wie sie wolle. Daher kan man alle Arten der sogenanten Haspel mit hieher rechnen, wenn nemlich an der Rolle AB

nur etliche Arme, wie CG, DG, EG, FG befestigt 57 F.
sind, die von Menschen fortgeschoben werden können.
Die Welle liegt in diesem Fall entweder wagrecht,
oder steht lothrecht: im ersten Fall heist es ein
Creuzhaspel (lucula), im letztern Fall, eine Erd-
winde, oder Göpel (ergata). Wenn stat der Ar-
me an beyden Enden der Welle eine Kurbel ange-
bracht ist: so heist es ein Hornhaspel, dergleichen
in den Bergwerken häufig gebraucht wird. Befin-
det sich an der Welle ein würkliches Rad, auf dessen
Umfang Zapfen, oder sogenante Hörner eingesetzt
sind: so heist es ein Radhaspel.

122 §.

Eine Ebene *MN* ist in der graden Linie *AB* 58
so unterstüzt, daß sie sich zwar um diese gra- 59
de Linie frey drehen, aber *AB* sich nicht ver- Fig.
rücken kan. In zweenen Punkten *D* und *F*
sind ein paar Kräfte *P* und *V* nach senkrech-
ten Richtungen auf dieser Ebene so ange-
bracht, daß sie selbige nach entgegen gesetzten
Richtungen um *AB* zu drehen streben: man
sucht das Verhältniß dieser Kräfte für das
Gleichgewicht, und zugleich die Stärke des
Drucks beyder Kräfte zusammen auf die gra-
de Linie *AB*.

Aufl. Man ziehe DC und FE auf AB senkrecht. 58
Wenn nun AB zwischen D und F liegt; so müssen Fig.
beyde Kräfte V und P nach einer Seite der Ebene
MN ziehen, und man weis, daß V.CD = P.FE
seyn müsse (59 §), wenn beyder Kräfte Schwer-
punkt in AB fallen soll. Man ziehe also DF, welche
AB in G schneidet, so ist G der Schwerpunkt. Denn

man

man hat V:P=FE:CD=FG:DG. Eine Kraft S=V+P aber, die in G hängt, drückt AB in dem Punkt G so stark, als beyde Gewichte P und V zusammen. Und dies Gewicht S muß in E mit einer Kraft $= \frac{GC.S}{CE}$, und in C mit einer Kraft $= \frac{GE.S}{CE}$ gehalten werden (40 §). Es ist aber GE:GC=FE:CD=V:P, also GE+GC:GC=V+P:P, oder $\frac{GC}{CE} = \frac{P}{V+P} = \frac{P}{S}$, und GE+GC:GE=V+P:V, oder $\frac{GE}{EC}S = V$. Also wird $\frac{GC}{CE}S = P$, und $\frac{GE}{EC}S = V$, und die Ebene wird so stark gedruckt, als wenn P in E, und V in C hienge.

59 Fig. Wenn D und F auf einer Seite der Linie AB liegen, so müssen P und V nach entgegen gesetzten Richtungen ziehen. In diesem Fall wird DF mit AB in einem Punkt H zusammenstossen, der nicht zwischen C und E liegt, und H muß von einer Kraft Q=P−V gehalten werden, wenn alles im Gleichgewicht seyn soll. Ueberdem muß FH.P=DH.V seyn. Es ist aber FH:DH=FE:DC, also muß V:P=FE:DC, oder V.DC=P.FE seya, wie vorhin. Der Punkt H wird nun von einer Kraft $Q = \frac{DF.P}{DH}$ aufwärts gedruckt, und muß von einer solchen Kraft, die unterwärts zieht, gehalten werden. An stat einer

ner solchen Kraft kan in E eine Kraft $p = \frac{CH.Q}{CE}$ unterwärts, und in C eine Kraft $v = \frac{EH.Q}{CE}$ aufwärts ziehen (40 §). Weil nun DC : FE = CH : EH = P : V : so ist CH − EH : EH = P − V : V, oder $\frac{EH}{CE} = \frac{V}{P-V} = \frac{V}{Q}$. Weil ferner CH − EH : CH = P − V : P; so ist $\frac{CH}{CE} = \frac{P}{P-V}$ $= \frac{P}{Q}$. Also wird $p = P$, und $v = V$, und die Axe AB wird eben so gedruckt, als wenn die Kraft P in E, und V in C, jede in ihrer Richtung angebracht wäre.

123 §.

Ein paar Ebenen *AK*, *AC* schneiden einander in der graden Linie *AB*, und sind an einander so befestiget, daß sie sich nicht verrücken können. Die Linie *AB* ist so unterstützt, daß der ganze Flächenwinkel sich um *AB* drehen kan. An dem Punkt *D* der Ebene *AC* ist eine Kraft *V*, an dem Punkt *F* der Ebene *AK* eine Kraft *P*, beyde nach senkrechteg Richtungen auf diesen Ebenen so angebracht, daß sie den Flächenwinkel nach entgegen gesetzten Richtungen um *AB* zu drehen streben: man sucht das Verhältniß dieser Kräfte für das Gleichgewicht, und zugleich, wie stark diese Kräfte auf *AB* drücken. 60 Fig.

Aufl. Man ziehe DE und FG auf AB senkrecht, und EH mit GF parallel. Man nehme ferner EH = GF, und lasse an H eine Kraft Π = P mit P nach einerley Richtung, und zugleich eine andere Kraft p = P nach grade entgegen gesetzter Richtung ziehen. Nun sind p und Π im Gleichgewicht (122 §). Wenn also P und V im Gleichgewicht sind, so bleibt alles in Ruhe. Aber auch P und p sind im Gleichgewicht (122 §). Also müssen auch V und Π im Gleichgewicht seyn. Nun ist DEH ein Winkelhebel, wie im 48 §, und es muß V : Π = HE : DE seyn, also auch V : P = FG : DE. Demnach sind auch in diesem Fall des Gleichgewichts die Momente der Kräfte P und V in Ansehung der graden Linie AB gleich, weil V.DE = P.FG seyn muß.

Die Kräfte p und Π können zum Druck auf die Axe AB gar nichts beytragen: es ist dieser Druck allemal einerley, beyde Kräfte mögen zusammen an H bleiben, oder weg seyn. Nun drücken aber V und Π den Punkt E so, als wenn sie unmittelbar in E nach ihren Richtungen Ev, Eπ angebracht wären. Auch p und P drucken AB so, als wenn die Kraft p in ihrer Richtung Ep an E, und P in ihrer Richtung GP an G angebracht wäre (122 §). Da nun p = Π ist: so heben diese Kräfte an E einander auf, und an E drückt eine Kraft = V nach einerley Richtung mit V, an G aber eine Kraft = P gleichfalls nach einerley Richtung mit P.

124 §.

61 Fig. An der Welle des Rades *HI* hängt die Last *P* vertical, und an dem Umfang des Rades ist in dessen Ebene an *C* eine Kraft *V* angebracht, die

die nach der Richtung *CV* zieht: man sucht das Verhältniß zwischen Kraft und Last für das Gleichgewicht.

Aufl. Rad und Welle drehen sich zugleich um die geometrische Axe AB der Welle, wenn eins von beyden das Uebergewicht hat. Des ganzen Werkzeugs Schwerpunkt liegt in dieser Axe, also kan das Gewicht desselben in der Würkung der angebrachten Kräfte V und P nichts ändern, weil AB unterstützt ist. Nun hängt das Seil FP vertical, und berührt den Kreis, welchen ein durch F geführter, auf der Axe AB senkrechter Schnitt, durch die Axe der Welle giebt. Also ist FG horizontal, und zugleich die Ebene FGB horizontal, wenn auch AB horizontal liegt. Man ziehe ED auf CV senkrecht: so ist DV auf der Ebene GED senkrecht, weil GED auf des Rades Ebene senkrecht ist, und man hat $ED = EC \sin ECV$. Nun sind die Ebenen FGE, GED, wie im vor. § zusammengesetzt, und man hat für das Gleichgewicht $V:P = FG:DE = FG:EC \sin ECV$.

Wenn die Kraft nach der Tangente des Rades zieht, also CV auf EC senkrecht ist: so wird $V:P = FG:CE$. Also verhält sich in diesem Fall die Kraft zur Last, wie der Welle Halbmesser zu des Rades Halbmesser.

Dies Verhältniß der Kraft und Last bleibt, wenn gleich die Welle vertical stehet, dafern nur die Richtungen der Kraft und Last in Ebenen liegen, die auf der Welle Axe senkrecht stehen, und zugleich Tangenten vom Umfang der Welle und des Rades sind.

125 §.

In eben der Vorausſezung des vor. §. zu beurtheilen, wie ſtark Welle, Zapfen und Zapfenlager ſeyn müſſen, damit keines von allen zerbreche, oder weiche.

61 Fig.

Aufl. Es ſey K des Rades mit ſeiner Welle Schwerpunkt, und beyder Gewicht zuſammen = Q: ſo wird K von einer Laſt = Q gedrückt. Auf G drückt eine Laſt = P (123 §). Wenn nun L beyder Gewichte Schwerpunkt iſt, ſo daß $AL = \frac{AG.P + AK.Q}{P+Q}$; ſo drückt auf L eine Laſt = P+Q. Auf E drückt überdem eine Kraft = V, nach einer mit CV parallelen Richtung. Wenn nun auch dieſe vertical iſt, ſo druckt auf M eine Lbſt = P+Q+V, wenn $AM = \frac{AG.P + AE.V + AK.Q}{P+Q+V}$ iſt. Alſo muß die Welle ſo ſtark ſeyn, daß ſie dieſen Druck aushalten kan. Wegen der Laſt P drückt auf A eine Laſt = $\frac{BG.P}{AB}$, und wegen der Laſt Q ein Gewicht = $\frac{BK.Q}{AB}$, alſo zuſammen eine Laſt $\frac{BG.P + BK.Q}{AB}$ nach der verticalen Richtung AR. Ueberdem wegen der Kraft V ein Gewicht = $\frac{BE.V}{AB}$, und zwar nach einer mit CV parallelen Richtung AN (40 §). Dieſe beyden Kräfte kan man nach dem 55 § auf eine bringen, wenn man weis, was CV für

einen

einen Winkel mit der Verticallinie macht. Wie stark B gedruckt wird, findet man eben so.

126 §.

Ein Rad, wenn es sich drehet, kan ein andres zugleich mit umdrehen, wenn jenes auf seinem Umfange Erhöhungen hat, die in Vertiefungen auf des andern Umfang eingreifen. Diese Erhöhungen heissen Zähne, oder auch Kämme. Das Rad heist ein Stern-Rad, oder Kron-Rad, nachdem die Zähne in der Ebene des Rades nach den Richtungen des Halbmessers liegen, oder auf des Rades Ebene senkrecht stehen. Im letzten Fall heist es auch ein Kammrad.

Wenn man mehrere Räder so zusammenfügt; so sind insgemein an einer Welle zwey Räder befestiget, wovon das eine ein drittes, das seine besondere Welle hat, in Bewegung setzt. Von den beyden Rädern, die zu einer Welle gehören, ist gewöhnlich das eine in Vergleichung des andern sehr klein, und wird ein Getriebe genant. Die Gestalt eines Getriebes kan von der gewöhnlichen Gestalt eines Rades verschieden seyn, weil es nur dazu dienen soll, daß mehrere Räder an verschiedenen Wellen einander ihre Bewegung mittheilen können. Wenn es aus zwo parallelen Scheiben bestehet, die vermittelst mehrerer an ihrem Umfang eingesetzter Stäbe zusammengefügt sind: so heist es ein Trilling, und die Stäbe dienen stat der Zähne. Die Triebstöcke des eigentlich sogenanten Getriebes sind am Umfang der Welle eingelegt: zuweilen sind in der Welle Vertiefungen eingeschnitten, und im letzten Fall heist es ein Rumpf.

127 §.

62 Fig. Das Getriebe *LDM* an der Welle des Rades *ABG* greift in die Zähne des Rades *HIK*, und das Getriebe *NiF* an der Welle des letztern Rades wiederum in die Zähne eines dritten Rades *QRS*, u. s. f. An der Welle *TWX* des letztern Rades hängt eine Last *P*, und am Umfang des ersten *ABG* zieht die Kraft *V* nach der Richtung *AV* der Tangente. Man sucht das Verhältniß zwischen Kraft und Last für das Gleichgewicht.

Aufl. Man setze die Halbmesser der Räder ABG, HIK, QRS, u. s. f. sind *a*, *b*, *c*, u. s. f. der Getriebe an ihren Wellen α, β, γ, da dann am letzten Rade der Halbmesser der Welle, woran die Last hängt, stat des Getriebes zu verstehen ist. Wenn nun an dem Triebstock D des ersten Rades eine Last $Y = \frac{a}{\alpha} V$ hienge: so würde sie mit V im Gleichgewicht seyn. Also drückt der Triebstock mit dieser Gewalt gegen den Zahn K des zweyten Rades nach der Richtung der Tangente desselben, und es ist so viel, als wenn eine Kraft $= Y$ diesen Zahn aufwärts triebe. Würde demnach an dem Triebstock F eine Kraft $Z = \frac{b}{\beta} Y = \frac{b}{\beta} \cdot \frac{a}{\alpha} V$ aufwärts angebracht, so wäre zwischen Y und Z ein Gleichgewicht. So stark drückt demnach der Triebstock F gegen den Zahn O des folgenden Rades, und es ist so viel, als wenn an dem Zahn O ein Gewicht $= Z$ hienge. Mit diesem Gewicht aber ist an der Welle TWX eine Last

P=

$P = \frac{c}{\gamma} Z = \frac{c}{\gamma} \cdot \frac{b}{\beta} \cdot \frac{a}{\alpha} V$ im Gleichgewicht, und man hat $V : P = \alpha . \beta . \gamma : a . b . c$.

Man siehet leicht, daß diese Schlüsse fortgesetzet werden können, der Räder mögen so viele seyn, als man will. Das Verhältniß der Kraft zur Last ist aus den Verhältnissen der Halbmesser aller Getriebe zu den Halbmessern der an eben der Welle liegenden Räder zusammengesetzt.

128 §.

Ist demnach die Kraft V nur etwas weniges grösser, als $\frac{\alpha}{a} \cdot \frac{\beta}{b} \cdot \frac{\gamma}{c} P$: so wird sie das Räderwerk in Bewegung setzen, und die Last heben, dafern sonst kein Widerstand da ist, der die Bewegung hemmet. Ein solcher Widerstand ist aber allemahl da, wegen der Friction der Zähne, und Triebstöcke gegen einander, und der Zapfen an den Wellen gegen ihre Zapfenlager. Damit die Friction zwischen Zahn und Triebstock so sehr, als möglich verhindert werde, müssen sie eine solche Gestalt haben, daß eins sich über dem andern mehr wälzt, als schiebt. Wie in solcher Absicht diese Gestalt der Zähne und Triebstöcke beschaffen müsse, hat Römer zuerst gewiesen, und Wolf bedauret noch in den Elem. Mechan. §. 960, daß man diese Art, die Zähne und Getriebe zu bearbeiten, in der Ausübung noch nicht eingeführet habe. Herr Kästner aber erzehlt im zweyten Theil seiner Math. Anf. im 76 § der Statik, daß man ihre Wichtigkeit und Brauchbarkeit im grossen bey den Maschinen des Herrn Bergraths

Borlachs in den Salzwerken zu Kösen bey Naumburg nunmehro sehen könne.

129 §.

Um die Friction der Zapfen an der Welle auf ihrem Lager zu vermindern, werden die Zapfen grosser Räder oft wieder auf zwo andre kleine metallene Räder, oder auch Rollen mit dünnen Zapfen gelegt, damit die Axe des grossen Rades sich zwischen den beyden kleineru Rädern wälze, weil diese allezeit unter ihr weichen. An den Axen der kleinen Räder thut die Friction freylich auch ihre Würkung; allein sie wird wegen der beyden Rollen, aus der im 118 § schon angeführten Ursache, leichter überwunden. Gesetzt, der Zapfen B des grossen Rades A drehe sich auf einem sonst gewöhnlichen Lager, und die Friction

63 Fig.

sey = F. Wenn nun des Rades und des Zapfens Halbmesser R und *r* sind: so wird am Umfang des Rades eine Kraft $V = \frac{r}{R} F$ mit F im Gleichgewicht seyn. Hieraus folgt, daß die Friction desto leichter überwunden werde, je kleiner der Zapfen in Vergleichung des Rades ohne Nachtheil der Festigkeit seyn kan. Liegt aber der Zapfen B auf den beyden kleinen Rädern C und D, und sind dieser kleinern Räder und ihrer Zapfen Halbmesser S und *s*: so entstehet zwar an den Zapfen der kleinen Räder wiederum eine Friction = *f*. Aber nun ist der Zapfen B als ein Getriebe anzusehen, welches die Räder C und D treibet. Und wenn die Friction an eines jeden kleinen Rades Zapfen = *f* ist: so hält eine Kraft $v = 2\frac{s}{S} \cdot \frac{r}{R} f$ damit das Gleichgewicht. Nun ist

ein-

einmahl $f < E$, weil auf jeden Zapfen C und D nur etwas mehr, als die halbe Last des Zapfens B druckt.

Also ist schon $\frac{r}{R} f < V$. Wenn demnach S auch nur $= 2s$ wäre: so bliebe gewiß $v < V$. Aber gewöhnlich ist $S > 2s$, und also noch um so mehr $v > V$. Demnach wird hier wiederum desto mehr gewonnen, je kleiner die Zapfen der Räder C und D in Ansehung der Grösse dieser Räder seyn können.

130 §.

Wenn ein Gewicht V an einem Seil das Rad A zieht, an dessen Welle bey I eine Last P hängt: so wird V um die Linie VW sinken müssen, wenn die Last um die Höhe Pp gehoben werden soll, und es ist allemahl $VW : Pp = BE : BH$. Indem nemlich der Punkt F nach E komt, muß sich ein Stück des Seils abwickeln, welches dem Bogen FE gleich ist, und um so viel sinkt V, also ist $VW = FE$. Indem aber der Halbmesser BF in die Lage BE komt, muß BI in die Lage BK kommen, so daß der Winkel $EBK = FBI$ bleibt. Also wird der Winkel $FBE = KBI$, und der Bogen $IK \backsim FE$. Es wickelt sich aber auf der Welle ein Stück des Seils $= IK$ auf, und um so viel steigt die Last P. Demnach ist $Pp = IK$. Aber $FE : IK = BE : BH$ (225 §. G.), also auch $VW : Pp = BE : BH$. 64 Fig.

Soll nun V mit P im Gleichgewicht seyn: so wird erfordert, daß $BE : BH = P : V$, also auch $VW : Pp = P : V$ sey. Demnach verhält sich auch beym Rade an der Welle der Weg der Kraft zum Wege der Last, die sie zugleich zurück legen würden, wie die Last zur erhaltenden Kraft.

Eben dieser Satz behält noch seine Richtigkeit, wenn auch mehr Räder mit einander verbunden sind,
62 Fig. wie in der 62 Fig. Indem das Rad ABG einmahl herumgeht, drehet sich I nur bis D, wenn der Bogen ID = dem Umfang des Getriebes DLM ist, und es ist der Umfang ABG : ID = $a : \alpha$, wenn die Buchstaben des 127 §. auch hier gebraucht werden. An des Getriebes dNF Umfang komt also i in d, wenn der Bogen $id \backsim$ IE, also ID : $id = b : \beta$ ist. An der Peripherie des Rades QRS komt in eben der Zeit Q in F, wenn der Bogen QF = id ist, also ID : QF = $b : \beta$. Zugleich rückt am Umfang der letzten Welle q nach W, wenn qW $\backsim$ QF, also QF : qW = $c : \gamma$ ist. Also hat man Per. ABG : qW = $a.b.c : \alpha.\beta.\gamma$. Weil nun für das Gleichgewicht P : V = $a.b.c : \alpha.\beta.\gamma$ (127 §), und ABG der Weg der Kraft, qW der Weg der Last ist: so ist auch hier der Weg der Kraft zum Wege der Last, wie die Last zur erhaltenden Kraft.

Der VIII. Abschnitt.

Vom schiefen Druck gegen eine Fläche, und dem Keil.

131 §.

64 Fig. Wenn eine ebene Fläche MN, die horizontal liegt, gehörig unterstützt ist, und auf derselben liegt ein schwerer Körper AB so, daß die Verticallinie GH durch seinen Schwerpunkt innerhalb des Grundes fällt,

fällt, worauf er stehet: so liegt der Körper selbst nicht allein auf dieser Ebene völlig ruhig, sondern die Ebene trägt auch die ganze Last desselben. So lange der Körper solchergestalt von der Ebene getragen wird, ist es so gut, als ob er aller seiner Schwere beraubet wäre.

Ist das Gewicht des Körpers = P, und eine an G angebrachte Kraft V=P zieht den Körper vertical aufwärts: so thut diese eben das, was die Ebene ausrichtet. Auf eine ähnliche Art widersteht jede feste und unbewegliche Ebene dem ganzen Druck einer Kraft, deren Richtung auf ihr senkrecht stehet.

132 §.

Dafern die Ebene ON, worauf der Körper A liegt, nicht horizontal ist, sondern die horizontale Ebene MN unter einem spitzen Winkel = α schneidet: so drückt die Schwere zwar den Körper A, dessen Gewicht P ist, gleichfalls gegen die Ebene ON; aber die Ebene kan nicht dem ganzen Druck P widerstehen. Es sey nemlich G des Körpers Schwerpunkt, GE die Verticallinie, welche die Ebene ON in D, und die Ebene MN in E trift; ferner sey GC auf der Ebene ON senkrecht: so ist die Ebene des Dreyecks GCD auf beyden Ebenen MN und ON zugleich senkrecht, folglich ist sie die Ebene des Neigungswinkels beyder Ebenen ON und MN gegen einander (313 §. G.). Schneidet sie also ON in OF, und MN in MF: so ist OFM, oder DFE = α = CGD. Man ziehe GH mit CD, also mit ON (311 §. G.) parallel, und DH parallel mit CG: so zerlegt sich die nach GD drückende Kraft des Gewichts P in zwo andre, nach

66 Fig.

GC und GH. Es sey jene $=N$, diese $=V$: so wird $N=P\cos\alpha$, und $V=P\sin\alpha$ (56 §). Dem ganzen Druck N widerstehet die Ebene ON, vorausgesetzt, daß der Punkt C noch innerhalb der Grundfläche des Körpers A fällt, womit er an der Ebene ON anliegt. Aber es ist nichts vorhanden, was den Druck der Kraft V aufhalten kan. Demnach bleibt der Körper A auf der Ebene nicht ruhig liegen, es sey denn, daß in G eine Kraft $=P'\sin\alpha$ nach der entgegen gesetzten Richtung *Gh* angebracht ist, die der Kraft V das Gleichgewicht hält.

So läst sich in allen Fällen der Druck einer Kraft gegen eine Ebene, dessen Richtung auf der Ebene nicht senkrecht ist, in zwo Kräfte zerlegen, wovon die eine nach einer auf der Ebene senkrechten Richtung, die andre aber nach einer mit ihr parallelen Richtung würkt, da dann die Ebene nur dem senkrechten Druck widerstehet.

133 §.

Wenn eine an G angebrachte Kraft den Körper A erhalten soll, daß er nicht längst der schiefen Ebene ON herunter gehen kan: so muß ihre Richtung in einer verticalen Ebene liegen, die zugleich auf der schiefen Ebene *ON* senkrecht ist.

66 Fig. Es sey nemlich GL die Richtung einer solchen Kraft X, welche die Ebene ON in L ausser der Ebene GCD trift: so mag sich X zu P, wie man will, verhalten, es wird allemahl aus beyden Kräften X und P eine dritte Z nach der Richtung GS entstehen, die zwischen den Schenkeln des Winkels DGL liegt, und also auf ON schief stehet. Daher kan die Ebene ON den ganzen Druck nach GS nicht aufhalten, sondern

die

die Kraft Z zerlegt sich in zwo andre, eine nach der senkrechten Richtung GC, welche die Ebene ON aufhält, und eine andre nach einer mit SC parallelen Richtung. Der letztern ist nichts im Wege; also kan die Kraft X nach der Richtung GL allein den Körper nicht halten.

Dafern aber an G eine Kraft Y nach der Richtung *Gl* angebracht ist, die in der Ebene GCD liegt: so kan es seyn, daß diese Kraft Y das Gleichgewicht herstellt, wenn gleich *Gl* eben nicht mit *Gh* einerley, also nicht mit der Ebene ON parallel ist. Es sey nemlich K ein willkührlicher Punkt in der auf ON senkrechten Linie GC, und man ziehe KD, KI, mit GL und GE parallel. Verhält sich nun P:Y=GD :GI: so entstehet aus den Kräften P und Y eine dritte nach der Richtung GC. Diesem ganzen Druck widerstehet die Ebene ON, dafern anders C, wie hier angenommen wird, innerhalb der Grundfläche liegt, womit der Körper an der Ebene ON anliegt.

134 §.

Eine Kraft *Y*, die am Schwerpunkt *G* des Körpers *A* auf der schiefen Ebene *ON* angebracht worden, und deren Richtung *Gl* in der durch *G* auf *ON* senkrechten und zugleich verticalen Ebene liegt, soll den Körper *A* auf der schiefen Ebene erhalten; ihr Neigungswinkel $GBD=\beta$ gegen die Ebene *ON* ist gegeben: man soll finden, wie groß *Y* seyn muß, um das Gleichgewicht zu erhalten, und zugleich, wie stark der Körper im Fall des Gleichgewichts gegen die schiefe Ebene drücke. 66 Fig.

Aufl. Es sey GD:GI=P:Y, und die Figur übrigens, wie vorhin gezeichnet. Weil nun CGB $=90°-\beta$, und CGD $=\alpha$ ist (wie im 132 §): so wird $Y=\frac{P \sin\alpha}{\cos\beta}$ (56 §) $=P \sin\alpha \sec\beta$; und wenn der Druck nach der senkrechten Richtung GC=N gesetzt wird: so ist $N=\frac{P \sin(\alpha+90°-\beta)}{\cos\beta}=\frac{P \cos(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$, oder auch $N=P(\cos\alpha+\sin\alpha \tang\beta)$.

135 §.

Wenn $\beta=0$, also *Gl* mit CD parallel ist: so wird $Y=P \sin\alpha$, und $N=P \cos\alpha$; und dies ist der Fall des 132 §, da *Gl* mit *Gh*, und Y mit V einerley ist. Weil nun in diesem Fall $1:\sin\alpha=P:Y$, und $1:\sin\alpha=DF:DE=OF:OM$ ist, wenn auch OM vertical stehet: so wird P:Y=OF:OM. Weil in dem Fall des Gleichgewichts die Richtungen aller hier zu betrachtenden Kräfte in der verticalen, und zugleich auf ON senkrechten Ebene OMF liegen müssen: so pflegte man in den Zeichnungen nur das rechtwinklichte Dreyeck OMF auszudrücken: da man denn OF die Länge, OM die Höhe, MF die Grundlinie der schiefen Ebene nennt. In dem Fall also, da die haltende Kraft mit der schiefen Ebene parallel zieht, verhält sie sich zur Last, wie die Höhe zur Länge der schiefen Ebene. Weil ferner $1:\cos\alpha=P:N=OF:MF$: so verhält sich der Druck, den die schiefe Ebene leidet, zur Last, wie die Grundlinie zur Länge.

Stünde G grade über F, so, daß E in F fiele: so müste die Kraft V nach ihrer Richtung einen Weg = OF durchlaufen, wenn die Last bis über OM gebracht, und also um den Raum OM gehoben werden sollte. Demnach ist auch hier der Weg der Kraft zum Wege der Last, wie die Last zur erhaltenden Kraft, wie im 43. 113. 130 §.

136 §.

In allen andern Fällen ist Y bey eben der Last, auf eben der Ebene grösser, weil $P \sin\alpha \sec\beta > P \sin\alpha$: auch N ist ebenfalls grösser, als im vorigen Fall, so lange der Winkel β zwischen 0° und 90° fällt, weil $\tang\beta$ in dem Ausdruck $N = P(\cos\alpha + \sin\alpha \tang\beta)$ zwischen diesen Grenzen positiv bleibt. Wenn β wächst, so rückt B gegen C, und zugleich wächst $Y = P \sin\alpha \sec\beta$ sowol, als N, weil $\tang\beta$ und $\sec\beta$ wachsen: Wird $\beta = 90°$: so fällt B in C, und es werden Y und N beyde unendlich groß; d. i. es kan nach der Richtung GC gar keine Kraft, sie sey so groß, als sie wolle, den Körper A an der schiefen Ebene erhalten. Es würde nemlich allemahl aus Y und P eine mittlere Kraft, nach einer auf ON schiefen Richtung entstehen, und diese hindert den Körper A nicht, herunter zu sinken (132 §).

138 §.

Wenn β abnimt, so rückt B von C weg gegen O zu, und sowohl $Y = P \sin\alpha \sec\beta$, als auch $N = P(\cos\alpha + \sin\alpha \tang\beta)$ werden kleiner, bis $\beta = 0$ wird, und den Fall des 136 § giebt. Indem β abnimt, drehet sich Gl um G von GC weg, bis endlich für $\beta = 0$, GC in Gh fällt. Drehet sich nun Gl

noch

noch weiter herum bis in die Lage Gp: so schneidet sie CD auf der andern Seite in b, und der Winkel $GbC = \beta$ wird negativ. Aber $Y = P \sin\alpha \sec\beta$ bleibt positiv, weil $\sec\beta = \frac{1}{\cos\beta}$ positiv bleibt (405 § G.). Aber $\tang\beta$ wird negativ, und man erhält $N = P(\cos\alpha - \sin\alpha \tang\beta)$. Also ist nun N allemahl kleiner, als im 136 §. So lange $\beta < (90° - \alpha)$ bleibt, so lange ist $\tang\beta < \cot\alpha$, also $\sin\alpha \operatorname{tg}\beta < \sin\alpha \cot\alpha$, oder $\sin\alpha \tang\beta < \cos\alpha$ (418 § Geom.). Folglich bleibt N positiv, so lange β nicht $= 90° - \alpha$ ist. Inzwischen nimt N ab, so wie β wächst, oder b gegen D rückt, und wenn $\beta = (90° - \alpha)$ wird, also b in D fällt: so hat man $\tang\beta = \cot\alpha$, und $\sec\beta = \operatorname{cosec}\alpha$; also ist $Y = P$, und $N = 0$. Nun zieht nemlich Y vertical aufwärts, und muß dem Gewicht P gleich seyn. Also leidet die Ebene ON gar keinen Druck, weil Y und P schon für sich im Gleichgewicht sind.

139 §.

Dafern endlich b weiter gegen C rückt, so wird $\beta > 90° - \alpha$, also $\tang\beta > \cot\alpha$, und $\sin\alpha \operatorname{tg}\beta > \sin\alpha \cot\alpha$, oder $\sin\alpha \tang\beta > \cos\alpha$; folglich wird nun $N = P(\cos\alpha - \sin\alpha \tang\beta)$ negativ, und es müste die Ebene nicht nach der Richtung CG, sondern nach der entgegen gesetzten drücken. Da dies nicht geschehen kan, so fällt das Gleichgewicht weg. Auch, wenn $\beta = 90°$ wird, kan aus eben der Ursache, wie im 136 §, kein Gleichgewicht bestehen. Es würde nemlich S sowohl, als N, unendlich groß werden, und beyde mögen nun nach entgegen gesetzten, oder einerley Richtungen ziehen, welches beydes vermöge

der

der Ausdrücke $Y = \pm P \sin\alpha \sec 90°$; $N = P(\cos\alpha \pm \sin\alpha \tang 90°)$ (42 § A. R.) seyn könte: so kan kein Gleichgewicht seyn.

140 §.

Eben die Folgen des 138 und 139 §, nur in umgekehrter Ordnung würde man erhalten haben, wenn im 136 § angenommen wäre, daß $+\beta > 90°$ werden solle, da dann zu merken ist, daß Anfangs, sowohl N als Y negativ werden. Es ist nemlich einmahl $\sec\beta$ negativ, also auch $Y = P \sin\alpha \sec\beta$ negativ, das heist, Y kan nun nicht von G nach CD zu, sondern muß nach der entgegen gesetzten Richtung ziehen, dafern ein Gleichgewicht erhalten werden soll. Fürs zweyte wird auch $\tang\beta$ negativ, und so lange $\beta < 90° + \alpha$ ist, so lange bleibt $\tang\beta > \cot\alpha$, also $\sin\alpha \tang\beta > \cos\alpha$, und $N = P(\cos\alpha - \sin\alpha \tang\beta)$ negativ, wie im 139 §, bis für $\beta = 90° + \alpha$ die senkrechte Kraft $N = 0$, und $Y = -P$, für grössere β aber N wieder positiv wird, wie im 138 §.

Eben dieselben Folgen würden sich auch aus der Verzeichnung ergeben, wenn man für alle diese Fälle die Figur besonders zeichnen wollte. Man siehet aber aus diesem letzten Beyspiel, wie man durch den Gebrauch der Trigonometrischen Linien in den Stand gesetzt werde, alle unter einer allgemeinen Auflösung begriffene Fälle sehr leicht zu übersehen.

141 §.

Der Fall verdient noch besonders angemerkt zu werden, wenn $\beta = \alpha$, also die Richtung $G\lambda$ der Kraft Y mit der Grundlinie MF parallel ist. Diese Vorsetzung giebt $Y = P \sin\alpha \sec\alpha = P \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} =$

P

$P \tang\alpha$, und $N = P(\cos\alpha + \sin\alpha \tang\alpha) = P\cos\alpha(1 + \tang\alpha^2) = P\cos\alpha \sec\alpha^2 = P\sec\alpha$, welches auch der Ausdruck $N = \frac{P\cos(\alpha - \beta)}{\cos\beta}$ noch kürzer giebt.

Nun hat man $1 : \tang\alpha = P : Y = FM : OM$; also die Kraft zur Last, wie die Höhe zur Grundlinie. Ferner wird $1 : \sec\alpha = P : N = FM : OF$, folglich der Druck, den die Ebene leidet, zur Last, wie die Länge zur Grundlinie.

Stünde die Last, wie im 135 §, grade über F, und sollte bis über M gebracht werden: so müste die Kraft in ihrer Richtung einen Weg = MF durchlaufen. Daraus folgt, daß sich auch in diesem Fall der Weg der Kraft zum Wege der Last verhalte, wie die Last zur erhaltenden Kraft, wie im 43. 113. 130. 135 §.

142 §.

67 Fig. Ein Keil ist ein dreyseitiges grades Prisma ABD, woran zwo Seitenflächen AD, CD an der Seitenlinie DE einen sehr spitzen Winkel AEC = BDF einschliessen, um vermittelst desselben durch Schläge oder Pressung auf die dritte Seitenfläche AB, welche der Rücken des Keils heist, die Theile eines andern Körpers von einander zu treiben.

Wenn die Grundflächen ACE, BDF gleichschenklichte Dreyecke, und diejenigen Seitenlinien AE, CE gleich groß sind, die den scharfen Winkel an ED einschliessen: so sind auch die von dem Rücken unterschiedene Seitenflächen AD und CD gleich groß. Man nennt den Keil selbst in diesem Fall gleichschenklicht, und dann ist AC, oder BF die Breite des Rückens.

Ein Schnitt mit einer Ebene HIK durch des Keils Schwerpunkt G, den Grundflächen parallel, giebt ein Dreyeck HIK, das den Grundflächen gleich und ähnlich ist, und die Seitenlinien dieses Dreyecks verhalten sich, wie die Seitenflächen des Keils. Daher pflegte man in den Zeichnungen nur das Dreyeck HIK auszudrucken, und HI den Rücken, HK und IK aber die Seiten des Keils zu nennen.

Man untersucht gewöhnlich nur die Würkung des gleichschenklichten Keils, und dies soll auch hier, der Kürze wegen, geschehen, daher in der Folge allemahl ein gleichschenklichter Keil zu verstehen ist. Die Würkung eines solchen Keils aber, wenn er durch Schläge, oder Stösse fortgetrieben wird, läst sich hier noch nicht untersuchen. Der Vortrag wird blos auf den Fall des Gleichgewichts eingeschränkt werden.

143 §.

Es sey ESTF ein fester Körper, der in zwey Stücke, EHS und FHT gespalten ist, aber so, daß beyde Theile noch bey H zusammen hängen. Um die folgenden Untersuchungen desto mehr zu verkürzen, nehme man an, daß beyde inwendige Seiten des Spalts EH, FH gleich lange ebene Flächen sind, und nenne EF die Oefnung des Spalts. In dem Spalt stecke der Keil ABC so, daß sein Rücken AB mit der Oefnung EF des Spalts parallel ist: so wird CE = CF seyn, CD wird EF in N senkrecht halbiren, und verlängert durch die Spitze H des Spalts gehen. Die Seiten des Spalts werden nun bey E und F jeder Gewalt P widerstehen, welche den Keil nach der Richtung DH in den Spalt hinein zu treiben strebet. 68 Fig.

Wenn Er und Fϱ die Richtungen des Widerstandes sind, und man nimt an, daß sie die Seiten des Keils AC, BC unter gleichen Winkeln CEr, CFϱ schneiden: so sind auch die Winkel HEr und HFϱ gleich groß, weil HEC=HFC ist. Auch schneiden Er und Fϱ einander in einem Punkt G der Linie DH. Diese Voraussetzung wird gewöhnlich angenommen, und zugleich damit diese verbunden, daß der Widerstand auf beyden Seiten gleich groß sey. Das Gewicht des Keils selbst wird bey Seite gesetzt, oder mit zur Kraft P gerechnet, wenn DH vertical ist: auch wird die Friction der Seiten des Keils gleichfalls nicht in Betrachtung gezogen.

144 §.

Bey den Voraussetzungen des vor. §. strebt eine Kraft *P* den Keil *ABC* nach der Richtung *DH* in den Spalt zu treiben; der Widerstand auf jeder Seite bey *E* und *F* ist =*Q*, und seine Richtungen machen mit den Seiten des Keils gleiche Winkel: man sucht, wie groß *P* seyn muß, um das Gleichgewicht zu erhalten, wenn alles so unterstützt ist, daß der Körper *ESTF* nach der Richtung *DH* nicht weichen kan.

Aufl. Die Richtung Er des Widerstandes Q mag seyn, welche sie wolle: so kan AC denselben nicht völlig aufhalten, es sey denn, daß er auf AC senkrecht sey (132 §). In allen andern Fällen wird der Gegendruck der Ebene AC mit Er einen gewissen Winkel einschliessen, weil AC nur nach der senkrechten Richtung entgegen druckt. Also entsteht aus beyden eine dritte Kraft, die gleichfalls durch einen Widerstand

stand aufgehalten werden muß, wenn das Gleichgewicht erfolgen soll. Man setze EY und FZ auf AC und BC senkrecht: so schneiden beyde einander in einem Punkt K der Linie DH, weil EKC und FKC gleiche und ähnliche Dreyecke werden, und es wird der Winkel EKC = FKC = A. Die Kraft P zerlegt sich demnach in zwo andere unter sich gleiche Kräfte nach den Richtungen EY und FZ, und wenn man jede dieser Kräfte = Y setzt: so wird $Y = \frac{P' \sin A}{\sin 2A}$ (56 §) $= \frac{P}{2 \cos A}$. Ueberdem sey durch E die grade Linie EL nach einem willkührlichen Punkt L, in der verlängerten Linie DH, so wie auch FL gezogen; so wird DH von diesen Linien unter gleichen Winkeln geschnitten. Da nun EY und FZ die Richtungen der Kräfte Y; Er und Fϱ aber die Richtungen des Widerstandes Q auf jeder Seite sind: so entstehet aus den Kräften EY und Er nach der Richtung EL eine mittlere Kraft $W = \frac{Y \sin rEY}{\sin LEr}$, und überdem wird $Y = \frac{Q \sin LEr}{\sin LEY}$. Eben so entstehet aus den Kräften FZ und Fϱ nach der Richtung FL eine mittlere Kraft $w = \frac{Y \sin \varrho FZ}{\sin LF\varrho} = \frac{Y \sin rEY}{\sin LEr} = W$, so wie die Kraft nach $FZ = \frac{Q \sin LF\varrho}{\sin LFZ} = \frac{Q \sin LEr}{\sin LEY}$ = Y bleibt, wie erfordert wird. Der beyden Kräfte W und *w* mittlere Richtung ist DL; diese ist, vermöge der Voraussetzung unterstützt, folglich bleibt

alles im Gleichgewicht. Wenn man nun die beyden Werthe von Y einander gleich setzt: so erhält man $\frac{P}{2\cos A} = \frac{Q \sin LEr}{\sin LEY}$, und hieraus folgt $P = \frac{2Q\cos A \sin LEr}{\sin LEY}$. Weil aber $A = 90° - ACD$, und $LEY = 90° - LEC$ ist: so erhält man $P = \frac{2Q \sin ACD \sin LEr}{\cos LEC}$. Nun ist 2Q die Summe der Pressungen gegen beyde Seiten des Keils: wenn man diese = R setzt: so hat man $P = \frac{R \sin ACD \sin LEr}{\cos LEC}$.

145 §.

Wenn alle übrige Umstände einerley sind: so wird zum Gleichgewicht eine desto kleinere Kraft P erfordert, je spitzer der Keil ist, weil der Werth von P desto kleiner ist, je kleiner der Winkel ACB, also auch ACD ist, wenn R, LEr, und LEC einerley sind. Diese Eigenschaft des Keils hat man leicht durch die Erfahrung lernen können, und dies ist auch alles, was die ältern Mechanici vom Keil mit Sicherheit zu sagen wusten. Der richtigen Theorie von dem Verhältniß zwischen Kraft und Widerstand ist man nur im vorigen Jahrhundert näher gekommen. Den alten Griechen war die Theorie vom Keil entweder gar nicht, oder doch sehr unvollkommen bekant. Aristoteles in Quæst. Mechan. XVII. betrachtet die Seiten des Keils AC, BC, als zwo gradlinichte Hebel, und nimt in E und F die Unterlage an, da er dann ferner die Last in C setzt, die Kraft aber so betrachtet, daß sie sich in A und B vertheile. Aber es fällt

in die Augen, daß diese Vorstellung der Natur des Keils gar nicht angemessen sey, und die darin liegenden Unrichtigkeiten sind von verschiedenen Schriftstellern bemerket worden, dahin *Paulus Casatus* Mech. Lib. VII. Cap. I. *Dechales* Mund. Math. T. I. Mech. Lib. VI. Prop. 1. u. a. m. gehören. Wie die Theorie nach und nach zu mehrerer Vollkommenheit gediehen sey, wird sich am besten bey der Anwendung der im vor. § herausgebrachten allgemeinen Formul auf die dahin gehörigen besondern Fälle zeigen lassen.

146 §.

Es sind in dem allgemeinen Ausdruck $P = \frac{R \sin ACD \sin LEr}{\cos LEC}$ die beyden Winkel LE*r* und LEC unbestimt. Der Winkel ACD, als die Helfte vom scharfen Winkel des Keils, ist allemahl gegeben: aber es müssen in jedem besondern Fall mehr Umstände in Betrachtung gezogen werden, wenn man die Winkel LE*r* und LEC bestimmen will. Hievon rührt grösstentheils die Verschiedenheit des Vortrags bey den Schriftstellern her, welche die Lehre vom Keil berühret haben. Sie lassen sich in zwo Classen bringen. Einige haben ein Verhältniß der Kraft zum Widerstande herausgebracht, das bey der Voraussetzung, die sie in Absicht der Richtung des Widerstandes annehmen, richtig ist. Andre geben ein erweislich falsches Verhältniß an. Weil erstere aber in Ansehung der Voraussetzung nicht mit einander übereinstimmen, was die Richtung des Widerstandes gegen den Keil eigentlich für eine Lage habe; so rührt daher die Verschiedenheit der von ihnen angegebenen Verhältnisse zwischen Kraft und Widerstand.

147 §.

68 Fig. Fast die meisten dieser Schriftsteller nehmen an, die Richtung des Widerstandes sey mit dem Rücken des Keils parallel, daß also vermöge dieser Voraussetzung Er und Fϱ in EF fallen müsten. Sie nehmen ferner an, die mittlere Richtung EL der Kräfte, die nach Er und EY drücken, sey mit DH parallel, und falle in El. Vermöge dieser Voraussetzungen wird LEr = CEF = 90°, und LEC = lEC = ACD. Dies giebt $P = \frac{R \sin ACD}{\cos ACD}$, und P : R = sin ACD : cosACD = AD : DC. Man hätte also folgende Regel: Die Kraft verhält sich zum Widerstand, wie der halbe Rücken des Keils zu seiner Länge, oder wie der ganze Rücken zur doppelten Länge.

69 Fig. Man siehet bey dieser Voraussetzung den Widerstand Q (144 §) nach der Richtung Er, als ein Gewicht an, in Ansehung dessen DC das wäre, was die Horizontallinie in Absicht der eigentlichen Gewichte ist, und jede Seite des Keils, wie AC, das was im 134 §. eine schiefliegende Ebene war. Eine Kraft V nach der Richtung EM hält das Gewicht Q, wenn $V = \frac{Q \cdot AD}{DC}$ ist, und ADC auf einem festen Boden DC stehet. Wenn aber eine Kraft = V die Ebene ADC an dem festen Boden DC fortschiebet: so widerstehet E nach der Richtung EM mit eben so grosser Gewalt. Mit der andern Helfte des Keils BDC ist es eben so bewandt. Wenn nach FE auch ein Widerstand = Q würkt: so wird in D nach DC noch eine Kraft = V erfordert. Machen also beyde

Stücke

Stücke ADC, BDC zusammen einen Körper aus: so wird nach DC eine Kraft $= \frac{2Q.AD}{DC}$ erfordert, um das Gleichgewicht zu erhalten.

148 §.

Die Sache ist bey den angenommenen Voraussetzungen richtig; nur sind diese Voraussetzungen so allgemein nicht, daß sie allemahl beym Gebrauch des Keils stat haben. *Guido Vbaldus* hat in seiner im Jahr 1577 gedruckten Mechanik schon versucht, die Lehre vom Keil mit der Theorie von der schiefen Ebene in Verbindung zu bringen, aber ohne etwas gewisses von dem Verhältniß zwischen Kraft und Widerstand festzusetzen. *Mersennus* aber setzte die Regel des 147 §. fest. Oper. Physico-Math. T. I. Paris 1644. Phænom. Mech. Prop. XII. Eben die Regel hat *Paulus Casatus* beybehalten, aber schon erinnert, daß sie nicht allgemein sey, sondern ein anderes Gesetz angenommen werden müsse, wenn der Keil beym Holz spalten gebraucht werde.

Man bringt bey dieser Voraussetzung eben die Regel heraus, wenn man den Cartesischen Grundsatz der Statik (43 §) brauchen will. So verfährt *Musschenbroeck* Introd. ad Phil. Nat. 462 §. und es scheint, daß er dieser Regel eine grössere Allgemeinheit zuschreibe, als die Gründe zulassen, wodurch sie sich rechtfertigen läst.

148 §.

Aber Cartes selbst, und viele andre, die ihm folgen, bringen aus seinem Grundsatz die Regel heraus: es verhalte sich die Kraft zum Wider-

stand, wie der Rücken des Keils zur einfachen Länge. Hieher gehören *Wallisius* Mechan. P. III. Cap. XII. Prop. 1. *Dechales* Mech. L. VI. Prop. 1, *Keil* Introd. ad veram Phys. Lect. X. Theor. XV. *Wolff*. Mechanica Lat. §. 865. (ob er gleich in den deutschen Anfangsgr. dem Mersennus beypflichtet). *Krafft* Præl. in Phys. Theor. P. II. Cap. II. §. 21. 68 n. a. m. Ihr Beweis ist dieser. Indem die Kraft Fig. P mit dem Keil um den Weg NC fortrückt, durchlauft die Last, oder das, was dem Keil nach der mit AB parallelen Richtung widerstehet, den Weg EF. Demnach verhält sich die Kraft zur Last, wie EF:NC =AB:DC.

Aber der Fehler in diesem Beweise fällt gar zu deutlich in die Augen. Jeder Theil der Last bey E und F durchläuft nur für sich allein den Weg NE = NF = $\frac{1}{2}$EF, und man muß schlechterdings bey Anwendung des gebrauchten Grundsatzes jeden Theil der Last mit dem Theil der Kraft allein vergleichen, der ihr das Gleichgewicht halten soll. Denn hier sind drey Kräfte im Gleichgewicht, und der Cartesische Grundsatz läst sich eigentlich nur bey zwoen anwenden. Sonst kan man beweisen, daß ein Gewicht von 2 Pfund, zweyen andern, wovon jedes $\frac{1}{2}$ Pfund schwer ist, am gleicharmigen Hebel, die Wage halte. Denn rechnet man die Summe der beyden Wege, welche jedes halbe Pfund für sich allein nehmen würde, für den Weg der ganzen Last: so ist er doppelt so groß, als der Weg, den das Gegengewicht von 2 Pfund nehmen würde. Dies wäre Joh. Mich. Backes perpetuellische Wage beym Leupold Theatr. Machinar. Hydraul. XVI Cap. 185 §.

Car-

Carteſii Ansehen hat auch solche Schriftsteller verführt, die hier blos bey der Betrachtung der schiefen Ebene stehen bleiben, und die Sache übrigens, wie im 147 §, vortragen.

Man drückt den Widerstand in E durch DC aus, und die zum Gleichgewicht nöthige Kraft durch AD. Man nimt in F einen eben so starken Widerstand an, nach der Richtung FE, und drückt die zugehörige Kraft durch BD aus. Hierauf nimt man AB für die Summe der Kräfte, und vergist, daß auch 2DC für die Summe der Pressungen, welche der Keil auf beyden Seiten leidet, genommen werden müsse.

150 §.

Wenn die Richtung des Widerstandes Q bey E und F (144 §) auf die Seiten des Keils AC und BC senkrecht ist: so wird LE*r* + LEY = 180°, weil E*r* nun in EK fällt; also erhält man sinLE*r* = sinLEY = cosLEC, was auch EL für eine Lage hat. Demnach ist in diesem Fall P = R sinACD, folglich P : R = sinACD : 1 = AD : AC. Dies giebt die Regel: Die Kraft verhält sich zum Widerstand, wie der halbe Rücken des Keils zu seiner Seite, oder, wie der ganze Rücken zur Summe der Seiten. 68 Fig.

Dies ist *Borelli* Regel, de motu animalium L. I. Cap. XXII. Prop. 195. Wenn der Keil grade so tief steckt, als der Spalt reicht: so findet diese Regel beym Holzspalten ihre Anwendung. Die Seiten des Spalts EH und FH widerstehen nach Richtungen, die auf ihnen selbst, also auch auf den Seiten des Keils senkrecht sind, wenn beyde aneinander anschliessen. Denn dafern der Keil von dem Wider-

stande bey E und F zurück getrieben wird: so müssen E oder F in einem Kreisbogen gegen einander rücken, dessen Halbmesser EH, oder FH ist. *Phil. de la Hire* tritt in dem eben erwähnten Fall dieser Regel des *Borelli* bey im Traité de Mécanique, pag. 274 sq.; giebt aber an eben diesem Orte eine noch allgemeinere Regel, die allemahl beym Holzspalten stat hat, der Winkel des Spalts mag mit dem Winkel des Keils einerley, oder vom demselben verschieden seyn. Er ist der erste, der die Lehre vom Keil in dieser Allgemeinheit entwickelt, und sie dadurch in ein besseres Licht, als seine Vorgänger, gesetzet hat. *Varignon* in der Nouvelle Mecanique ou Statique T. II Sect. VIII. wollte dieser Lehre vom Keil die gröste Allgemeinheit geben, der sie fähig ist. Er bringt in dem zuletzt erwähnten besondern Fall ebenfalls *Borelli* Regel heraus, weicht aber übrigens von der *de la Hir*ischen Theorie ab, wovon die Ursache sich bald näher ergeben wird.

151 §.

68 Man nehme nun an, der Körper ESTF sey so ge-
Fig. spalten, daß die Seiten des Spalts EH und FH, die hier als ebene Flächen betrachtet werden, den Winkel EHF einschliessen: so sind die Richtungen des Widerstandes *Er*, F*ϱ* auf EH, FH senkrecht. So lange das Gleichgewicht bestehen soll, wird der Punkt E nach der Richtung EH, und F nach der Richtung FH gedruckt, beyde mit einer Gewalt, die aus den Pressungen Q und Y (144 §) nach E*r* und EY, ingleichen nach F*ϱ* und FZ zusammengesetzt ist. Daher kan man nun annehmen, EL falle in EH. Also erhält man den Winkel HE*r* = 90°, stat LE*r*,

und

und HEC=90°−*r*EC, stat LEC. Dies giebt P=
$\frac{R\,sin ACD}{cos HEC} = \frac{R\,sin ACD}{sin.rEC}$, und P:R=sinACD:
sin*r*EC=EG:GC. Dies Verhältniß ist von den beyden vorigen unterschieden, begreift aber beyde als besondre Fälle unter sich. Wenn nemlich EH in El fällt: so fällt E*r* in EF, und das war der Fall des 147 §. Wenn aber EH in EC fällt: so fällt E*r* in EK, und das war der Fall des 150 §.

Für den hier betrachteten Fall kan man den Ausdruck $P=\frac{R\,sin ACD}{cos HEC}$ auch so verändern. Es ist HEC=ACD−EHC, also auch $P=\frac{R\,sin ACD}{cos(ACD-EHC)}$.

Demnach verhält sich die Kraft zum Widerstand, wie der Sinus der Helfte des spitzen Winkels am Keil, zum Cosinus der Helfte der Differenz, zwischen dem Winkel des Spalts und des Keils.

152 §.

Diese Regel ist mit derjenigen einerley, welche *de la Hire* a. a. O., und *s'Gravesande* Elem. Phys. Lib. I. Cap. XIV. Schol. 1. aus ähnlichen Gründen schliessen. Man verlängere nemlich EC, und ziehe HN auf EC senkrecht. Wenn nun HN und EF in Q zusammenstossen: so ist EQN=ACD, und EHN =90°−HEC, folglich wird $P=\frac{R\,sin EQN}{sin EHN}=\frac{R.EH}{EQ}$, oder P:R=EH:EQ, und dies ist die *de la Hirische* Regel. 69 Fig.

Man verlängere HE, und ziehe DR auf HE senkrecht. Wenn nun DR und AC einander in S schneiden: so sind DS und EG einander parallel; also wird EG:GC=DS:DC, und P:R=DS:DC (151 §). Dies ist die Regel beym Gravesand. Dem letztern folgt auch *Mako*, Comp. Phys. Instit. P. I. Sect. II. Cap. III. §. 64. Schol. 1. Gravesand hatte in der ersten Ausgabe seiner Naturlehre für den im 147 §. betrachteten Fall Mersenni Regel gebraucht, und mit einem daselbst beschriebenen Versuch bestätiget. Allein in den folgenden Ausgaben verwirft er Mersenni Regel, und braucht die so offenbar unrichtige Cartesianische (149 §), sucht auch diese durch einen andern von dem vorigen unterschiedenen Versuch zu bestätigen. Auch hierin folgt ihm Mako a. a. O. §. 64. Coroll. 3. Aber Herr Bärmann hat in einer zu Wittenberg im J. 1751 bekant gemachten Dissert. de cuneo, gewiesen, wie wenig Grund Gravesand zu dieser Aenderung gehabt habe. Der Herr Verf. zeigt nicht allein im 7 §, daß Mersenni Verhältniß durch den in der ersten Ausgabe der Gravesandschen Physik beschriebenen Versuch sehr wohl bestätiget werde; sondern auch im 6 §, daß gar nicht das Cartesianische, sondern vielmehr ebenfalls Mersenni Verhältniß, durch den neuen in der dritten Ausgabe angeführten Versuch bestätiget werde. Der bisherige Vortrag der Lehre vom Keil, ist auf eben die Gründe gebauet, die Herr Bärmann in der angeführten Schrift gebraucht hat. Man kan schwerlich einen andern Weg nehmen, wenn man diese Lehre zur überzeugenden Richtigkeit bringen will.

153 §.

Varignon hat in seiner Nouvelle Mecanique die Untersuchung über das Gesetz des Gleichgewichts beym Keil in einer weit grössern Allgemeinheit, als die bisher erzählten Schriftsteller, angestellet. Er läst die Seiten des Keils sowohl, als auch des Spalts, wie man will, von ungleicher Grösse seyn, nimt auch jede beliebige Richtung für die Kraft, die auf den Keil würkt, nur daß die Richtung des Widerstandes auf den Seiten des Keils senkrecht bleibt. In seiner allgemeinen Formul liegt Borelli Regel für den im 150 §. betrachteten Fall. Aber für den Fall des 151 §. giebt seine Formul ein Verhältniß zwischen Kraft und Widerstand an, welches von dem daselbst erwiesenen unterschieden ist. Dies würde nicht seyn können, da seine Schlüsse übrigens ihre Richtigkeit haben, und auf erwiesene Sätze des Gleichgewichts gebauet sind, wenn er nicht einen Umstand übersehen hätte, der im 151 §. nothwendig muste mit in Betrachtung gezogen werden. Es ist dieser, daß der Druck gegen die Seiten des Keils von dem Gegendruck nur alsdenn ganz aufgehoben werden kan, wenn beyde in einerley Punkt auf der Seite des Keils senkrecht sind, wie im 150 §. Aber Varignon schliest überhaupt so: Der Druck P nach der Richtung PH zerlegt sich in zwo andere Pressungen nach GE und GF, wovon jeder $= \frac{P \sin EGH}{\sin 2EGH}$

$= \frac{P}{2 \cos EGH}$ ist. Jeder dieser Pressungen ist der Widerstand Q grade entgegen gesetzt, nach den Richtungen

tungen Er und Fe, also $Q = \frac{P}{2 \cos EGH}$, und P = 2Q cos EGH, oder P = R cos EGH. Dies giebt P : R = cos EGH : 1 = EG : GH = EN : EH, d. i. wie die halbe Oefnung des Spalte zu seiner Seite, oder die ganze Oefnung zur doppelten Seite. Aber die Ebene AC leidet nur denjenigen Druck ganz, dessen Richtung in die Normallinie EK fällt. Deswegen muß P nach den Richtungen KE und KF zerlegt

69 Fig. werden, da dann die Kraft nach $KE = \frac{P}{2 \cos A}$ = Y wird. Letztere muß man wieder nach den Richtungen RE und GE zerlegen; so wird jene = Y sin KEG, diese = Y cos KEG = Y sin GEC = $\frac{P \sin GEC}{2 \sin ACD}$. Jene drückt nach EH, und wird völlig aufgehalten, diese aber drückt Q grade entgegen, so daß $\frac{P \sin GEC}{2 \sin ACD}$ = Q, also $P = \frac{2Q \sin ACD}{\sin GEC} = \frac{R \sin ACD}{\sin GEC}$ seyn muß, wie im 151 §. aus der allgemeinen Formul ist geschlossen worden. Herr Bärmann macht a. a. O. im 13 §. eben diese Erinnerungen, und beurtheilet zugleich im 14 §. einen andern Beweis, womit Varignon im II. Tom. der Nouvelle Mecanique Sect. IX. pag. 221 sq. seine Regel zu bestätigen sucht.

Der

Der IX. Abschnitt.

Vom Gleichgewicht der Kräfte bey jeder Lage ihrer Richtungen.

152 §.

An einem Punkt M sind drey Kräfte P, Q, R angebracht, ihre Grösse und Richtungen stellen die drey Linien MP, MQ, MR vor (53 §), die aber nicht, wie bisher noch allemahl vorausgesetzt ist, in einer Ebene liegen: wenn nun eine vierte Kraft V auf den Punkt M nach der Richtung MV so stark drückt, als die drey vorigen P, Q, R zusammen, so daß V nach einer Richtung, die MV entgegen gesetzt ist, an M angebracht, mit den vorigen dreyen das Gleichgewicht hält: so heist sie auch hier die mittlere Kraft, und ihre Richtung die mittlere Richtung. 70 Fig.

153 §.

Die Grösse der dreyen Kräfte *P*, *Q*, *R*, und die Lage ihrer Richtungen gegen einander ist gegeben: man sucht die Grösse und Richtung der mittlern Kraft *V*.

Aufl. Wenn die drey Winkel PMQ, PMR, QMR bekant sind, so kennt man auch die Winkel, unter welchen diese Ebenen einander schneiden (534 §. Geom.), weil diese drey Ebenen bey M ein körperliches Dreyeck einschliessen. Wenn nun MF die Diagonale des Parallelogramms PMQF ist: so wird

MF

$MF = r(MP^2 - 2MP.MQ\cos PMQ + MQ^2)$ und $\text{tang}PMF = \frac{MQ\sin PMQ}{MP - MQ\cos PMQ}$ (55 §). Demnach stellt MF die mittlere Richtung und Grösse der Kräfte P und Q vor. Wenn diese mittlere Kraft $= F$ ist: so hat man $F = r(P^2 - 2P.Q.\cos PMQ + Q^2)$. Verzeichnet man überdem das Parallelogramm VFMR: so wird MV die Richtung und Grösse einer Kraft vorstellen, die den beyden MF, MR, also allen dreyen MP, MQ, MR äquipollent ist. Die drey Ebenen FMP, RMP, RMF, schliessen an M ein körperliches Dreyeck ein, worin der Winkel an MP bekant ist, nebst den Seiten an diesem Winkel; also läst sich daraus der Winkel FMR berechnen, nebst dem Winkel an MF, unter welchem die Ebenen beyder Parallelogrammen einander schneiden, daher kennet man die Lage der Ebene VMF. Ferner wird $\text{tang}FMV = \frac{MV\sin FMR}{MF + MV\cos FMR}$, und $MV = r(MF^2 + 2MF.MR.\cos FMR + MR^2)$; also $V = r(F + 2F.R\cos FMR + R^2)$.

Damit man desto deutlicher übersehen könne, wie die Rechnung geführt werden muß, nehme man $MA = MB = MC$, und verzeichne die Kreisbogen AB, BC; AC: so hat das sphärische Dreyeck ABC mit dem körperlichen um M einerley Winkel, und die Kreisbogen sind die Maasse der Winkel PMQ, RMQ, RMP. Daher erhält man $\cos A = \frac{\cos BC - \cos AB.\cos AC}{\sin AB \sin AC}$ (533 §. G.). In der Ebene RMF beschreibe man auch den Kreisbogen CD, welcher MV in E schneidet: so hat man im sphä-

rischen

rischen Dreyeck ACD den Winkel A nebst AC und AD; also wird $\text{tang}D = \frac{\sin AC \sin A}{\cos AC \sin AD - \cos A \cos AD \sin AC}$ (538 §. Geom.), und $\cos DC = \cos AD \cos AC + \cos A \sin AD \sin AC$ (537 §. G.).

154 §.

Die Lage der mittlern Richtung MV ist also durch die Winkel PMF, FMV, wovon die Bogen AD, DE die Maasse sind, nebst dem Winkel an MF, oder dem sphärischen Winkel D bestimt. Es liesse sich aber die Lage der Linie MV gegen die drey Richtungen MP, MQ, MR auch so bestimmen. Man verzeichne noch die Kreisbogen AE und BE: so hat man im sphärischen Dreyeck ADE den Winkel D nebst AD und DE, folgl. wird $\cos AE = \cos AD \cos DE + \cos D \sin AD \sin DE$. Ferner hat man $BD = AB - AD$, also $\cos BE = \cos BD \cos DE + \cos D \sin BD \sin DE$. Endlich wird $CE = CD - DE$. Aber die drey Bogen AE, BE, CE sind die Maasse der Winkel VMP, VMQ, VMR unter welchen die mittlere Richtung die Richtungen der gegebenen Kräfte schneidet.

Wenn die Richtungen der gegebenen Kräfte alle drey auf einander senkrecht sind: so werden auch A, B, C, D rechte Winkel. Demnach wird $\text{tang}PMF = \frac{Q}{P} = \text{tang}AD$, $\text{tang}FMV = \frac{MR}{MF} = \frac{R}{F} = \text{tang}DE$, und $V = r(P^2 + Q^2 + R^2)$.

Man setze PMF, oder $AD = \eta$, FMV, oder $DE = \vartheta$: so wird in dem gegenwärtigen Fall $\cos AE = \cos\eta \cos\vartheta$, $\cos BE = \sin\eta \cos\vartheta$, $\cos CE = \sin\vartheta$. Wenn man also die Winkel $PMV = \alpha$, $QMV = \beta$, $RMV = \gamma$ setzt,

setzt, wovon die Bogen AE, BE, CE, die Maasse sind: so hat man allemahl $\cos AE^2 + \cos BE^2 + \cos CE^2 = \cos\eta^2 \cos\vartheta^2 + \sin\eta^2 \cos\vartheta^2 + \sin\vartheta^2 = 1$, oder $\cos\alpha^2 + \cos\beta^2 + \cos\gamma^2 = 1$.

155 §.

70 Fig. Es ist die Grösse einer an *M* angebrachten Kraft *V* gegeben, und die Lage ihrer Richtung *MS* gegen drey grade Linien *MP*, *MQ*, *MR*, nach diesen Richtungen sollen drey Kräfte *P*, *Q*, *R* ziehen, die zusammen der Kraft *V* äquipollent sind: man frägt, wie groß die Kräfte *P*, *Q*, *R* seyn müssen.

Aufl. Die Ebene RMV schneide die Ebene PMQ in MF, und man verzeichne die Parallelogramme VFMR, FPMQ: so verhalten sich die gesuchten drey Kräfte zu V, wie die drey Linien MP, MQ, MR zu MV. Man verzeichne, wie vorhin, die Bogen AB, BC, AC, CD, AE, BE.

Weil nun die Lage der Richtungen MP, MQ, MR gegen einander bekant seyn soll: so müssen die Bogen AB, BC, AC, oder die Winkel bekant seyn, wovon diese Bogen die Maasse sind, also auch die sphärischen Winkel A, B, C. Und weil die Lage eben dieser Linien gegen MV bekant ist: so kennet man auch die Bogen AE, BE, CE, imgleichen AD und DE, nebst dem Winkel ADC, oder welches einerley ist, die zu diesen Bogen zugehörigen Winkel, und die Neigungswinkel ihrer Ebenen. In beyden Fällen hat man auch CD und BD. Die Kraft zerlegt sich nun zuerst in die zwo Kräfte F und R nach MF und MR, und man erhält $R = \frac{V \sin DE}{\sin CD}$, $F = \frac{V \sin CE}{\sin CD}$. Ferner

ner

ner zerlegt sich F in die Kräfte $P = \frac{F \sin BD}{\sin AB}$, und

$Q = \frac{F \sin AD}{\sin AB}$, oder $P = \frac{V \sin CE \sin BD}{\sin CD \sin AB}$, und

$Q = \frac{V \sin CE \sin AD}{\sin CD \sin AB}$.

Weil MP, MQ, MR auf einander senkrecht sind, also auch $CD = 90°$ ist, und man setzt, wie vorhin, $AD = \eta$, $DE = \vartheta$: so erhält man

$P = V \cos\vartheta \cos\eta$, $Q = V \cos\vartheta \sin\eta$, $R = \sin\vartheta$, oder $P = V \cos\alpha$, $Q = V \cos\beta$, $R = V \cos\gamma$ (154 §).

156 §.

Wenn man die Diagonale PQ des Parallelogramms PMQF zieht: so geht die mittlere Richtung der Kräfte P und Q durch G. so, daß $PG = GQ$ ist, und wenn man die Punkte P und Q als ein paar gleiche Gewichte ansiehet: so ist G ihr Schwerpunkt. Ziehet man auch die Diagonale FR des Parallelogramms MRVF, und überdem RG, welche beyde Linien von MV in H und g geschnitten werden; so wird auch $RH = HF$, also $Rg = \frac{2}{3}RG$, und $Mg = \frac{2}{3}MH$ (75 §) $= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}MV = \frac{2}{6}MV = \frac{1}{3}MV$. Betrachtet man demnach die Punkte P, Q und R als gleiche Gewichte: so geht wiederum MV durch ihren Schwerpunkt g, und es ist $MV = 3Mg$.

Man kan diese Betrachtung so allgemein machen, 71 F.
daß sie sich auf alle Fälle erstreckt, an dem Punkt M mögen so viel Kräfte, als man will, angebracht seyn. Es sey MF die mittlere Richtung so vieler Kräfte, als man will, und ihre Anzahl sey n. Ueberdem

sey H der Schwerpunkt aller Endpunkte der graden Linien, welche die Grösse und Richtung dieser Kräfte vorstellen. Gilt nun der vorige Satz allemahl, wenn die Anzahl der Kräfte n ist: so geht MF durch H, und es ist $MF = nMH$, oder $MH = \frac{1}{n} MF$.

Nun komme noch eine Kraft MR hinzu, welches also die $(n+1)$te seyn wird. Man verzeichne das Parallelogramm MFVR: so giebt die Diagonale MV die Richtung und Grösse der Kraft, die nun allen zusammen, an der Anzahl $n+1$ äquipollent ist. Man ziehe RH, welche MV in K schneidet, verlängere MF bis L, und nehme FL = MH: so wird MV:MK $=$ ML : MH $= (n+1)$ MH : MH $= n+1 : 1$, also MV $= (n+1)$ MK. Ueberdem ist VK : MK = RK : HK (205 §. G.) $= n : 1$, also K der Schwerpunkt aller $n+1$ Endpunkte, als gleiche Gewichte betrachtet.

Man könte demnach auch nach dieser Regel die Richtung und Grösse der mittlern Kraft finden, wenn nicht die Regel des 154 §. in den meisten Fällen brauchbarer wäre. Hermann braucht sie Phoron. Prop. V. p. 16 sq. und schreibt ihre Erfindung dem Herrn Leibnitz zu, der sie in einem an *Wallisium* geschriebenen Briefe ohne Beweis gebraucht hat. Oper. *Wallisii* Tom. III. fol. 687.

157 §.

72 Fig. Eine schwere Ebene $BCDE$ wird in den Punkten B und C gehalten, so daß sie sich zwar um diese Punkte frey drehen, übrigens aber sich nicht verrücken kan. Die Ebene selbst liegt vertical, und ihr Schwerpunkt ist G, ihr Gewicht $= P$, und BC schneidet die Verticallinie

linie AG unter dem Winkel $GAC=\alpha$: man sucht die Richtung und Stärke des Drucks auf die Punkte B und C.

Aufl. Es ist so viel, als wenn an BC unmittelbar in A ein Gewicht $=$P hienge. Es sey GF auf BC senkrecht gezogen, und das Parallelogramm AFGH verzeichnet: so zerlegt sich die Kraft P in zwo andre $Q=P\cos\alpha$ nach der Richtung AF, und $R=P\sin\alpha$, nach der Richtung AH. Die letztere R verursacht auf B einen Druck $p=\frac{AC:R}{BC}$ nach BM, und auf C einen Druck $\pi=\frac{AB.R}{BC}$ nach CN, beyde auf BC senkrecht.

Man ziehe nun BK und CL auf AP senkrecht: so wird $BK=AB\sin\alpha$, und $CL=AC\sin\alpha$. Dies giebt $p=\frac{AC\sin\alpha}{BC}P=\frac{CL}{BC}P$, und $\pi=\frac{AB\sin\alpha}{BC}P=\frac{BK}{BC}P$. Weil überdem $AB=BC-AC$: so wird auch $\pi=P\sin\alpha-\frac{AC\sin\alpha}{BC}P=R-p$.

Wenn BCDE ein Körper von beliebiger Gestalt und Grösse wäre, der in den Punkten B und C gehalten würde: so gelten noch die vorigen Schlüsse, dafern sein Schwerpunkt G in der verticalen Ebene liegt, die durch die Punkte B und C gehet. Und wenn die Punkte B und C so stark gehalten werden, daß das, was sie hält, dem Druck auf sie hinlänglich widerstehen kan: so wird der Körper in dieser Lage allemahl ruhen.

158 §.

Man setze, der Punkt C werde beständig gehalten; aber B werde gehoben, so, daß der Winkel BCL mit der Horizontallinie CL grösser wird. Nun wird der Winkel $GAC = \alpha$ abnehmen, so wie auch AB und BK kleiner werden. Wenn B in die Verticallinie AG fällt: so wird $AB = 0$, $BK = 0$, und $AC = BC$. Demnach erhält man in diesem Fall

$$p = P \sin\alpha = R, \text{ und } \pi = 0.$$

73 Fig. Wenn α noch kleiner wird: so fällt A über B hinaus, AB wird negativ, so wie $\pi = P \sin\alpha - \frac{AC \sin\alpha}{AB} P$ negativ wird, weil nun $AC > AB$, also $p > R$ ist. Also drückt nun π nach der Richtung $C\pi$, die der vorigen CN entgegen gesetzt ist. Je mehr A abnimt, desto kleiner wird $R = P \sin\alpha$, so wie auch $p = \frac{CL}{BC} P$, weil CL abnimt: aber $\pi = -\frac{BK}{BC} P$ wächst, weil BK grösser wird. Wenn BC vertical steht, also mit AG parallel ist: so wird $R = 0$, aber CL und BK werden beyde $= FG$. Demnach hat man in diesem Fall $Q = P$, $R = 0$, $p = \frac{FG}{BC} P$, und $\pi = -\frac{FG}{BC} P$. So drückt eine Thür die Haken, welche ihre Angel tragen. Auf diese Haken drückt einmahl das ganze Gewicht der Thüre nach verticaler Richtung. Ueberdem drückt eine Kraft $= \frac{FG}{BC} P$ den untern Haken gegen die Wand, und

eine

eine eben so grosse Kraft strebt den obern Haken aus der Wand herauszuziehen.

Diese Sätze insgesamt sind auf die Gewichte keinesweges eingeschränkt. Allemahl, wenn B und C ein paar Punkte eines Körpers sind, die man hält, indem eine Kraft P an einem Punkt G dieses Körpers angebracht ist, nach einer Richtung, die in der Ebene GBC liegt: so ruhet der Körper, dafern das, was die Punkte B und C hält, so stark ist, daß es den vorhin bestimten Druck aushalten kan.

159 §.

Es ist der schwere Körper *BCDB* wie vorhin, in den Punkten *B* und *C* unterstützt, und die Ebene *ABC* vertical. Der Schwerpunkt *G* liegt nicht in der verticalen Ebene *ABC*; sondern die Ebene *GBC* schneidet die verticale *ABC* unter einem Winkel $GFN = \beta$, und *BC* die Verticallinie *BM* unter einem Winkel $MBC = \alpha$; man sucht die Richtung und Grösse einer Kraft *V*, die in einer auf *BC* senkrechten Ebene an *G* angebracht, das Gleichgewicht herstellet, nebst der Richtung und Grösse des Drucks auf die Punkte *B* und *C*. 74 Fig.

Aufl. Weil der Schwerpunkt G nicht unterstützt ist: so kan der Körper in dieser Lage nicht ruhen, dafern nicht eine neue Kraft hinzukomt. Nun ist es so viel, als wenn an G das ganze Gewicht P des Körpers in der Verticallinie GP hienge, und wenn durch G eine verticale Ebene mit ABC parallel gehet: so schneide diese die Ebene GBC in HI, und es wird HI mit BC parallel seyn. Daher wird $PGI = \alpha$. Man setze GK in der Ebene PGI auf GI senkrecht,

und verzeichne das Rechteck PKGL: so zerlegt sich die Kraft P in zwo andre $Q = P \cos\alpha$ nach GL, und $R = P \sin\alpha$ nach GK. Wenn nun GF auf BC, also auch auf HI senkrecht ist: so ist die Ebene FGK auf HI, also auch auf BC senkrecht. Und wenn sie ABC in FN schneidet: so ist der Winkel $GFN = \beta$. Man verlängere KG durch G nach k: so wird auch $FGk = \beta$, und eine Kraft $V = -P \sin\alpha$ nach dieser Richtung Gk an G angebracht, stellet das Gleichgewicht her.

Die beyden Kräfte nach GK und Gk, weil beyde gleich groß sind, drücken die Axe gar nicht (122 §). Also wird die Axe nach der Richtung BC gegen C mit einer Gewalt $= P \cos\alpha$ gedruckt. Ueberdem aber auf B und C, nach Richtungen, die in der Ebene GBC einander entgegen gesetzt, und auf BC senkrecht sind, mit einer Gewalt $= \frac{FG \cdot P \cos\alpha}{BC}$ (158 §).

160 §.

Weil die Aufgabe nur verlangt, daß eine Kraft das Gleichgewicht herstellen soll, die an G angebracht ist, und deren Richtung in einer auf BC senkrechten Ebene liegt: so wird jede Kraft dieser Bedingung ein Genüge thun, deren Richtung durch G gehet, und in der Ebene GFN liegt; dafern nur ihr Moment dem Moment der Kraft $R = P \sin\alpha$ gleich und entgegen gesetzt, also $= -FG \cdot P \sin\alpha \sin\beta$ ist. Demnach würde z. E. eine Kraft $v = -P \sin\alpha \sin\beta$, deren Richtung Gm, durch G auf der Ebene GBC senkrecht stünde, ebenfalls das Gleichgewicht erhalten. Aber der Druck auf die Punkte B und C würde in allen diesen übrigen Fällen ein andrer seyn. Nun wird nemlich

auch

auch der Punkt F so stark gedrückt, als wenn nach $Fc \# GK$ eine Kraft $= R = P \sin\alpha$, und nach $F\mu \# Gm$ eine Kraft $= V = P \sin\alpha \sin\beta$ drückte.

Demnach drücken in Fällen von dieser Art folgende Kräfte auf B und C. Einmahl werden diese Punkte so gedrückt, als wenn P in der Verticallinie durch F in der Ebene ABC hienge, wie im 157 §. Und daher drücken auf C die Kräfte $Cq = P \cos\alpha$, und $Cr = \frac{BF \cdot P \sin\alpha}{BC}$, die Richtung Cr liegt in der Verticallinie ABCO auf Cq senkrecht. Fürs zweyte werden B und C so gedruckt, als wenn an F unmittelbar die Kraft $F\mu = Gm$ auf der Ebene GBC senkrecht druckte. Dies giebt auf C einen Druck $Cs = \frac{BF \cdot P \sin\alpha \sin\beta}{BC}$, auf der Ebene rcq senkrecht. Hiezu komt noch fürs dritte der Druck $C\pi = -\frac{GF \cdot P}{BC}$, dessen Richtung in der Ebene GBC auf BC senkrecht ist. Auf B drücken die drey Kräfte $B\varrho \# Cr$, $B\sigma \# Cs$, $Bp \# C\pi$, und es ist $B\varrho = \frac{CF \cdot P \sin\alpha}{BC}$, $B\sigma = \frac{CF \cdot P \sin\alpha \sin\beta}{BC}$, $Bp = + \frac{GF \cdot P}{BC}$.

Wäre Gm nicht auf FG senkrecht: so würden sich die Kräfte, die auf B und C drücken, auf ähnliche Art finden lassen, dafern nur Gm in der Ebene GFN liegt.

161 §.

Ja es ist nicht einmal nothwendig, daß *Gm* in der Ebene GFN selbst liege. Alle übrige Sätze bleiben, wenn *Gm* nur in einer solchen Ebene liegt, die gleichfalls auf BC senkrecht steht, und also mit GFN parallel ist: überdem aber das Moment dieser Kraft in Ansehung der graden Linie BC, dem Moment der Kraft R gleich, und entgegen gesetzt ist. Wäre *gh* die Richtung einer solchen Kraft in der Ebene *fgh* auf BC senkrecht: so würde stat der Kraft Fμ auf *f*, eine Kraft *fl*=*gh* drucken (122 §), und man würde stat ihrer, wie vorhin, ein paar Kräfte finden, die auf B und C eben so stark drücken.

162 §.

Wenn gar keine Kraft, wie *Gm*, oder *gh* angebracht wird: so kan der Körper nicht ruhen, er muß sich vielmehr um BC würklich drehen. Man nennt deswegen BC die Axe der Bewegung, nemlich derjenigen Bewegung, die erfolgen muß, wenn das Gleichgewicht aufhört. Diese Axe selbst bleibt fest, so lange zweene Punkte derselben, wie B und C, gehalten werden, wenn gleich alle übrige Punkte des Körpers in Bewegung sind. Sobald aber einer oder beyde Punkte B und C dem Druck auf sie nicht sattsam widerstehen können: so wird auch die Axe selbst in Bewegung kommen.

Es ist wiederum nichts vorhanden, was die bisherigen Lehren des 159-161 §. blos auf die Gewichte einschränkte. Allemal, wenn B und C ein paar Punkte eines Körpers sind, die man hält, indem eine Kraft P an einem Punkt G dieses Körpers angebracht ist, nach einer Richtung GP, die gegen die E-

bene

bene GBC eine Lage hat, welche man will: so muß sich dieser Körper um die Axe BC drehen, dafern die Richtung dieser Kraft nicht in der Ebene GBC liegt. Man kan aber diese Kraft allemahl in zwo andere zerlegen, davon die eine mit der Axe BC parallel ist, die andere aber in einer auf die Axe senkrechten Ebene liegt. Letztere wird eigentlich nur den Körper um die Axe BC zu drehen streben; da man denn durch Hülfe einer neuen in einer auf BC senkrechten Ebene angebrachten Kraft, deren Moment dem Moment der vorigen gleich, und entgegen gesetzt ist, das Gleichgewicht herstellen, und den gesamten Druck, den die Axe leidet, eben so, wie vorhin, bestimmen kan.

Der X. Abschnitt.

Von der Schraube.

163 §.

Es sey ABCD ein grader Cylinder, GH ein Schnitt mit der Grundfläche AB in der Entfernung AG parallel. Auf der Oberfläche dieses Cylinders sey eine krumme Linie AMGKD nach diesem Gesetz verzeichnet, daß, wenn durch einen Punkt M eine grade Linie mit der Axe des Cylinders parallel geht, und den Umfang der Grundfläche in P trift, sich allemal AP : PM = der Umfang der Grundfläche APBL : AG verhalte. Diese Linie heist eine Schraubenlinie, ein Stück von ihr, wie AMG, ein Schrauben- 75 Fig.

gang, und AG dieses Schraubenganges Höhe. Der Cylinder selbst wird die Spindel, und der Umfang seiner Grundfläche, der Umfang der Spindel genant.

164 §.

Man lege durch PM eine Ebene, die auf dem Halbmesser EP der Grundfläche senkrecht steht: so berührt diese die Oberfläche des Cylinders in der graden Linie PM. Diese Ebene schneide die Ebene der Grundfläche in der graden Linie *ab*, so wird *ab* durch P gehen, und wenn man $Pa = \text{Bog.}PA$, und $Pb = \text{Bog.}PBLA$ nimt: so wird *ab* = dem Umf. APBLA. Man ziehe *a*M, und setze durch *b* in der Ebene *a*RM die grade Linie *bg* auf *ab* senkrecht, so ist $bg = \frac{ab.PM}{aP} = AG.$

Weil nun die grade Linie *ag* durch den Punkt M der Schraubenlinie gehet, übrigens aber keinen Punkt mit der Oberfläche des Cylinders gemein hat: so kan sie auch weiter keinen Punkt mit dem Schraubengange gemein haben.

165 §.

Es sey $Ap > AP$, durch *p* sey *pm* mit EF parallel, und schneide den Schraubengang in *m*. Durch M und *m* sey eine grade Linie T*t* gezogen: so wird diese den Schraubengang schneiden, und ihre Lage wird von der Lage des Schraubenganges in M verschieden seyn. Wenn aber A*p* kleiner wird, und *m* näher nach M rückt: so wird T*t* mit *ag* immer kleinere Winkel machen, bis endlich dieser Winkel verschwindet, wenn *m* in M fällt. Rückt *m* noch weiter nach

A,

A, so daß $Am < AM$, und $Ap < AP$ wird: so schneidet Tt wiederum den Schraubengang sowohl, als auch ag. Demnach komt die Lage dieser Linie Tt mit ag überein, wenn m in M fällt, und ag ist eine Tangente des Schraubenganges.

Diese Tangente schneidet die Ebene der Grundfläche unter einem Winkel $gab = \alpha$, dessen Tangente $= \frac{PM}{aP} = \frac{bg}{ab}$. Wenn also der Grundfläche Umfang $= p$, die Höhe des Schraubenganges $= a$ gesetzt wird: so ist $\text{tang}\alpha = \frac{a}{p}$.

166 §.

Eine grade Linie MR steht auf dem Schraubengange in M senkrecht, wenn sie auf der Tangente ag senkrecht steht, und in der Ebene liegt, welche durch ag so geführt ist, daß sie die Spindel berührt. Eine solche Ebene ist diejenige, welche durch M auf dem Halbmesser Ml der Spindel senkrecht steht. Und wenn durch M die grade Linie ZN in eben dieser Ebene auf MP senkrecht gezogen wird: so ist der Winkel $RMZ = aMP = 90° - \alpha$. Verlängert man aber PM nach S: so wird $RMS = \alpha$. Demnach ist $\text{tang}RMS = \text{tang}\alpha = \frac{a}{p} = \text{cot}RMZ$.

167 §.

Eine Kraft R ist an einem Punkt M des Schraubenganges nach der senkrechten Richtung MR angebracht, die äussersten Punkte E und F der Axe der Spindel werden gehalten, so, daß sie sich frey um ihre Axe EF dre-

hen

hen kan; in einem andern Punkt *A* auf der Oberfläche der Spindel ist eine Kraft *V* angebracht, deren Richtung *AV* den durch *A* geführten Umfang der Spindel berühret: man frägt, wie stark *V* seyn muß, um das Gleichgewicht zu erhalten; imgleichen, wie stark, und nach welcher Richtung, die Axe *EF* gedrückt wird.

Aufl. Durch M sey MS mit der Axe parallel, und MZ in der Ebene RMS auf MS senkrecht gezogen. Der Halbmesser der Spindel sey *r*. Nun zerlegt sich die Kraft R in zwo andre, die eine X = R cos RMS nach MS, die andre Y = R sin RMS nach MZ, und letztere liegt in einer auf der Axe EF senkrechten Ebene, da dann RMS = *gab* = α ist (166 §). Die erste X drückt den Punkt F nach der Richtung EF, und es entsteht daher zugleich ein Druck in der Ebene MEF auf E und F nach entgegen gesetzten Richtungen $= \frac{r.R\cos\alpha}{EF}$ (158 §). Das Moment der Kraft Y ist = *r*. Y, und weil dies dem Moment der Kraft V gleich seyn muß: so hat man V = Y, oder V = R sinα. Aus beyden entstehet auf der Axe in E und *f* ein Druck, der diesen Kräften gleich, und dessen Richtung mit dieser Kräfte Richtungen parallel ist.

Wenn demnach auf der obern Grundfläche der Spindel DC ein Gewicht P so liegt, daß dessen Schwerpunkt in EF fällt: so muß P = X = R cosα seyn, wenn es dem Druck nach der Richtung EF widerstehen soll: da dann überdem die Punkte E und F noch sonst müssen gehalten werden, daß sie nicht

seit-

seitwärts weichen. Und weil $V = R \sin\alpha$: so erhält man $l' : V = \cos\alpha : \sin\alpha = 1 : \tang\alpha = p : a$, d. i. wie der Umfang der Spindel zur Weite der Schraubengänge.

168 §.

Wenn um den Cylinder, oder die so genante Spindel, eine Erhöhung so geführt ist, wie es die Gestalt der Schraubenlinie erfordert: so hat man eine eigentlich so genante Schraube.

Man könte diese um die Spindel geführte Erhöhung das Schraubengewinde nennen. Hat ein andrer Körper eine cylindrische Oefnung von einer solchen Dicke, daß die Spindel genau darin passen würde; ist überdem auf der inwendigen Fläche dieser Oefnung eine Vertiefung gleichfalls in der Gestalt eines Schraubenganges so eingeschnitten, daß jener erhabene um die Spindel geführte Schraubengang genau in diese Vertiefung passet; so heist dieser hohle Cylinder mit seinem inwendigen Schraubengewinde die Schraubenmutter.

169 §.

Wenn die Schraube in der Mutter steckt, und eine Kraft V bey A in einer auf der Axe senkrechten Ebene AB, die den Umfang der Spindel berührt, die Spindel um ihre Axe treibt; wenn ferner ein Gewicht P die Axe nach ihrer Richtung FE drückt, und es ist $P = \frac{p}{a} V$: so ist alles im Gleichgewicht, dafern die Schraubenmutter nicht weichen kan. 75 Fig.

Beweis.

Beweis. Eine Kraft Y = V in einem willkührlichen Punkt des Schraubenganges M gleichfalls in einer auf EF senkrechten Ebene nach MZ so angebracht, daß sie den Umfang der Spindel berührt, und ihr Moment dem Moment der Kraft V entgegen gesetzt ist, würde die Bewegung um die Axe EF hindern, dafern ein paar Punkte der Axe, wie E und F gehalten werden, daß sie nicht seitwärts weichen können. Aber das Gewicht P würde die Axe nach der Richtung FE treiben. Eine neue Kraft X = P an M mit EF parallel dem Gewicht P entgegen gesetzt, würde diesen Druck aufhalten, aber überdem verursachen, daß E und F nach Richtungen, die auf EF senkrecht sind, gedruckt würden. Die Richtungen dieser Pressungen sowohl, als derjenigen, die von V und X an der Axe entstehen, sind auf der Schraubenmutter senkrecht, und werden also von ihr völlig aufgehalten. Aus beyden Kräften X und Y aber nach MS und MZ entsteht eine mittlere R nach der Richtung MR. Diese wird $= r(V^2 + P^2) =$

$V r\left(1 + \frac{p^2}{a^2}\right)$. Ist nun ag eine Tangente durch M, und die Figur übrigens, wie im 167 §. gezeichnet: so ist $\frac{p}{a} = \cot\alpha$, also $R = V \operatorname{cosec}\alpha =$

$\frac{V}{\sin\alpha}$. Und weil $R : Y = 1 : \sin RMS$: so wird

$\frac{V}{\sin\alpha} : V = 1 : \sin RMS$ und $RMS = \alpha$. Aber SMg $= 90° - \alpha$, also ist $RMg = 90°$, und MR auf dem Schraubengange in M senkrecht (166 §). Demnach

nach würde eine Kraft =R nach dieser Richtung ebenfalls das Gleichgewicht erhalten, wenn X und Y nicht da sind. Und wäre auch R nicht da, sondern stat dessen ein Widerstand, der M hielte: so würde das Gleichgewicht noch bestehen. Denn wäre R nicht da, so würde M nach der Richtung Mμ, die auf dem Schraubengange senkrecht ist, gedruckt. An dem Schraubengange der Spindel aber liegt der Schraubengang der Mutter unmittelbar an, und es ist Mμ auch auf dem letztern senkrecht. Dieser Schraubengang der Mutter widerstehet dem Druck $= \frac{V}{sin\alpha}$ völlig, also bleibt alles im Gleichgewicht.

170 §.

Es setzen diese Schlüsse vieles voraus, welches in der Ausübung so genau nicht erhalten werden kan. Wie die Gestalt der Schraubengewinde beschaffen seyn müsse, damit der senkrechte Druck auf sie in jedem Punkt würklich die vorausgesetzte Lage hätte, würde eine eigene Untersuchung erfordern. Man siehet das Schraubengewinde so an, als wenn es mit der Schraubenlinie einerley wäre, da es doch eine ziemliche Dicke haben muß, und die Oberfläche desselben mancherley Krümmungen hat, darauf hier nicht gesehen ist, und nicht gesehen werden kan, weil dies noch mehr Theorie erfordern würde, als bisher hat ausgeführt werden können. Man kan also nicht erwarten, daß dasjenige in der Erfahrung alles genau zutreffen werde, was aus den bisherigen Voraussetzungen theils bereits geschlossen ist, und theils daraus noch hergeleitet werden soll. Der Erfolg wird desto weniger von der Theorie abweichen, je

näher

näher die Gestalt der Schraubengewinde derjenigen komt, bey welcher die bisherigen Voraussetzungen würden bestehen können.

171 §.

Setzt man also voraus, daß die Schraubengewinde die erforderliche Gestalt völlig haben, und daß die Gewinde der Spindel in der Mutter genau passen: so wird sich der Druck nach der Richtung $M\mu$ auf das ganze Gewinde, so weit es in der Mutter steckt, gleichförmig vertheilen. Man nehme nemlich an, daß z. E. in vier unterschiedenen Punkten der Schraubenlinie eine Kraft $= \frac{1}{4}R$ nach einer Richtung, die auf der Tangente senkrecht ist, angebracht wäre: so wird diese gehörig zerlegt, nach der Richtung EF eine Kraft $= \frac{1}{4}X$ geben, und nach der auf dem Halbmesser der Spindel senkrechten Richtung eine Kraft $= \frac{1}{4}Y$. Die Summe aller Momente der letztern gegen die Axe EF, bleibt $= r.Y = r.V$. Jede von den ersten giebt nach EF eine Kraft $= \frac{1}{4}X$, und also bleibt ihre Summe mit P im Gleichgewicht. Zwar drücken sie nach andern Richtungen auf E und F seitwärts, als vorhin die Kraft drückte. Aber alle diese Pressungen bleiben gegen die Schraubenmutter senkrecht, und werden daher völlig von ihr aufgehalten.

Man vertheile in Gedanken das ganze Schraubengewinde, so weit es in der Mutter steckt, in so viel gleiche Theile, als man will, z. E. in m gleiche Theile, und lasse an dem mittelsten Punkt eines jeden Theils eine Kraft $= \frac{1}{m}R$ nach einer Richtung angebracht seyn, die in diesem Punkt auf der Schrauben-

benlinie senkrecht ist: so giebt eine jede nach EF eine Kraft $= \frac{1}{m} X$, und auf dem Halbmesser der Spindel senkrecht eine Kraft $= \frac{1}{m} Y$, da dann das Gleichgewicht mit V bleibt, wie man sich leicht überzeugt, wenn man die eben angeführten Gründe in dieser Allgemeinheit überdenkt. Ist nun L die Länge des Schraubenganges: so drückt auf ein Stück $= \frac{n}{m} L$ zusammen, ein Theil des ganzen Widerstandes, welcher $= \frac{n}{m} R$ ist.

Diese Schlüsse dienen dazu, es zu beurtheilen, wie stark die Schraubengänge seyn müssen, damit sie den Druck auf sie, ohne zu zerbrechen, aushalten können. Es folgt daraus, daß die Schraubengänge desto weniger gepreßt werden, je genauer und richtiger eins in dem andern paßt. So bald sich einige Theile allein an einander klemmen, ohne daß die übrigen einander zugleich eben so genau berühren: so leiden jene allein den ganzen Druck, und müssen abspringen, wenn sie nicht genugsame Stärke haben.

172 §.

Wenn ein einziger Punkt M ganz allein gepreßt würde, so müste er dem ganzen Druck R nach der Richtung $M\mu$, also einen Druck $= P$ nach der Richtung MP leiden. Wenn man sich nun das Dreyeck *agb*, wie im 165 §, vorstellet; so kan man *ag* als eine schiefliegende Ebene, wie im 147 §, betrachten,

auf der die Last P nach der Richtung MP gegen *ab* senkrecht druckt. Die vorigen Schlüsse beweisen, daß Kraft und Last bey der Schraube sich eben so gegen einander im Fall des Gleichgewichts verhalten müssen, wie es auf der schiefen Ebene seyn müste, wenn $\alpha = bag$ der Neigungswinkel gegen den Horizont wäre, und die Kraft mit der Grundlinie parallel zöge. Verschiedene Schriftsteller nehmen dies zum Grunde, und leiten daraus die Lehre von der Schraube her. Sie drücken sich gewöhnlich so aus: Jeder Schraubengang sey nichts anders, als eine schiefe Ebene, um einen Cylinder gewunden. Diese Vorstellung hat wohl daher ihren Ursprung, weil man eine schiefe Ebene mit Kraft und Last gewöhnlich so nur in der Zeichnung ausdrückt, wie im 135 § angeführt ist. Das Dreyeck *agb* liesse sich wohl um den Cylinder so umwinden, daß die Grundlinie *ab* um den Umfang der Grundfläche APBLA gelegt würde. Die Fläche *agb* müste sich nun nach der Cylinderfläche krümmen, und so würde aus *ag* die Schraubenlinie werden. Wollte man sich aber *ag* selbst als eine Ebene vorstellen, die so um den Cylinder gewunden werden sollte, daß aus ihr das eigentliche Schraubengewinde würde: so würde dies der Natur einer Ebene ganz entgegen seyn, wie Hr. Hofr. Kästner erinnert (Anf. 2ter Th. 111 §. Stat.).

173 §.

Man stelle sich nun vor, AV sey ein um die Spindel gewickeltes Seil, dies sey etwa bey V um eine Rolle geschlagen, und an demselben hänge ein Gewicht = V herunter. Wenn nun dies Gewicht V die Schraube würklich um ihre Axe drehet: so wird die

ganze

ganze Schraube um die Höhe eines Schraubenganges fortrücken, indem der Punkt A einmahl in seinem Umfang herum gehet. Also wird die Last um die Höhe des Schraubenganges gehoben, indem die Kraft um eine Tiefe sinkt, die dem Umfang der Spindel gleich ist, denn ein so langes Stück des Seils wickelt sich von der Spindel ab. Hieraus folgt, daß auch bey der Schraube der Cartesische Grundsatz gelte, vermöge dessen der Weg der Kraft sich zum Wege der Last verhält, wie die Last zur erhaltenden Kraft. Die meisten Schriftsteller pflegen aus diesem Grundsatz die Lehre von der Schraube herzuleiten.

174 §.

Es ist oben im 169 §. zwar die Sache so vorstellig gemacht worden, daß die Kraft und Last an der Spindel angebracht werden, und die Schraubenmutter unbeweglich bleibt. Allein die Einrichtung kan auch so gemacht werden, daß die Spindel sich zwar um ihre Axe drehet, aber die Mutter sich auf der Spindel verschieben kan. Wenn nun die Axe der Spindel gehalten wird: so muß die Mutter dem Druck nachgeben, wenn die Spindel gedrehet wird, und also nach FE fortrücken, da sie denn gleichfalls eine Last mit sich fortschieben kan. Drückt nun diese Last entgegen, so daß die mittlere Richtung des Drucks mit EF einerley ist: so wird das Gleichgewicht noch bestehen, wenn das Verhältniß zwischen Kraft und Last so groß ist, als es im 169 § bestimt ist. Man überzeugt sich davon ohne Schwierigkeit, wenn man mit dem 169 § dasjenige verbindet, was im 171 § ist ausgeführet worden.

Es findet in der Ausübung zuweilen noch ein dritter Fall stat, da nemlich die Spindel völlig unbeweglich ist, die Schraubenmutter aber umgedrehet wird, und sich zugleich auf der Spindel fortschiebt. Weil die Spindel hier die Mutter hält, und letztere sich nicht anders, als um die Axe der Spindel drehen kan: so läst sich die ganze bisherige Ausführung auch hier ohne Schwierigkeit anwenden, und das Verhältniß zwischen Kraft und Last bleibt, wie vorhin.

175 §.

Die Kraft V mußte im 169 § $= Y = \frac{a}{p} P$ seyn, weil beyder Kräfte Momente gegen die Axe EF gleich seyn musten, und beyder Richtungen um einen gleichen Abstand $= r$ davon entfernt waren. Wäre an der Schraube ein Arm, wie EQ auf der Axe senkrecht angebracht, und man liesse an demselben eine Kraft W nach der senkrechten Richtung QW ziehen; so müste $r . Y = EQ . W$ seyn, oder $W : Y = r : EQ$. Es sey der Umfang des Kreises, den Q im Herumdrehen beschreiben würde, $= \Pi$: so wird $r : EQ = p : \Pi$, also auch $W : Y = p : \Pi$, und $W = \frac{p . Y}{\Pi}$, also $W = \frac{a . P}{\Pi}$. Eben dies folgt, wenn man EQ als einen Hebel betrachtet, vermittelst dessen eine an A angebrachte Last $= \frac{aP}{p}$ im Gleichgewicht erhalten werden soll.

176 §.

76 Fig. Wenn die Schraube EF mit einem Sternrade so verbunden ist, daß sie in dessen Zähne eingreift, die

nach

nach den Schraubengängen eingeschnitten sind, so daß die Schraubengänge die Zähne des Rades fortschieben können: so heist dies Hebezeug eine Schraube ohne Ende. Hängt an der Welle des Rades eine Last P: so ist es leicht, das Verhältniß zwischen Kraft und Last für den Fall des Gleichgewichts anzugeben.

Der Abstand der Kraft V von der Axe der Spindel sey r, und $\pi = 3,1415$ rc. (466 § G.): so wird des zum Halbmesser r gehörigen Kreises Umfang $= \pi r$. Wenn nun a die Weite der Schraubengänge ist: so ist das Gleichgewicht da, wenn der Zahn G gegen den anliegenden Schraubengang nach der Richtung FE mit einer Gewalt $= \frac{\pi r}{a}$ V drückt.

Wenn ferner e der Welle, und f des Rades Halbmesser ist, so drückt der Zahn nach der Richtung FE mit einer Gewalt $= \frac{e}{f}$ P. Also muß $\frac{\pi r}{a}$ V $=$ $\frac{e}{f}$ P seyn, und dies giebt $V = \frac{a.e}{\pi.r.f}$ P.

177 §.

Bey dieser Untersuchung ist, so wie beym Keil, die Friction ganz bey Seite gesetzt worden, die bey der Schraube allerdings sehr stark seyn muß, wegen des starken Drucks, nicht allein der Schraubengewinde gegen einander, sondern auch desjenigen, womit die Spindel senkrecht gegen die Mutter gepreßt wird. Um deswillen wird die Kraft um ein ansehnliches grösser seyn müssen, wenn sie die Last würklich vermittelst der Schraube fortschieben soll, als nach

der bisherigen Theorie zum Gleichgewicht erfordert wird, da sonst sogleich eine Bewegung erfolgen müste, wenn die Kraft im geringsten grösser genommen würde. Wie weit man es durch Versuche in Bestimmung der Grösse der Friction, gebracht habe, soll bald mit mehrern ausgeführet werden. Es war deswegen nöthig, hier diese Erinnerung wieder beyzufügen, weil man bey Berechnung dessen, was man vermittelst einer Maschine auszurichten vermag, nie vergessen muß, die Friction mit in Betrachtung zu ziehen.

Der XI. Abschnitt.

Von der Festigkeit und Federkraft der Körper.

178 §.

Es ist bey der bisherigen Lehre vom Gleichgewicht allemahl zum Grunde gesetzt worden, daß die Theile der Körper, an welchen die bewegenden Kräfte angebracht sind, mit einer so starken Gewalt zusammenhängen, die aller Trennung dieser Theile widerstehet. Die Stärke des Zusammenhanges dieser Theile macht eben dasjenige aus, was wir die Festigkeit des Körpers nennen, und der Körper ist desto fester, je grösser die Kräfte seyn können, welche die Theile desselben zu trennen streben, ohne daß
77 eine solche Trennung würklich erfolgt. Es sey AB
Fig. ein Körper von einer gegebenen Materie z. E. Holz,

oder

oder Metall. Eine Kraft V sey an dem Theil A desselben angebracht, nach der Richtung *Aa*, und eine andre W an B nach der Richtung *Bb*: so wird ein Gleichgewicht erfolgen, wenn beyde Kräfte einander gleich, und entgegen gesetzt sind, aber nur so lange, als der Zusammenhang der Theile stark genug ist, dem gegenseitigen Druck beyder Kräfte zu widerstehen. Wenn das Stück A nicht mit den übrigen zusammenhienge: so würde es allein nach *Aa*, und wenn das Stück B mit den übrigen nicht zusammenhienge: so würde es allein nach *Bb* fortgehen. Eben dies wird erfolgen, wenn der Zusammenhang bey A oder B nicht so stark ist, als der Druck der Kräfte nach *Aa*, oder *Bb*.

179 §.

Diese Stärke des Zusammenhanges, oder der Festigkeit, läst sich messen, wenn man weiß, wie groß die Kraft V seyn müste, welcher dieser Zusammenhang grade das Gleichgewicht hielte, so daß, wenn die Kraft V im geringsten grösser würde, das Stück, an welchem sie unmittelbar angebracht ist, von den übrigen losreissen würde. Die Festigkeit ist in diesem Fall der Kraft V gleich (14 §). Demnach läst sich die Grösse dieser Festigkeit durch Versuche ziemlich genau finden. Es sey AB ein länglichter Körper, der eine cylindrische oder prismatische Gestalt hat. Man hänge ihn bey der einen Grundfläche A auf, so daß er auf dieser Seite zwar hinlänglich gehalten wird, aber frey herunter hängt. An B hänge man ein Gewicht P, und vergrössere solches nach und nach, bis der Körper irgendwo in C zerreist, und das Stück CB mit dem Gewicht P herab fällt.

Nun ist zwar dies Gewicht schon grösser, als die eigentlich gesuchte Festigkeit der Theile bey C. Inzwischen erhält man doch auf solche Art ein paar Gränzen, zwischen welchen die Festigkeit fällt. Hat nemlich der Körper noch n Pfund getragen, ohne zu zerbrechen, und ist von $(n+1)$ Pfunden zerrissen: so fällt die Festigkeit zwischen n Pf. und $(n+1)$ Pf. Wenn man hiebey alles ganz genau nehmen will: so muß man zu dem angehängten Gewicht P noch das Gewicht des abgerissenen Stücks BC zu rechnen, weil das, was die Theile C zusammenhielte, auch dies Gewicht hat mittragen müssen.

180 §.

Das Verhältniß der Festigkeit zweener gleich langer prismatischen und cylindrischen Körper, deren Massen durchaus gleichartig sind, ist mit dem Verhältniß ihrer Dicke einerley, also mit dem Verhältniß ihrer Grundflächen, wenn es, wie hier angenommen wird, grade Cylinder, oder Prismen sind.

Beweis. Wenn die Masse des Körpers DE mit der Masse des Körpers AB durchgängig von einerley Art ist, und beyde also von einerley und gleichförmiger Dichtigkeit sind, so setze man, DE bestehe aus n Prismen, wovon jedes dem Prisma AB gleich und ähnlich ist. Nun kan jedes dieser Prismen ein so grosses Gewicht tragen, wie AB tragen konte, also alle zusammen, das ist, das ganze Prisma DE, ein Gewicht $= nP$. Weil nun bey der angenommenen Voraussetzung des Prisma DE Grundfläche n mahl grösser ist, also verhalten sich die Festigkeiten, wie die Grundflächen. Wäre AB aus n solchen Pris-

men

men zusammengesetzt, DE aber aus *m* solchen Prismen, wovon jedes ein Gewicht =P tragen könnte: so würde AB ein Gewicht =*n*P, und DE ein Gewicht =*m*P tragen, folglich das Verhältniß ihrer Festigkeit noch mit dem Verhältniß der Grundfläche einerley seyn.

181 §.

Dieser Beweis setzt voraus, daß man dergleichen Körper als solche ansehen könne, die aus vielen länglichten, und mit einander parallel laufenden Fasern bestehen, wie z. E. viele Holzarten. Allein bey einer andern Structur der Körper können sie mehr Festigkeit erlangen, als diese Regel geben würde. Alle Seile bestehen zwar auch aus einer gewissen Menge an einander liegender Fäden, die aber nicht mit einander nach graden Linien parallel laufen. Diese Fäden sind zugleich durcheinander gewunden, und deswegen läst sich die gegebene Regel nicht schlechterdings bey den Seilen anbringen. Die Erfahrung lehrt, daß die Festigkeit der Seile würklich in einem grössern Verhältniß wachse, als das Verhältniß ihrer Dicke wächst. *Du Hamel* l'Art de la Corderie beschreibt viele von ihm darüber angestellte Versuche. Es wird hier genügen, nur einen anzuführen. Er ließ vier verschiedene Seile aus gleich dicken und starken Fäden verfertigen. Zu dem ersten wurden 6, zum zweyten 9, zum dritten 12, und zum vierten 18 Fäden genommen. Der erste trug 631 Pfund, bevor er zerriß; also hätte der zweyte nur 946 Pfund, der dritte 1262, der vierte 1893 Pfund tragen müssen. Aber der zweete trug 1014 Pfund, der dritte 1564 Pfund, der vierte

2148 Pfund. Die Ursache davon ist ohne Zweifel diese, weil kein Faden durchgängig in seiner ganzen Länge gleich feste ist. Wenn nun mehr Fäden um einander gewunden werden: so werden schwächere Stellen des einen an stärkere Stellen des andern zu liegen kommen, und durchs zusammenwinden so verbunden werden, daß beyde zusammen hier eine Stelle geben, die mehr, denn doppelt so stark ist, als die schwächste Stelle des einen war, der, wenn man mit ihm allein den Versuch angestellet hätte, an dieser schwächsten Stelle zerrissen wäre.

182 §.

Bey würklicher Verfertigung der Seile sind verschiedene Umstände in Betrachtung zu ziehen, die dazu etwas beytragen können, daß das Seil stärker oder schwächer wird, wenn gleich die Materie desselben einerley bleibt: da sonst die verschiedene Güte des Hanfs selbst, und die verschiedene Zubereitung desselben hiezu ein grosses beyträgt. *Du Hamel* handelt hievon ausführlich a. a. O., und man findet davon auch beym *Muschenbroeck* eine ziemlich vollständige Nachricht (Introd. ad Phil. Nat. T. I. pag. 406 sqq.). Letzterer theilet folgende Tabelle mit, worin die bey verschiedenen Versuchen wahrgenommene Festigkeit mehrer Seile von ungleicher Dicke angemerket ist.

Dicke des Seils:	Festigkeit:
6 Linien - -	190 Pfund.
8 - - -	330 -
10 - - - -	540 -
12 - - - -	750 -
13 - - - -	840 -

15	Linien	-	-	-	990	Pfund.	
16	-	-	-	-	1030	-	
20	-	-	-	-	2080	-	
24	-	-	-	-	3000	-	
30	-	-	-	-	4730	-	
36	-	-	-	-	7900	-	

Das dickste Ankertau, dessen man sich auf den grösten Schiffen bedienet, und dessen Umfang etwa 21 Zoll beträgt, wird gewöhnlich aus 2250 hanfenen Schnüren verfertiget, wovon jeder 100 Pfund tragen kan. Also wird ein solches Ankertau wenigstens 225000 Pfund tragen können. Man sehe auch *Nollet* Leçons de Physique Tom. III. Lect. IX. Sect. III. Exp. IV.

183 §.

Die Versuche über die Festigkeit des Holzes erfordern sehr viele Aufmerksamkeit auf alle dabey vorkommende kleine Umstände. Wenn man mit verschiedenen gleich dicken Stücken Holz, die aus einem und eben demselben Baum geschnitten sind, Versuche anstellt, so wird sich dennoch eine grosse Verschiedenheit ergeben. Das Herz des Baums wächst zuerst, und um das Herz legt sich, wie man gemeiniglich glaubt, alle Jahre ein oder mehrere Ringe, deren also desto mehrere werden, je älter der Baum wird. Das Herz, und die zunächst um dasselbe befindlichen Ringe sind am schwächsten, die übrigen haben mehr Festigkeit; doch werden sie nahe an der Rinde wieder schwächer. Selten ist das Herz grade in der Mitten des Baums befindlich, und die Ringe pflegten gewöhnlich auf der einen Seite dicker, als auf der andern zu seyn. Gemeiniglich hält man dafür,

für, daß die Ringe an der Mittagsseite des Baums am dicksten werden, und an der Mitternachtseite am dünnsten bleiben, wenn nemlich der Baum frey stehet, und von keiner Seite Schutz gegen die Winde hat. Daher ist die Festigkeit des Holzes aus einem und eben dem Stamme sehr verschieden. *Musschenbroeck* beschreibt in der Introd. ad Phil. Nat. §. 1127 u. f. eine ziemliche Anzahl über die Festigkeit einiger Holzarten sorgfältig angestellter Versuche, wobey genau bemerkt worden, aus welchen Ringen, vom Herz des Stammes angerechnet, die Stücke geschnitten worden, und welcher Weltgegend die Seite des Stammes zugekehrt gewesen. Damit man einigermassen von der Festigkeit der bekantesten Holzarten urtheilen könne, wird folgende Tabelle dienen, die aus Musschenbröcks Introd. ad cohærentiam corporum firmorum genommen ist. Die Stücken Holz, die in den Versuchen gebraucht wurden, waren Parallelepipeda, die Grundflächen Quadrate, wovon jede Seite die Länge von 0,27 Rheinl. Zollen hatte. Sie wurden von nachstehenden Gewichten zerrissen:

Das Büchenholz	von	1250 Pfund.
- Eschenholz	-	1250 -
- Eichenholz	-	1150 -
- Lindenholz	-	1000 -
- Erlenholz	-	1000 -
- Ulmenholz	-	950 -
- Tannenholz	-	600 -
- Fichtenholz	-	550 -

184 §.

Um die Festigkeit der Metalle zu untersuchen, und zwar nicht allein der reinen, sondern auch solcher Metallen,

tallen, die aus der Vermischung verschiedener ungleichartiger Metalle zuwege gebracht werden, hat sich Musschenbröck ebenfalls sehr viele Mühe gegeben. Er beschreibt seine dieserhalb angestellten Versuche in der schon angeführten Introd. ad Phil. Nat. 1129 §. sqq. Aus diesen Versuchen läst sich nicht wohl ein Auszug mittheilen, und sie alle anzuführen, würde hier zu weitläuftig seyn. Folgende Versuche, die dazu dienen können, von der Festigkeit der Metalle einigermassen überhaupt zu urtheilen, sind ebenfalls aus der im vor. § angeführten Musschenbröckschen Schrift genommen. Die hier angezeigten metallenen cylindrischen Fäden, deren Dicke 0,1 Rheinl. Zoll betrug, wurden von den dabey gesetzten Gewichten zerrissen:

Aus Gold	von	500	Pfund.
- Eisen	-	450	-
- Messing	-	360	-
- Silber	-	370	-
- Rothen Kupfer	-	299¼	-
- Zinn	-	49¼	-
- Bley	-	29¼	-

185 §.

Derjenige Zusammenhang der Theile eines Körpers, welcher bisher betrachtet worden, ist allemahl dem Gewicht gleich, so ihn grade zu überwinden vermögend ist. Er heist die absolute Festigkeit des Körpers, weil das angebrachte Gewicht unmittelbar die Theile zu zerreissen strebet, ohne daß desselben Würkung durch eine so genante Abwage oder Moment verstärkt ist. Man siehet leicht, daß im letztern Fall das Gewicht, welches den Körper zer-

brichr,

bricht, viel kleiner seyn kan, als die eigentliche Festigkeit des Körpers. Die respective Festigkeit eines Körpers heist diejenige, womit der Zusammenhang seiner Theile einem Gewicht widerstehet, das mit einer bestimten Abwage den Körper zu zerbrechen strebet.

78 Fig. Es sey AB ein horizontalliegender Balken, der bey A noch unterstützt ist, aber so, daß das hervorragende Stück AB weiter nicht gehalten wird. In B hänge ein Gewicht P: so wird dies den Balken in der Gegend bey A zu zerbrechen streben, und würklich zerbrechen, wenn der Zusammenhang bey A nicht stark genug widerstehet.

186 §.

Es sey CAD die Ebene des Bruchs: so wird jedes Theilchen C dieser Ebene, bevor dieser Bruch geschehen ist, mit einer gewissen Gewalt gehalten. Ist nun V die absolute Festigkeit: so wird die Gewalt, welche C hält, $= \frac{1}{n} V$ seyn, dafern C ein Stückchen der Ebene CAD bedeutet, daß sich zu ihr, wie $1 : n$ verhält. Man muß nemlich, um diese Untersuchung zu erleichtern, voraussetzen, daß alle Punkte der Ebene CAD gleich stark gehalten werden. Das Moment der Gewalt $\frac{1}{n} V$, welche C hält, gegen AD, ist $= \frac{1}{n} V \times AC$. Würde nun das Stückchen C allein gehalten; so müste $P = \frac{\frac{1}{n} V . AC}{AB}$ seyn, im Fall des Gleichgewichts.

187 §.

187 §.

In der Ebene CAD muß es einen Punkt G geben, der die Eigenschaft hat, daß wenn an demselben die ganze Kraft V angebracht würde, ihr Moment gegen AD eben so groß wäre, als die Summe aller Momente der einzelnen Kräfte, die jeden Punkt der Ebene CAD halten (61 §). Dieser Punkt heist hier der Mittelpunkt der Festigkeit. Ist nun GH sein Abstand von AD: so muß $P = \frac{V.GH}{AB}$ seyn, im Fall des Gleichgewichts. Also ist die respective Festigkeit dieses Körpers $= \frac{V.GH}{AB}$, wenn V seine absolute Festigkeit bedeutet.

Weil $GH = \frac{1}{2}AC$ ist: so wird $P = \frac{\frac{1}{2}AC}{AB} V$, und wenn man $AC = AB$ nimt: so wird $P = \frac{1}{2}V$. Diese Regel würde dienen, die absolute Festigkeit eines Körpers mit der respectiven zu vergleichen, wenn bey allen Körpern das, worauf sie sich gründet, stat hätte, wie sich unten mit mehrern ergeben wird. Es ist dies *Galilæi* Regel Mech. Dial. 11. pag. 103.

188 §.

Ist AB ein gleichartiger Körper: so wird sein Schwerpunkt von AD um die Entfernung $\frac{1}{2}AB$ abstehen; und wenn das eigene Gewicht des Körpers $= p$ ist: so wird auch dies mit dem Moment $\frac{1}{2}p.AB$ würken. Ziehet man demnach dies Gewicht mit in Betrachtung, wie es denn bey grossen und schweren Körpern allerdings geschehen muß; so hat man eigent-

gentlich $V.GH = (P + \frac{1}{2}p)AB$, und es ist so viel, als wenn in B ausser dem Gewicht P noch ein andres $= \frac{1}{2}p$ hienge. Also wird eigentlich die respective Festigkeit $P + \frac{1}{2}p = \frac{V.GH}{AB}$.

Wenn in der Folge die respective Festigkeit $= P$ gesetzt wird: so muß man allemahl durch P das in B anzuhängende Gewicht um das halbe eigene Gewicht des Körpers vermehrt, verstehen.

189 §.

Wenn ein solcher Körper, wie AB die Gestalt eines rechtwinklichten Parallelepipedi hat: so soll hinführo AB seine Länge, AD seine Breite, AC seine Dicke, oder Höhe heissen.

78 Die respective Festigkeit zweyer Parallelepi-
79 peden, die von einerley Art sind, gleiche Brei-
Fig. te und Dicke, auch eine gleiche absolute Festig-
keit haben, verhält sich umgekehrt, wie ihre Länge.

Bew. Wenn FD ein andres Parallelepipedum ist, das die vorausgesetzten Eigenschaften hat: so sey EFL die Ebene des Bruchs, I der Mittelpunkt der Festigkeit, IK sein Abstand von FL, und W die absolute Festigkeit. Weil nun die Figuren CAD, EFL gleich und ähnlich sind: so wird $IK = GH$, und $V = W$ seyn müssen. Es sey P des Körpers AB, und Q des Körpers FD respective Festigkeit: so hat man

$P = \frac{V.GH}{AB}$, und $Q = \frac{W.IK}{FD} = \frac{V.GH}{FD}$;

also $P : Q = FD : AB$.

190 §.

190 §.

Wäre das Parallelepipedum AB noch mahl so breit, bey eben der Dicke und Länge: so müste P noch mahl so groß seyn, weil V noch mahl so groß ist (180 §). Es erhellet leicht, daß P überhaupt *n* mahl grösser seyn müste, wenn der Körper bey eben der Dicke und Länge *n* mahl breiter wäre. Daraus fliest ohne Schwierigkeit dieser Satz:

Die respective Festigkeit zweyer gleichartiger und für sich gleich festen Parallelepipeden, die gleiche Länge und Dicke haben, verhält sich, wie die Breite dieser Körper.

191 §.

Wenn nun das Parallelepipedum AB noch mahl so dick ist: so wird V sowohl, als auch GH noch mahl so groß, und überdem werden V und GH *n* mahl grösser, wenn AC *n* mahl grösser wird, bey eben der Länge und Breite. Hieraus folgt der Satz:

Die respective Festigkeit zweyer gleichartigen, und für sich gleich festen Parallelepipeden, die gleiche Länge und Breite haben, verhält sich, wie das Quadrat ihrer Dicke.

Es sey nemlich AD=FL, AB=FD, und AC= 78
*n*EF, also V=*n*.W, und GH=*n*.IK. Nun ist 79

$P = \frac{V.GH}{AB}$, und $Q = \frac{W.IK}{FD}$, folglich $P = \frac{n.W.n.IK}{AB}$, und $Q = \frac{W.IK}{AB}$. Hieraus folgt 80 Fig.

$P:Q = nn:1 = AC^2:EF^2$. Hätte ein drittes Parallelepipedum die Länge $ab = AB$, die Breite $ad =$

AD, und Höhe $ac = m$. EF: so wäre $gh = m$. IK, wenn g der Mittelpunkt der Festigkeit ist, und $v = m$. W, wenn v die absolute Festigkeit bezeichnet. Ferner würde die respective Festigkeit $R = \frac{v.gh}{ab} = \frac{m.W.m.IK}{AB}$; also $P:R = mm:mm = AC^2:ac^2$.

192 §.

Das Verhältniß der respectiven Festigkeit zweener Körper von einerley Art und Festigkeit, von der bisher betrachteten Gestalt, ist aus den Verhältnissen der Breite, des Quadrats der Dicke, und dem umgekehrten Verhältniß der Länge, zusammengesetzt.

Beweis. Es sollen AB und *ab* ein paar Körper von dieser Art seyn; überdem sey V des Körpers AB, und F des Körpers *ab* absolute Festigkeit. Nun hat man zuerst $V:F = AD.AC:ad.ac$ (180 §); also $F = \frac{ad.ac.V}{AD.AC}$. Ferner soll G in CAD und g in *cad* der Mittelpunkt der Festigkeit seyn: so hat man $GH:gh = AC:ac$, und $gh = \frac{ac.GH}{AC}$.

Aber es ist $P = \frac{GH.V}{AB}$, und $R = \frac{F.gh}{ab} = \frac{F}{ab} \cdot \frac{ac.GH}{AC} = \frac{ad.ac.V}{AD.AC} \cdot \frac{ac.GH}{ab.AC}$, oder $R = \frac{ad.ac^2.GH.V}{AD.AC^2.ab}$. Demnach wird $P:R = \frac{1}{AB}$

$$\frac{1}{AB} : \frac{ad.ac^2}{AD.AC^2.ab} = \frac{AD.AC^2}{AB} : \frac{ad.ac^2}{ab}.$$

193 §.

Dies ist *Galilæi* Regel in Mech. Dial. II. p. 104. Sie gründet sich aber, wie die übrigen Lehren §. 187-192, auf die Voraussetzung, daß alle Fibern des Körpers in der Ebene des Bruchs CAD gleich stark widerstehen, und zugleich auseinander reissen, die in der Natur nie völlig genau stat hat. Inzwischen stimmen alle diese Sätze in der Anwendung mit dem Erfolg desto näher überein, je fester die Körper, und je weniger sie biegsam sind, dahin das Glas, und die meisten Steinarten gehören. Man muß bey Untersuchungen von dieser Art zufrieden seyn, wenn man anfangs solche Voraussetzungen annehmen kan, die mit dem, was in der Natur statt hat, nur beynahe überein kommen.

Fände die angenommene Voraussetzung bey festen Holzarten stat: so würde ein einziger Versuch mit jeder Holzart dazu dienen, von der respectiven Festigkeit eines jeden aus einer solchen Holzart gehauenen Balkens, zu urtheilen. Musschenbroeck hat am angef. Orte nachstehende Versuche erzehlt. Ein Parallelepipedum, dessen Querschnitt CAD ein Quadrat war, und jede Seite 0,27 Rheinl. Zoll.

Aus	ward gebrochen von
Büchenholz	$56\frac{1}{2}$ Unzen.
Eichenholz	48 -
Erlenholz	48 -
Ulmenholz	44 -
Fichtenholz	40 -
Tannenholz	$36\frac{1}{2}$ -

Der Abstand des Gewichts von der Ebene des Bruchs, war 10 Zoll.

Wäre nun ein Balken aus Eichenholz 160 Zoll lang, 9 Zoll breit, und 27 Zoll hoch: so würde man seine respective Festigkeit durch die Proportion erhalten,

$$\frac{0{,}27 \times 0{,}27 \times 0{,}27}{1\not\odot} : \frac{9 \times 27 \times 27}{16\not\odot} = 48 \text{ Unz.}$$

zur gesuchten Festigkeit. Die Rechnung giebt

$$\left(27 \times 27 \times 27 : \frac{27 \times 27 \times 27}{1000000}\right) = 1000000$$

Unz. = 62500 Pfund, nemlich 16 Unzen auf ein Pfund gerechnet. Aber hierin ist die Hälfte von dem eigenen Gewicht des Balkens mit begriffen (188 §). Weil nun ein Cubicfuß Eichenholz etwa 60 Pfund wiegt, so wiegt der Balken selbst etwa 1350 Pfund. Hievon ist die Helfte 675 Pfund. Diese von 62500 Pfund abgezogen, giebt 61825 Pfund für das Gewicht, welches der Balken an seinem äussersten Ende höchstens tragen kan.

194 §.

81 F. Wenn der Körper AB in der Mitte C unterstützt ist, und er soll von zweyen Gewichten P und Q, die an den beyden äussersten Enden bey A und B hängen, zerbrochen werden: so müssen beyde Gewichte gleich groß seyn, und die Grösse eines jeden wird nach der Regel des vorigen §. gefunden, wenn man AC, oder BC für die Länge des Körpers nimt. Es kan der Körper auch an den beyden äussersten Enden A und B unterstützt seyn, und in der Mitte C ein Gewicht hängen, dessen Grösse, wenn der Körper brechen soll,

nach eben der Regel gefunden wird, wenn man nur diesen Umstand in Betrachtung zieht, daß in dem letzten Fall die Unterlagen in A und B das sind, was vorhin die Gewichte P und Q waren, und das Gewicht in C das, was vorhin die Unterlage hieselbst war, nur daß im letzten Fall die Richtungen der Pressungen den vorigen entgegen gesetzt sind.

Aus der Regel des 192 §. ergiebt sich zugleich die Ursache, warum ein Balken, wenn seine Höhe grösser, als seine Breite ist, (wenn er in der hohen Kante liegt,) mehr tragen kan, als in dem umgekehrten Fall. Wenn AD > AC ist, und man legt ihn auf 78
die Seite CAB: so verhält sich seine Festigkeit zur Fig.
Festigkeit, die er in der andern Lage hat, wie

$$\frac{AD^2 . AC}{AB} : \frac{AC^2 . AD}{AB} = AD : AC.$$

195 §.

Die respective Festigkeit zweener graden Cylinder, die einerley absolute Festigkeit haben, ist aus dem Verhältniß der Würfel des Durchmessers ihrer Grundfläche, und dem umgekehrten Verhältniß ihrer Länge zusammen gesetzt.

Beweis. Wenn ADBE die Ebene des Bruchs 82
in dem einen, und *adbe* eben diese Ebene in dem an- Fig.
dern Cylinder vorstellt, und AB, *ab* sind wagrechte, DE, *de* lothrechte Durchmesser: so sey V des ersten, und F des zweyten absolute, aber P des ersten, und R des zweyten respective Festigkeit. Nun wird P:R

$$= \frac{CE . V}{L} : \frac{ce . F}{l},$$ wenn L die Länge des ersten,

und l die Länge des zweyten Cylinders ist, oder $P:R = \frac{AB.V}{L} : \frac{ab.F}{l}$. Ferner hat man $V:F = AB^2:ab^2$, also $F = \frac{V.ab^2}{AB^2}$, folglich $P:R = \frac{AB.V}{L} : \frac{ab^3.V}{l.AB^2} = \frac{AB^3}{L} : \frac{ab^3}{l}$.

Wenn L die Länge des Cylinders über dem Kreise ADBE ist, und eine cylindrische Röhre (374 §. Geom.) über dem Ringe, zwischen den Kreisen *adbe*, *fhgi* hat eben die Länge: so sey P des Cylinders, und Q der Röhre respective Festigkeit. Sind nun beyde Körper übrigens von einerley Art, und des Cylinders absolute Festigkeit ist V, der Röhre W: so erhält man $P:Q = V.CE:W.ce$. Es ist aber $V:W = CE^2:(ce^2 - ch^2)$ (180 §. St. 377 §. Geom.). Also $P:Q = CE^3 : ce(ce^2 - ch^2)$.

Hat die Röhre mit dem Cylinder einen gleichen körperlichen Inhalt: so wird $CE^2 = ce^2 - ch^2$, also $P:Q = CE:ce$. Dies ist Galilai Regel am Ende des III Gesprächs, und der geführte Beweis gründet sich noch auf die Voraussetzung des 186 §.

196 §.

Daß aber die bisherigen Voraussetzungen bey Vergleichung der respectiven Festigkeit der Körper in der Natur nicht völlig stat haben, ist bereits im 193 §. erinnert worden. Daher weichen die Versuche, die man mit hölzernen Stäben angestellet hat, auch ziemlich von der bisherigen Theorie ab. Das Holz, die Metalle, und mehrere andre dergleichen Körper bestehen aus Fasern, die von dem angehängten

ten Gewicht anfangs etwas ausgedehnt werden, bevor sie zerspringen, und es ist so leicht nicht, bey dieser Untersuchung eine Voraussetzung zu finden, die in der Natur würklich völlig stat hat, zumahl da die Körper in Ansehung ihrer Structur ganz ungemein verschieden sind. Inzwischen hat man doch die Theorie demjenigen, was die Versuche lehren, würklich näher gebracht. *Mariotte* im Traitè du mouvement des eaux Part V. Disc. II. und Herr von Leibnitz in den Actis Erud. Lipsi. 1684. pag. 385. haben den Umstand von der Biegsamkeit der Körper, und der Ausdehnung ihrer Fibern, mit in Betrachtung gezogen.

Es sey nemlich ABC eine Ebene durch den Schwerpunkt des Balkens, den das Gewicht P bey A zerbricht. Diese Ebene sey vertical, und auf der Ebene des Bruchs senkrecht. Bevor der Bruch bey A erfolgt, müssen sich die Fibern bey I, L, N, u. s. f. nach C, K, M ausdehnen. Indem nun die Fibern sich in diesem ausgedehnten Zustande befinden, werden sie desto stärker gedehnt seyn, je grösser ihr Abstand von A ist, so, daß z. E. CI mehr gedehnt ist, als KL, KL mehr, wie MN, u. s. f. Und weil diese Fibern die parallele Lage behalten: so ist AN:AL :AI=MN:KL:CI, u. s. f. Nun wird einerley Fiber desto stärker gedehnt, je stärker die Kraft ist, die sie zieht. Mariotte und Leibnitz nehmen an, die Grösse dieser Ausdehnung der Fiber sey der Stärke der Kraft proportional, welche die Fiber dehnt.

197 §.

Was mit den Fibern in dieser Ebene BAC vorgeht, dasselbe widerfährt den übrigen Fibern in den

Ebenen, die mit dieser parallel sind, in der Gegend nemlich, wo der Bruch entsteht. Der Mittelpunkt des Widerstandes bleibt noch in der graden Linie AI, aber er liegt nun nicht mehr auf der Mitte von HI, oder AC, wie im 187 §, weil nun nicht mehr auf alle Punkte der Linie AI gleiche Kräfte drücken. Jedes Stück dieser Linie, wie AN, wird von einem Theil der ganzen Gewalt gedrückt, der sich zur ganzen verhält, wie das Dreyeck AMN zum Dreyeck ACI, dafern die Voraussetzung des vor. §. ihre Richtigkeit hat. Die Richtungen der einzelnen Dehnungen jeder Fiber sind aber einander parallel. Also muß die mittlere Richtung durch den Punkt G gehen, wenn man $AG = \frac{2}{3}AI$ nimt (75 §).

Wenn eine Kraft den Körper CAB nach seiner Länge AB zieht: so werden alle Fibern CI, KL, MN, u. s. f. gleich stark gedehnt. Dafern nun die Fibern nicht reissen, bevor sie um die Länge CI gedehnt sind: so wird die absolute Kraft, welche den Körper nach seiner Länge zerreissen soll, doppelt so groß seyn müssen, als die Summe aller Kräfte, welche erfordert werden, die Fibern CI, KL, MN so zu dehnen, wie es die Figur vorstellt. Denn in dem letzten Fall reissen die Fibern nach und nach, und fangen schon an zu zerreissen, wenn nur die oberste Fiber um die Länge CI gedehnt ist. Im ersten Fall reissen die Fibern nicht, bevor sie alle zugleich um die Länge CI gedehnt sind.

Man setze demnach die absolute Festigkeit des Körpers = V: so ist bey dem horizontalen Bruch des Körpers, den die Figur vorstellt, $AG \times \frac{1}{2}V = AB.P.$ Nun war $AG = \frac{2}{3}AI$, oder $AG = \frac{2}{3}AC$, also erhält

man

man $\frac{1}{3}AC.V = AB.P$, und $P = \frac{\frac{1}{3}AC.V}{AB}$. Nimt man $AC = AB$: so wird $P = \frac{1}{3}V$.

198 §.

Diese Regel komt nun zwar mit den Versuchen schon viel näher überein, als die Galiläische Regel (187 §), allein man kan doch das, worauf sie sich gründet, noch nicht alles für ganz ausgemacht halten. Der Satz des 196 §, daß die Ausdehnung einer Fiber der dehnenden Kraft proportional sey, läst sich noch mit Grunde in Zweifel ziehen. Varignon in den Memoires de l'Academie de Paris Année 1702 hat dieses schon erinnert, und Jacob Bernoulli macht ebenfalls in eben diesen Memoires Année 1705 gegründete Zweifel dagegen. Letzterer zeigt, es sey bey gedehnten Fibern das Verhältniß der grössern Dehnung zur kleinern allemahl kleiner, als das Verhältniß der grössern dehnenden Kraft zur kleinern. Zugleich aber erinnert er, daß nicht allein die obersten Fibern, wie CI, ausgedehnt, sondern auch einige der untern Fibern bey A, wo der Bruch erfolgt, zusammengedruckt werden. Daß nun eine Fiber, die von einem gewissen Gewicht um die Hälfte ihrer Länge zusammengedruckt ist, von einem doppelt so grossen Gewicht nicht doppelt so viel zusammengedrückt werden könne, schliest Bernoulli daraus, weil widrigenfalls die Länge der Fiber dadurch $= o$ würde, welches der Natur der Körper zuwider ist. Er schliest daher ferner, daß eben das für die dehnenden Kräfte gelte, weil dehnende und drückende Kräfte nur in Ansehung ihrer Richtung unterschieden sind.

199 §.

Auf diese Voraussetzungen gründet Bernoulli seine Untersuchung über die Vergleichung der respectiven Festigkeit eines Körpers mit seiner absoluten Festigkeit in der Abhandlung: Veritable hypothese de la resistance des solides (Oper. T. II. N. CII. p. 976.). Er bringt aus seinen Schlüssen die Folge heraus, es müsse $R < \frac{1}{3} V$ seyn (197 §), wenn AB $= AC$ ist, oder es sey überhaupt $P < \frac{\frac{1}{3} AC . V}{AB}$.

Seine Schlüsse selbst lassen sich hier noch nicht aus einander setzen, weil sie sich auf Theorien gründen, die bisher noch nicht haben vorgetragen werden können. Mariotte fand durch seine Versuche allemahl $P < \frac{1}{3} V$, aber doch $P > \frac{1}{4} V$, so, daß die Bernoullische Theorie damit sehr wohl übereinstimmet: Allein dem ungeachtet hat doch Bernoulli die Sache noch nicht zur völlig überzeugenden Richtigkeit gebracht, wie man aus den Anmerkungen siehet, die der angeführten Abhandlung von dem Herausgeber der Operum beygefügt sind.

Die allgemeinsten Untersuchungen über die Vergleichung der respectiven und absoluten Festigkeit harter Körper hat **Varignon** angestellt (Memoires de l'Academie de Paris A. 1702.). **Bülffinger** in IV Tomo der Comment. Petrop. pag. 164. u. f. stellt eben die Untersuchungen an, und zeigt zugleich, wie **Varignons** Regel auf einem kürzern Wege gefunden werde. Auch handelt hievon **Kraft** in der Dissert. de corporum naturalium cohærentia. Tubing. 1752. Aber so allgemein läst sich diese Theorie hier noch nicht abhandeln.

200 §.

200 §.

Biegsame Körper sind alle diejenigen, deren Figur man verändern, verlängern, oder verkürzen kan, ohne daß der Zusammenhang ihrer Theile aufgehoben wird. Ein Körper von dieser Art heist elastisch, wenn derselbe einer jeden Kraft, die seine Figur zu ändern strebet, sich nicht allein widersetzt, sondern auch seine vorige Figur entweder völlig, oder zum Theil, wieder annimt, wenn diese Kraft wegfällt, oder der Widerstand des Körpers sie überwinden kan. Der Körper heist ein **vollkommen**, oder **unvollkommen elastischer Körper**, nachdem er seine Figur entweder völlig, oder nur zum Theil wieder annimt. Man schreibt in solcher Absicht einem jeden gebogenen, gedehnten, oder zusammengedruckten Körper von dieser Art, eine Kraft zu, seine Figur herzustellen, und diese heist die **Federkraft**, **Schnellkraft**, oder **Elasticität** desselben.

Die meisten natürlichen Körper sind elastisch, der eine mehr, der andre weniger. Und obgleich, genau zu reden, keine vollkommene Federkraft bey den natürlichen Körpern stat hat: so giebt es dennoch verschiedene Arten von Körpern, deren Elasticität der vollkommenen Federkraft sehr nahe komt. Dahin gehören der gehärtete Stahl, das Glas, die Edelgesteine, u. a. m.

201 §.

Vermöge der Erfahrung wird die Federkraft eines elastischen Körpers desto grösser, je mehr seine Theile entweder gedehnt, zusammengedrückt, oder auch sonst in ihrer Lage gegen einander geändert werden. Demnach kan nicht jede Kraft in der Figur

eines

eines elastischen Körpers einerley Veränderung zuwege bringen. Wenn nemlich die Theile so weit gedehnt, oder zusammengedruckt sind, bis die Federkraft dieser Theile der dehnenden, oder zusammendrückenden Kraft gleich ist: so befindet sich der elastische Körper mit derjenigen Kraft, die seine Figur zu ändern strebet, im Gleichgewicht.

83 Fig. Dafern die Fibern CI, KL, MN, des Körpers CAB (196 §) elastisch sind: so werden sie nicht allein von dem Gewicht P nur bis auf eine gewisse Länge gedehnt werden; sondern auch, wenn das Gewicht P weggenommen wird, sich wieder zusammen ziehen, und zwar mehr, oder weniger, nachdem ihre Elasticität grösser, oder geringer ist.

202 §.

Wenn nun an B ein Gewicht P hängt: so wird AB aus der Lage A*b* in die Lage AB gebogen werden, und die Federkraft der Fibern zwischen A und C wird desto grösser, je grösser der Winkel *b*AB wird (201 §).

84 Fig. Wenn ferner ein andrer Körper DEF zwischen E und D aus Fibern bestehet, die mit den vorigen eine gleiche Federkraft haben, und an F hängt ein Gewicht Q: so wird dieser Körper so gebogen, daß EF aus der Lage E*f* in die Lage EF kömt. Wenn nun AB.P = EF.Q ist: so wird der Winkel *b*AB = *f*EF seyn. Es leiden nemlich nun beyde Stangen bey AC und FD einerley Veränderung ihrer Gestalt. Und eben dies erfordert die Gleichheit der Elasticität, daß nemlich bey einerley Aenderung der Gestalt, diese Elasticität einer gleichen Gewalt widerstehe.

Der Ausdruck: Die Elasticität bey *A* oder *E* soll in der Folge der Kürze wegen gebraucht werden,

die

die gesamte Elasticität aller gedehnten Fibern zwischen A und C, oder E und D anzudeuten.

203 §.

Man setze nun, die Federkraft bey A sey der Federkraft bey E ungleich, und es sey jene = E, diese = *e*: so erhellet, daß bey einerley Aenderung der Gestalt E : *e* = A*b*. P : E*f*. Q seyn müsse. Wenn nemlich der Winkel *b*AB = *f*EF ist, und A*b*. P = *n*. E*f*. Q: so muß E = *ne* seyn.

Dafern aber E = *e* ist, und A*b*. P ▷ E*f*. Q: so wird auch der Winkel *b*AB ▷ *f*EF seyn. Versuche haben gelehrt, daß *b*AB : *f*EF = A*b*. P : E*f*. Q sey, so lange die Winkel *b*AB, *f*EF sehr klein sind.

Wenn demnach E und *e* sowohl, als auch *b*AB, und *f*EF ungleich sind: so hat man A*b*. P : E*f*. Q = E. *b*AB : *e*. *f*EF. Denn es sey GHI ein dritter Körper, seine Federkraft bey H sey = *e*, und das Gewicht R biege ihn aus der Lage H*i* in HI, so, daß der Winkel IH*i* = BA*b* wird. Dies giebt AB. P : H*i*. R = E : *e*. Ferner wird H*i*. R : E*f*. Q = IH*i* : FE*f* = BA*b* : FE*f*, also A*b*. P : E*f*. Q = E. BA*b* : *e*. FE*f*. 85 Fig.

204 §.

Diese Betrachtungen dienen zugleich einigermassen von der Stärke der Pfeiler und Säulen zu urtheilen. Wenn die festen Körper gar keine Zwischenräume hätten, und ihre Theile sich gar nicht zusammen drücken liessen: so würde jeder Pfeiler, der lothrecht steht, eine ungeheure Last tragen können. Aber so sind die Körper nicht beschaffen, Sie haben alle mehr, oder weniger Zwischenräume, und bestehen aus Theilen, die in Ansehung der Härte auf unzäh-

zählige Arten unterschieden sind. Wenn daher eine Last auf einen Pfeiler drückt: so werden gewisse Theile des Pfeilers zusammengedrückt, wenn andere noch hinreichend widerstehen. Daher muß sich der Pfeiler biegen, und endlich, wenn die Last zu groß ist, brechen. Dies geschicht gemeiniglich in der Mitte, oder sonst am schwächsten Orte. Ein hölzerner Pfeiler wird nun freylich nach seiner ganzen Länge ein wenig gebogen; allein, um hier die Untersuchung zu erleichtern, kan man annehmen, er werde nur in der Mitte gebogen, so daß beyde Helften grade bleiben, weil die bisherigen Theorien noch nicht hinreichend sind, von der Krümmung desselben zu urtheilen.

205 §.

83 Fig. Man kan den Körper CAB (83 Fig.) als die Helfte eines Pfeilers betrachten, der in der Mitte A von einer auf denselben drückenden Last P gebogen wird, wenn man annimt, AI sey horizontal, und das Gewicht P drücke nach der verticalen Richtung BB. Diese Last P wird den Pfeiler nur bis auf einen gewissen Winkel *b*AB biegen können, ohne daß die Fasern CI, KL, u. s. f. nach einander reissen, und ein wirklicher Bruch erfolgt. Da CAB als ein Balken betrachtet ward, hieß CA seine Höhe. Hier soll CA die Höhe des Bruchs heissen, und das, was vorhin die Breite des Balkens hieß, die Breite des Bruchs, AB aber ist die halbe Höhe des Pfeilers.

Sind CAB, DEF ein paar Pfeiler von ungleicher Höhe, die von den Lasten P und Q bey A und E gebrochen werden, und ist die Höhe sowohl, als die Breite des Bruchs in beyden Pfeilern einerley: so

wird

wird der Bruch bey E erfolgen, wenn der Winkel $fEF = bAB$ ist.

206 §.

Bey den Voraussetzungen des vor. §. ist das Verhältniß der Stärke zweener Pfeiler *CAB*, *DEF* aus den Verhältnissen der Breite des Bruchs, des Quadrats der Höhe des Bruchs, und dem umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Höhe des Pfeilers, zusammengesetzt.

Bew. Wenn $A\beta$, $E\alpha$ wagrecht, und $B\beta$, $F\alpha$ lothrecht sind; so hat man $A\beta.P : E\alpha.Q = E.bAB : e.fEF$ (203 §), wenn durch E und *e* die Federkräfte bey A und E verstanden werden. Nun setze man, daß Bb und Ff ein paar Kreisbogen sind, die mit den Halbmessern AB und EF beschrieben worden; so ist $bAB = \frac{Bb}{AB}$, und $fEF = \frac{Ff}{EF}$ (473 §. G.).

Also wird $A\beta.P : E\alpha.Q = \frac{E.Bb}{AB} : \frac{e.Ff}{EF}$, oder

$P.AB.\sin BAb : Q.EF.\sin FEf = \frac{E.Bb}{AB} : \frac{e.Ff}{EF}$.

Aber die Winkel BAb, und FEf sind allemahl nur klein, wenn die Fasern bey C und D anfangen zu reissen. Daher ist $\sin BAb : \sin FEf = BAb : FEf = Bb : Ff$, und $P : Q = \frac{E}{AB^2} : \frac{e}{EF^2}$. Wenn nun L und *l* die Breite des Bruchs bey A und E anzeigen: so erhellet, wie im 190 und 191 §, es sey $E : e = AC^2.L : ED^2.l$. Demnach wird $P : Q = \frac{AC^2.L}{AB^2} :$

$\frac{ED^2.l}{EF^2}$, und dies ist das Verhältniß der Lasten, welche die Pfeiler tragen können, ohne zu zerbrechen. Es sind vermöge der Voraussetzung AB und EF die Helften der Höhen, und wenn A und a die Höhen selbst sind: so ist $A^2 : a^2 = \frac{1}{4}A^2 : \frac{1}{4}a^2 = AB^2 : EF^2$, also auch $P : Q = \frac{AC^2.L}{A^2} : \frac{ED^2.l}{a^2}$.

Wenn stat der Pfeiler die Stärke zwoer Säulen zu vergleichen ist, und die Durchmesser ihrer Grundflächen sind D und d: so ist $l : e = D^3 : d^3$ (195 §), also $P : Q = \frac{D^3}{A^2} : \frac{d^3}{a^2}$.

207 §.

Hat man nun durch einen Versuch gefunden, wie viel ein Pfeiler, oder eine Säule tragen kan, ohne zu zerbrechen: so läst sich leicht berechnen, wie viel ein andrer Pfeiler, oder eine andre Säule, ohne zu zerbrechen, höchstens tragen werde. Inzwischen ist zu bemerken, daß das Verhältniß $E : e = AC^2.L : ED^2.l$ beym Pfeiler, und $E : e = D^3 : d^3$ bey der Säule nur in so ferne richtig sey, als die Voraussetzungen des 186 §. hier bestehen können. Und die Erinnerungen im 193 §. zeigen, daß es nicht in aller Schärfe genommen werden könne. Die Erfahrung lehrt auch würklich, daß dies Verhältniß bey einigen Holzarten gröſſer sey. Versuche haben gelehrt, daß es beym Tannen- und Lindenholz fast mit dem Verhältniß der Biquadrate der Dicke der Pfeiler übereinkomme, wenn die Grundflächen Quadrate sind. Also würde es bey Säulen das Verhältniß der Biquadrate

trate der Durchmesser ihrer Grundflächen seyn. Musschenbröck Introd. ad Phil. Nat. Cap. 21. §. 1718. u. f. erzehlet folgende Versuche:

Ein Stück Tannenholz 4 Fuß hoch, und 0,51 Zoll ins Gevierte, trug 64 Pfund 9 Unzen, bevor es zerbrach. Ein andres aus demselben Brett geschnittenes, und eben so hohes Stück Tannenholz 0,7 Zoll ins Gevierte, trug 226 Pfund.

Ein Stück Lindenholz 4 Fuß hoch, und 0,5 Zoll dick, zerbrach von 51 Pfund. Und ein andres eben so hohes Stück, aus eben dem Brett, 0,71 Zoll ins Gevierte, zerbrach von 206 Pfund. Bey diesen beyden Versuchen kam also das Verhältniß der Stärke mit dem Verhältniß der Biquadrate der Dicke überein.

Ein Stück Büchenholz 4 Fuß hoch, und 0,49 Zoll ins Gevierte, zerbrach von 41 Pfund; ein anderes, eben so hohes Stück, 0,6 ins Gevierte, von 71 Pfund, und ein drittes, eben so hohes Stück, 0,7 Zoll ins Gevierte, zerbrach von 146 Pfund. Bey diesen Versuchen komt das Verhältniß der Stärke weder mit dem Verhältniß der Biquadrate, noch der Würfel der Dicke überein.

Ein 4 Fuß hohes Stück Eichenholz, bey dem die Seitenlinien der Grundfläche 0,50, und 0,42 Zoll lang waren, zerbrach von 20 Pfund; ein anderes eben so hohes Stück, 0,6 Zoll ius Gevierte, von 36 Pfund, und ein drittes eben so hohes Stück, 0,7 Zoll ins Gevierte, von 86 Pfund. Auch diese Versuche zeigen, daß beym Eichenholz weder das eine noch das andre der obgedachten Verhältnisse stat habe. Vergleicht man übrigens die Stärke dieser kleinen eiche-

nen Pfeiler mit der Stärke der obangeführten tannenen: so ergiebt sich daraus, daß das Tannenholz für sich, wenn alles übrige einerley ist, viel geschickter zu Pfeilern und Stützen sey, als das eichene.

Der XII. Abschnitt.

Von der Friction.

208 §.

Es ist die Untersuchung über die Stärke der Friction mit keinen geringen Schwierigkeiten verbunden, wegen der ungemeinen Verschiedenheit der Structur solcher Körper, davon einer an des andern Oberfläche fortgeschoben wird. Daher ist gar nicht zu erwarten, daß man die Bestimmung von der jedesmaligen Grösse der Friction in jedem besondern Fall zur völligen Schärfe und Richtigkeit bringen werde. Man muß zufrieden seyn, wenn man der Sache so nahe komt, als es die hier obwaltenden Schwierigkeiten zulassen. Es komt hier vornemlich auf sorgfältig angestellte Versuche an, bey welchen man gewisse Theorien zum Grunde legen muß, damit man von dem Erfolg der Versuche richtig urtheilen könne. Es gründen sich aber diese Versuche zum Theil allein auf die bisher abgehandelten Lehren vom Gleichgewicht, zum Theil auf solche Lehren, nach welchen man von würklichen Bewegungen urtheilen muß. Von den letztern läst sich hier noch nichts sagen, es können nur die zur erstern Classe gehörigen Versuche beschrieben werden.

209 §.

209 §.

Wenn ein schwerer Körper AB auf einer horizon- 65
talen Ebene MN liegt, wie im 131 §; so trägt diese Fig.
Ebene das ganze Gewicht P des Körpers, und es ist nun so viel, als wenn der Körper gar keine Schwere hätte. Dafern man also an dem Körper eine Kraft F nach einer solchen Richtung GD anbringt, die durch des Körpers Schwerpunkt gehet, und mit der Ebene MN parallel liegt; so wird diese den Körper auf der Ebene MN nach der Richtung GD allemahl fortziehen, es mag diese Kraft V so klein seyn, als sie wolle, dafern die Grundfläche des Körpers sowol, als auch die Ebene MN vollkommen glatt sind, so daß gar keine Friction die Bewegung hemmen kgn. Aber da bey würklichen Versuchen die Friction nicht vermieden werden kan, so wird nicht jede Kraft F den Körper AB fortziehen. Ist nun GD ein Faden, der über eine Rolle D gehet, und hängt an demselben das Gewicht F: so kan man dasselbe so lange vermehren, bis der Körper AB anfängt sich zu bewegen.

Warum $F = \frac{1}{n} P$, da AB noch nicht in Bewegung kam, und fängt AB an, sich zu bewegen, wenn man noch ein kleines Gewicht p zu F zusetzt, also $F = \frac{1}{n} P + p$ macht: so erhellet, daß die Friction mit einer Kraft im Gleichgewicht sey, die zwischen den Gränzen $\frac{1}{n} P$, und $\frac{1}{n} P + p$ fällt. Dieser Kraft wird also die Friction selbst gleich seyn.

210 §.

66 Fig. Liegt der schwere Körper A, dessen Gewicht = P ist, auf der schiefen Ebene ON, die mit dem Horizont den Winkel OFM = α macht; so bedarf es gar keiner Kraft, diesen Körper längst der schiefen Ebene herunter zu ziehen, denn die Ebene trägt nicht sein ganzes Gewicht. Der Winkel α mag so groß seyn, als er wolle, so wird der Körper allemal von einer

Kraft $= P \sin\alpha = \frac{OM.P}{OF}$ nach einer mit der Ebene ON parallelen Richtung abwärts getrieben. (134 §). Wenn demnach keine Friction die Bewegung hinderte, so würde der Körper allemahl sinken, wie klein auch der Winkel α genommen würde. Aber der Winkel α muß allemahl zu einer gewissen Grösse gebracht seyn, bevor der Körper zu sinken anfängt, dafern er nemlich, wie hier vorausgesetzt wird, eine ebene Grundfläche hat, auf welcher derselbe längst der Ebene herab glitschen muß. Eine Kugel wird schon bey der geringsten Erhöhung der Friction ungeachtet herab rollen, weil die Verticallinie durch ihren Schwerpunkt nur so lange durch den Berührungspunkt mit der Ebene durchgehet, als die Ebene horizontal liegt. Etwas ähnliches würde erfolgen, wenn der Körper ein Cylinder, und seine Axe mit FN parallel wäre. Setzt man nun diese und andre ähnliche Fälle beyseite, und man findet, es war der Erhöhungs-Winkel = α, da der Körper noch ruhete, aber = $\alpha + \varepsilon$, da der Körper zu sinken anfieng: so war die Friction im Gleichgewicht mit einer Kraft, die zwischen den Gränzen P sinα, und P sin$(\alpha+\varepsilon)$ fällt, und diese Kraft ist der Friction selbst gleich.

Wenn

Wenn β ein Winkel ist, der zwischen α, und $\alpha+\varepsilon$ fällt, und grade die Grösse hat, welche erfordert wird, wenn die Friction mit der Kraft im Gleichgewicht seyn soll, die den Körper längst der Ebene herunter zu treiben strebt: so heist er der Ruhewinkel.

211 §.

Es sey also diese Friction $f = P \sin\beta$: so wird die Gewalt, welche den Körper A gegen die schiefe Ebene senkrecht druckt $= P \cos\beta$ (134 §). Man setze diesen Druck $= p$: so erhält man $\cos\beta : \sin\beta = p : f$, und $f = \frac{p \sin\beta}{\cos\beta}$ $p \tang\beta$. Nimt man nun vermöge der Regel des 171 §. an, daß die Friction allemahl dem Druck proportional sey, wenn alle übrige Umstände einerley sind: so läst sich hieraus leicht schliessen, wie groß die Friction seyn würde, wenn das ganze Gewicht P gegen die Ebene ON senkrecht drückte. Wenn nemlich in diesem Fall die Friction $= F$ gesetzt wird: so hat man $p : P = f : F$, also $p : P = p \tang\beta : F$, und $F = P \tang\beta$.

212 §.

Die Schlüsse des 209 § liegen bey den Versuchen zum Grunde, die Amontons über die Stärke der Friction angestellet, und in den Mem. de l'Acad. des Sc. 1699 beschrieben hat. Vermöge dieser Versuche würde etwa $F = \frac{1}{3} P$ seyn. Leupold hat die Versuche mit hölzernen Brettern nachgemacht, und eben dasselbe wahr befunden, Theatr. Mach. gen. Cap. XVI. §. 217. Auch Belidor versichert in der Architectura Hydraulica im II Cap. des I Buchs im 222 §, daß er eben dasselbe, der Erfahrung gemäß,

befunden habe. Im vorhergehenden 220 und 221 § sucht er eben dies Verhältniß der Friction zum Druck durch Vernunftschlüsse theoretisch zu beweisen.

Dafern die hervorragenden Theilchen der einen Oberfläche, die sich der Bewegung des an dieser Oberfläche fortzuschiebenden Körpers widersetzen, bey würklicher Bewegung desselben weggebrochen werden: so erhellet, daß der Widerstand der Friction desto grösser seyn werde, je grösser die Flächen sind, die sich an einander reiben. Denn eine grosse Fläche wird mehr solche Haken und Spitzen haben, als eine kleine Fläche, und es gehört mehr Gewalt dazu, auf einmahl viel zu zerbrechen, als wenn ihrer weniger sind. Dafern nun diese Haken und Spitzen auf den Flächen gleichförmig vertheilt sind: so wird die Friction, wenn der Druck und die übrigen Umstände einerley bleiben, der Grösse der Flächen proportional seyn.

Dieser Satz ward durchgängig für wahr angenommen, allein Amontons schloß aus seinen Versuchen das Gegentheil: er behauptete, die Friction bleibe einerley, die reibenden Flächen mögen groß, oder klein seyn, dafern nur der Druck beyder Flächen gegen einander nebst den übrigen Umständen einerley bleibe. Leupold a. a. O. hat aus seinen Versuchen, die er mit hölzernen Brettern anstellte, eben das geschlossen. Ob nun dies gleich ziemlich sonderbar scheint: so läst sich die Sache dennoch auf folgende Art begreifen, so wie de la Hire sie vorstellig macht.

213 §.

Die Theile, welche die Oberflächen der Körper rauch machen, werden entweder, dafern sie biegsam

und

und elastisch sind, sich biegen, und niederlegen; oder dafern sie hart sind, auf solche Art sich von einander los machen, daß der eine Körper etwas gehoben werden muß; oder diese rauhen Spitzen und Haken werden, indem der eine Körper auf dem andern fortgehet, losgerissen. Im ersten Fall kan man sich diese Spitzen als so viele kleine elastische Federn vorstellen, die gekrümmet werden müssen, wenn ein Körper auf dem andern fortgehen soll. Hier ist es nun einerley, ob ein Gewicht nur eine, oder zwo Federn zu überwinden hat, dafern die Federn gleiche Elasticität haben. Beyde Federn zusammen wird das Gewicht nur halb so stark krümmen, als eine allein. Gesetzt also, daß in gleichen Theilen der Fläche eines Körpers eine gleiche Anzahl elastischer Spitzen anzutreffen sey: so wird eine andere Fläche, die darüber hingehen soll, und deren Gewicht immer einerley ist, einerley Widerstand finden, die Fläche mag grösser, oder kleiner seyn. Denn wenn sie eine grössere Menge Federn zu biegen hat, wird sie dieselben nur weniger biegen. Wird aber ihr Gewicht grösser; so wird sie dieselben stärker biegen, und mehr Widerstand finden.

Im zweyten Fall, wenn die Theile oder Spitzen, die auf den Oberflächen der Körper in einander stecken, so hart sind, daß sie nicht brechen, oder sich niederlegen: so muß nothwendig der eine Körper etwas gehoben werden. Dann ist es wiederum einerley, wie groß oder klein die Fläche sey, und das Hinderniß der Bewegung wird allein vom grössern Druck vermehrt werden. Im dritten Fall ist es augenscheinlich, daß die Stärke der Friction nach dem Verhältnisse der Flächen zunehme.

214 §.

Dafern also Amontons Regel beym Holze richtig ist: so wird bey zwoen hölzernen Wellen die Friction einerley seyn, wenn sie gleich in der Dicke sehr verschieden sind. Leupold versichert a. a. O., er habe dies wahr befunden. Auch ist Leibnitz damit einig in den Miscell. Berol. 1710. Allein L. C. Sturm widerspricht dieser Lehre des Amontons, aus Gründen, die zum Theil dasjenige, was Amontons behauptet hat, nicht zu treffen scheinen, wie auch Leupold a. a. O. erinnert. Bey der dickern Welle ist freylich die reibende Fläche weiter von der eigentlichen Bewegungs-Axe entfernet, als bey der dünnern Welle, und in so ferne ist das Moment der Friction bey der dickern Welle allerdings grösser, als bey der dünnern, wie auch im 118 und 129 §. erinnert worden. Allein hier ist die Rede nur von der eigenthümlichen oder absoluten Grösse der Friction, ohne daß ihr etwaniges Moment in Betrachtung komt.

215 §.

Bilfinger hat seine Versuche, die Friction zu bestimmen, auf die Gründe des 210 und 211 §. gebauet. Die Gleichung $F = P.\,tang\beta$ giebt nemlich F, wenn β und P bekant sind, so wie sie umgekehrt β giebt, wenn man F und P kennet. Eigentlich sucht man hier nur das Verhältniß zwischen F und P. Wäre also $P = nF$: so erhielte man $1 = n\,tang\beta$, und $n = \frac{1}{tang\beta}$. Ist nun r der Halbmesser der Tafeln, so wird $\frac{tang.tab.\beta}{r} = tang\beta$ (415 §. G.), also

also $n = \frac{r}{tang\beta}$, und umgekehrt, $tang\beta = \frac{r}{n}$.
Wäre nach Amontons Versuchen $n = 3$: so erhielte man $tang\beta = 3333333$, also $\beta = 18° 26'$.

Bilfinger aber suchte den Ruhewinkel selbst durch Versuche, und fand ihn allemahl zwischen 12 und 15 Grad. Wenn man also ein Mittel nimt, und ihn $= 13° 30'$ setzt, so wird $n = \frac{10000000}{2400788} = 0,2400788$, und $F = \frac{1}{n} P = 0.2400788 P$, also wäre die Friction ohngefehr $\frac{1}{4}$ des Drucks. Belidor hat bey seinen Versuchen den Ruhewinkel 18° 20′ groß befunden, (Archit. Hydraul. I Buch II Cap. 224 §.) also mit Amontons Versuchen übereinkömt, und für die Friction ohngefehr $\frac{1}{3}$ des Drucks giebt. So richtig nun dieses Verfahren gleich in der Theorie ist, so wenig Schärfe kan man sich doch davon versprechen, weil es sehr schwer ist, den Ruhewinkel genau zu messen. Daher scheint das erste Verfahren des 212 §. wohl eben so viel, ja noch mehr Richtigkeit zu versprechen, wenn man nur alle dabey einschlagende Umstände wohl in Betrachtung zieht.

216 §.

Die Versuche, welche Musschenbröck angestellet, und in der Introd. ad Phil. Nat. Cap. IX. beschrieben hat, scheinen einen grossen Vorzug vor Amontons Versuchen zu haben, und man siehet daraus, daß sich schwerlich allgemeine Gesetze für die Friction bestimmen lassen. Es wird nicht undienlich seyn, von dem Resultat seiner Versuche hier einige Nachricht zu geben.

Ein tannenes Brett, 1 Zoll breit, und 13 Zoll lang, ward auf einem andern Brett nach der Länge der Fibern beyder Hölzer bewegt, und zwar erstlich auf Tannenholz, hernach auf Buchsbaum.

War nun der Druck	1) Auf dem Tannenholz	2) Auf dem Buchsbaumholz
4 Unz.	8 Drachm.	6 Drachm.
6	11	8
8	15	9
10	17	11
12	22	13
14	25	16
16	28	20
18	31	23
3 Pf.	8 U. 6 Dr.	6 U. 4 Dr.
4	12 6	9 4
5	13 4	12 0
6	16 4	12 4
7	20 0	14 0
8	24 0	16 0
10	26 0	20 4

Ein eben so langes und breites eichenes Brett ward gleichfalls nach der Länge der Fibern zuerst auf Eichenholz, hernach auf Buchsbaumholz bewegt.

War nun der Druck	1) Auf Eichenholz	2) Auf Buchsbaumholz
4 Unz.	6 Drachm.	6 Drachm.
6	8	8
8	10	10
10	12	11
		12

12 Unz.	15 Drachm.	12 Drachm.
14	17	14
16	21	16
18	25	18
3 Pf.	11 Unz.	5 Unz.
4	14	7
5	15	9
6	17	10
7	20	13
8	23	15
10	29	19

Aus diesen Versuchen ergeben sich nachstehende Folgen.

217 §.

Beym Tannenholz auf Tannenholz war die Friction $\frac{1}{4}$ des Gewichts nach dem ersten Versuch. Aber dies Verhältniß blieb bey den übrigen Versuchen nicht dasselbe, sondern die Friction ward bey zunehmenden Druck ein kleinerer Theil desselben. So war sie beym 8ten Versuch nur der 5te Theil, und beym letzten der 6te Theil des Drucks.

Beym Tannen- auf Buchsbaumholz war die Friction anfangs der 5te Theil, ward hierauf bey zunehmendem Gewicht der 6te, ja der 7te, und endlich nur der 8te Theil desselben.

Beym Eichenholz auf Eichenholz und geringem Druck, war die Friction anfangs nicht so stark, als bey Tannen- auf Tannenholz; bey stärkerm Druck aber ward die Friction zwar auch ein kleinerer Theil des Drucks, jedoch etwas grösser, als beym Tannen- auf Tannenholz.

Die

Die Friction des Eichenholzes auf Buchsbaum war anfangs ohngefehr eben so groß, bald aber noch kleiner, als des Tannenholzes auf Buchsbaum.

218 §.

Wenn die Fibern beyder Hölzer, die auf einander bewegt werden, nicht unter einander parallel sind, sondern das eine nach der Länge seiner Fibern, quer über dem andern so fortgezogen wird, daß die Fibern des zweyten Bretts auf den Fibern des andern senkrecht stehen: so ist die Friction viel stärker, wie man aus folgenden Musschenbröckschen Versuchen siehet; am stärksten aber beym Tannen auf Tannenholz.

Friction:

Gewichte	Tannen auf Tannenholz	Eichen auf Tannenholz	Eichen auf Eichenholz
2 Unz.	1 U. 0 Dr.	0 U. 7½ Dr.	0 U. 4 Dr.
4	1 4	2 0	0 7½
6	2 5	3 0	1 4
8	4 2	4 4	1 6
10	5 6	5 4	2 0
12	6 4	6 4	2 0
14	7 4	7 4	2 4
16	9 0		2 6
18	10 0		3 4
2 Pf.	16 0	13 4	6 0
3	25 0	20 0	8 0
4	31 0	22 0	10 4
5	34 0	28 0	14 0
6	42 0	32 0	18 0
7	50 0		

219 §.

219 §.

Damit man nun auch einigermassen beurtheilen könne, in wie weit das Reiben von der Grösse der Flächen abhänge, die man an einander fortschiebt: so kan man folgende Versuche mit den vorigen Versuchen des 216 §. vergleichen. Ein Stück Tannenholz $2\frac{1}{12}$ Zoll breit, und 13 Zoll lang, ward wie im 216 §, auf eben dasselbe Tannen- und Buchsbaumholz fortgeschoben, und die Versuche gaben folgende Resultate.

Gewichte	Friction: Tannen auf Tannenholz	Tannen auf Buchsbaumholz
6 Unz.	1 U. 6 Drachm.	1 U. 2 Drachm.
8	2 2	1 4
10	2 6	1 7
12	3 2	2 0
14	4 0	2 2
16	4 4	2 6
18	5 0	3 0
3 Pfund	12 0	8 4
4	16 0	11 4
5	23 0	13 0
6	40 0	15 0
7	41 0	17 0
8	43 0	20 0
10	43 0	27 0

Die Vergleichung ergiebt, wie sehr die Versuche von der Voraussetzung abweichen, daß die Stärke der Friction bey einerley Druck der Grösse der reibenden Flächen proportional sey.

220 §.

86 Fig. Das Reiben der Metalle hat Musschenbröck vermittelst einer dazu besonders eingerichteten Maschine untersucht, die er das Tribometer nennt. Das vornehmste Stück derselben war eine hölzerne Welle AB, 4 Zoll dick. Durch ihre Mitte gieng eine Axe aus gehärtetem Stahl, so daß zweene Zapfen auf beyden Seiten der Welle hervorragten. Der vorderste Theil DD dieser Zapfen war $\frac{1}{4}$ Zoll, der hintere $\frac{1}{2}$ Zoll dick, und dies deswegen, damit die Versuche sowol mit den dickern, als auch den dünnern Zapfen angestellt werden konnten. Die ganze Welle mit ihrer Axe war zusammen 3 Pfund schwer. Diese Welle ward auf ein dazu gehörig eingerichtetes Gerüste gelegt. Man konte sich dazu verschiedener Zapfenlager bedienen, die theils aus schwerem indianischen Holz, Guajac genant, theils aus verschiedenen Metallen verfertiget, alle aber so, wie die Zapfen selbst, sehr wohl polirt waren. Um die Welle selast war ein Seil geschlagen, woran auf beyden Seiten ein paar gleiche Gewichte hiengen, um den Druck gegen die Zapfenlager nach Gefallen zu vergrössern. Auf der einen Seite hieng an einer subtilen Schnur eine Schale R, um darin die Gewichte zu legen, welche die Welle drehen sollten. Folgende Tabelle enthält die damit angestellten Versuche, wobey die kleinsten Zapfen DD gebraucht wurden.

Die Zapfen lagen im Zapfenlager von Guajac-Holz.

Am Cylinder hieng	Die Zapfen waren trocken.		Die Zapfen waren eingeöhlet.	
	Gewicht in R	Verh. der Fr.z.Gew.	Gewicht in R	Verh. der Fr.z.Gew.
kein Gew.	10 Dr.	1 : $2\frac{2}{5}$	6 Dr.	1 : 4
am Cylinder hieng zu beiden 1 Pf.	12 -	1 : $3\frac{1}{5}$	10 -	1 : 4
Seiten 2 Pf.	14 -	1 : 4	14 -	1 : 4
ten 3 Pf.	20 -	1 : $3\frac{3}{5}$	21 -	1 : $3\frac{9}{20}$

Die Zapfenlager waren von gehärtetem Stahl.

Am Cylind.	Trockene Zapfen.		Eingeöhlte Zapfen.	
	Gewicht in R.	Verh. der Reib.	Gewicht in R.	Verh. der Reib.
kein Gew.	6 Dr.	1 : 4	4 Dr.	1 : 6
auf 1 Pf.	11 -	1 : $3\frac{7}{11}$	10 -	1 : 4
beiden 2 Pf.	17 -	1 : $3\frac{5}{17}$	14 -	1 : 4
Seit. 3 Pf.	21 -	1 : $3\frac{9}{20}$	17 -	1 : $4\frac{4}{17}$

Die Zapfenlager aus rothem Kupfer.

Am Cylind.	Trockene Zapfen.		Eingeöhlte Zapfen.	
	G. in R.	Fr.z.Gew.	G. in R.	Fr.z.Gew.
kein Gew.	4 Dr.	1 : 6	3 Dr.	1 : 8
auf 1 Pf.	8 -	1 : 5	7 -	1 : $5\frac{5}{7}$
beiden 2 Pf.	12 -	1 : $4\frac{2}{3}$	10 -	1 : $5\frac{3}{5}$
Seit. 3 Pf.	15 -	1 : $4\frac{11}{17}$	13 -	1 : $5\frac{7}{12}$

Die Zapfenlager aus Zinn.

Am Cylind.	Trockene Zapfen.		Eingeöhlte Zapfen.	
	G. in R.	Fr.z.Gew.	G. in R.	Fr.z.Gew.
kein Gew.	6 Dr.	1 : 4	5 Dr.	1 : $4\frac{4}{5}$
auf 1 Pf.	11 -	1 : $3\frac{7}{11}$	9 -	1 : $4\frac{4}{9}$
beiden 2 Pf.	18 -	1 : $3\frac{1}{9}$	14 -	1 : 4
Seit. 3 Pf.	22 -	1 : $3\frac{1}{10}$	18 -	1 : 4

Die Zapfenlager aus Bley.

Am Cylind.	Trockene Zapfen.		Eingeöhlte Zapfen.	
	G. in R.	Fr.z.Gew.	G. in R.	Fr.z.Gew.
kein Gew.	4 Dr.	1 : 6	3 Dr.	1 : 8
auf 1 Pf.	7 -	1 : $5\frac{5}{7}$	6 -	1 : $6\frac{2}{3}$
beiden 2 Pf.	8 -	1 : 7	8 -	1 : 7
Seit. 3 Pf.	10 -	1 : $7\frac{2}{5}$	10 -	1 : $7\frac{1}{5}$

Die Zapfenlager aus Messing.

Am Cylind.	Trockene Zapfen.		Eingeöhlte Zapfen.	
	G. in R.	Fr.z.Gew.	G. in R.	Fr.z.Gew.
kein Gew.	4 Dr.	1 : 6	3 Dr.	1 : 8
auf 1 Pf	6 -	1 : $6\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{2}$ -	1 : 7
beiden 2 Pf.	8 -	1 : 7	$7\frac{1}{2}$ -	1 : $7\frac{7}{15}$
Seit. 3 Pf.	10 -	1 : $7\frac{1}{10}$	$9\frac{1}{2}$ -	1 : $8\frac{2}{19}$

221 §.

Um nun diese Versuche, und die daraus geschlossene Resultate richtig zu beurtheilen, muß man folgendes merken. Das Gewicht R, welches die Friction überwinden soll, hängt am Umfang der hölzernen Welle, und die Friction entsteht am Umfang des kleinsten Zapfens. Der Welle, und des Zapfens

Halb=

Halbmesser sind in dem Verhältniß $4:\frac{1}{4}=16:1$. Daher ist des Gewichts R Moment 16 mahl grösser, als das Moment der Friction. Und wenn F die Friction ist: so hat man $16:1=F:R$ und $F=16R$. Der gesamte Druck der Zapfen auf ihre Lager ist $P+Q+3$ Pf., weil die Welle mit ihren Zapfen 3 Pf. schwer war. Demnach ist $P+Q+3$ Pf: 16R das Verhältniß des Drucks zur Friction.

So hat man im ersten Versuch $R=10$ Dr, $16R=160$ Dr, $P=0=Q$, also $P+Q+3$ Pf. $=384$ Dr. und $\frac{3}{1}\frac{8}{6}\frac{4}{0}=2\frac{2}{5}$. Im zweyten Versuch ist $R=12$ Dr, $16R=192$ Dr, $P+Q+3$ Pf. $=5$ Pf. $=640$ Dr, und $\frac{6}{1}\frac{4}{9}\frac{0}{2}=3\frac{1}{3}$ u. s. f.

322 §.

Aus eben den Versuchen fliessen noch folgende Sätze. Beym Stahl ist die Friction am geringsten auf Meßing, sie ist grösser auf Bley, ferner nach der Ordnung auf rothen Kupfer, Guajac-Holz, Stahl und Zinn. Beym Stahl auf Guajac-Holz ist die Friction nicht sehr stark, wenn gleich kein Oehl dazwischen gebracht wird.

Die Friction wächst nicht genau in dem Verhältniß des Drucks, und jede Art der Körper hat ihre ganz besondre Gesetze des Reibens, die dieser Art allein eigen sind, und sich nicht allgemein machen lassen. Denn so ist die Friction beym Stahl auf Meßing, wenn es mit Oehl schlüpfrich gemacht wird, etwa nur $\frac{1}{7}$ des Drucks, beym Stahl auf Stahl, Zinn und Guajac-Holz $\frac{1}{4}$ des Drucks, und auf rothen Kupfer etwa $\frac{1}{5}$ desselben.

323 §.

Zwey Körper von einerley Art reiben sich gemeiniglich stärker an einander, als Körper, die von verschiedener Art sind. Dies hat man seit langer Zeit richtig befunden. Vermuthlich rührt es daher, weil die Structur und Länge der Theile gegen einander bey zweenen Körpern von einerley Art in dem einen so wie in dem andern ist. Daher können die Spitzen des einen desto tiefer in die Vertiefungen des andern hineindringen, da gegentheils bey Körpern von verschiedener Art die Structur verschieden ist, und deswegen Vertiefungen und Spitzen zwischen einander nicht so tief eingreiffen.

324 §.

Ausser den bisher beschriebenen Methoden, die Grösse der Friction durch Versuche zu finden, hat man noch andre Hülfsmittel vorgeschlagen, die sich alsdann allererst erklären lassen, wenn die Lehre von der würklichen Bewegung wird vorgetragen werden.

Die bisherigen Untersuchungen betreffen eigentlich nur die Stärke der Friction für den ersten Augenblick, in welchem ein Körper anfängt sich zu bewegen. Bey fortgehender Bewegung ändert sich diese Stärke der Friction, daher muß man die Friction für den ersten Anfang der Bewegung von der Friction bewegter Körper unterscheiden. So wird ein Körper, der wegen der Friction auf einer schiefen Ebene ruhig liegen bleibt, (310. 311 §) so lange ihr Neigungswinkel gegen den Horizont kleiner als der Ruhewinkel ist, von der Kraft der Friction gehindert, daß er nicht sinken kan. Die Friction hält ihn auf eine ähnliche Art, wie eine mit der schie-

fen

sen Ebene parallel angebrachte Kraft ihn halten würde, wenn die Ebene und der Körper vollkommen glatt wären. Wenn der Körper würklich längst der Ebene herunter glitscht, so bleibt die Friction während dieser Bewegung nicht dieselbe, die sie im ersten Anfang der Bewegung war. Daher könnte man mit dem Hrn. v. Segner (Diss. de Adfrictu Solidorum in motu constitutorum Halæ 1758) die Friction der Ruhe diejenige nennen, welche so lange die Bewegung des Körpers hindert, bis derselbe würklich fortzugehen anfängt. Diese allein ist bisher betrachtet worden. Ueber die Friction bewegter Körper werden unten Untersuchungen vorkommen.

Die Hydrostatik,

oder

die Lehre vom Gleichgewicht flüßiger Körper,

sowohl unter sich, als auch mit festen Körpern.

Der I. Abschnitt.

Vom Gleichgewicht flüßiger Körper in Gefässen und Röhren.

1 §.

Wenn ein Körper so beschaffen ist, daß sich in demselben gar keine Theile angeben lassen, die mit einer merklichen Kraft zusammenhängen, so heist er ein flüßiger Körper. Ein vollkommen flüßiger Körper würde derjenige seyn, dessen Theile gar nicht zusammenhängen. Dergleichen Körper giebt es zwar nicht in der Natur, indem die Wassertropfen davon einen Beweis abgeben, daß die Theilchen des Wassers, und andrer ähnlichen flüßigen Körper allerdings einen geringen Zusammenhang untereinander haben. Allein dieser geringe Zusammenhang wird hier noch nicht in Betrachtung gezogen. Der Kürze wegen soll in der Folge, bey gegenwärtiger Untersuchung über das Gleichgewicht der gleichartigen flüßigen Körper, durch das Wort Wasser, ein jeder flüßiger Körper überhaupt verstanden werden.

2 §.

2 §.

Alle bekannte Körper, auch die flüßigen, sind schwer (5 §. St.). Daher wird jedes Theilchen des Wassers vermöge seiner Schwere sinken, wenn es nicht gehalten wird; Ueberdem ist jede flüßige Masse so beschaffen, daß ihre Theilchen sich an und neben einander von einer ungemein geringen Kraft bewegen lassen.

Wenn aber alle Theile einer gewissen Menge Wassers, die sich in einem Behältniß befindet, völlig ruhig sind: so ist die Oberfläche dieses Wassers eben und wagrecht.

Auch umgekehrt: Wenn die Oberfläche eben und wagrecht ist, so ist alles in Ruhe, und die Theilchen der flüßigen Masse setzen sich unter keiner andern Bedingung ins Gleichgewicht.

Die Richtigkeit dieses Satzes bestätiget die Erfahrung. Wenn man alles sehr genau nehmen will; so leidet derselbe zwar einige geringe Ausnahmen: doch ist es nicht nöthig, daß diese hier schon in Betrachtung gezogen werden. Wenn das Gefäß klein, und der Rand desselben völlig trocken ist: so läst sich, wenn man behutsam verfährt, almählig so viel Wasser in das Gefäß hineinbringen, daß es ein wenig über den Rand des Gefässes hervorragt. Dann wird die Oberfläche des in dem Gefässe still stehenden Wassers, ein wenig gekrümmt. Aber die Krümmung ist nur vornemlich am Rande des Gefässes merklich, und in Gefässen, die nicht sehr eng sind, so geringe, daß man sie hier aus der Acht lassen, und die Oberfläche als eine Ebene betrachten kann.

3 §.

Man fülle ein Gefäß, dessen inwendiger Raum eine beliebige Gestalt hat, mit Wasser: so wird das Wasser den ganzen inwendigen Raum des Gefässes einnehmen, es wird sich an alle Seiten des Gefässes genau anlegen, und die ganze flüßige Masse wird, wenn alles ruhig geworden ist, völlig die Gestalt des inwendigen Raums im Gefässe angenommen haben, z. E. die Gestalt eines Prisma, oder Cylinders, wenn der innere Raum des Gefässes ein Prisma, oder Cylinder ist. Wenn demnach dieser inwendige Raum eine solche Gestalt hat, die man nach den Regeln der Geometrie ausmessen kann: so läst sich der körperliche Inhalt der flüßigen Masse nach eben den Regeln berechnen.

4 §.

87 Fig. Es sey ABCD ein holes senkrechtes Prisma, dessen Grundfläche AB wagrecht ist; man fülle dasselbe so weit man will, bis auf die Höhe AE mit Wasser an: so drückt ohne Zweifel das ganze Gewicht des Wassers auf den Boden AB des Gefässes. Eben dies ist noch wahr, wenn gleich das Gefäß die Gestalt eines graden Cylinders hat. Wenn man demnach die specifische Schwere G des Wassers, und die körperliche Grösse V des Prisma oder Cylinders ABFE kennet: so läst sich leicht berechnen, wie stark der Boden des Gefässes von dem darin befindlichen Wasser gedruckt werde. Es wird nemlich dieser Druck $P = G.V$.

Wenn in der Folge von dem Druck eines Wasser-Prisma, oder einer Wasser-Säule auf eine gewisse Ebene, die Rede seyn wird: so lassen sich

dergleichen Redensarten vermittelst dieser Sätze rechtfertigen. Es wird dadurch allemahl der Druck vrrstanden werden, womit das Wasser in einem senkrechten Cylindrischen, oder Prismatischen Gefässe den Boden desselben prest, wenn das Gefäß eine eben so grosse Grundfläche hat, als der Wassersäule zugeschrieben wird, und in dem Gefässe das Wasser eben so hoch stehet, als die **Wasser-Säule** seyn soll. Ueberhaupt kan man jeden Druck auf eine gegebene Ebene durch das Gewicht eines graden Cylinders, oder Prisma von einer schweren gleichartigen Masse ausdrücken, dessen Grundfläche eben dieser Ebene gleich ist.

5 §.

Wenn *ABC* eine krummgebogene hohle Röhre ist, von welcher Gestalt man will; wenn ferner in dieser Röhre eine flüßige Masse befindlich ist, die frey aus dem einen Schenkel in den andern treten kan, und dies Wasser stehet in beyden Schenkeln bis an *DE* und *FG*, so daß diese Oberflächen sich in einer und eben derselben horizontalen Ebene befinden: so bleibt es in dieser Lage ruhig stehen. 88 Fig.

Beww. Es sey GHI ein andres Gefäß, das bis an die Horizontalfläche KL mit eben der flüßigen Masse angefüllt ist. Man tauche die Röhre ABC in diese flüßige Masse so ein, daß die Oberflächen DE und FG in KL fallen, also die Röhre ABC die Lage *abc* bekömmt. Die Oberfläche KL wird zwar beym Eintauchen steigen, aber, wenn alles ruhig ist, wieder den horizontalen Stand annehmen, so daß die Voraussetzung nichts unmögliches hat. Nun haben

zwar die Seiten der Röhre, welche das Wasser DEBFG einschliessen, einige Dicke. Allein man kan sich hier die Grenzen ohne alle Dicke, und doch so feste vorstellen, daß sie das Wasser zusammen zu halten vermögend sind. Dies ändert hier im übrigen nichts, weil nur alles darauf ankömmt, daß das Wasser in dieser Gestalt erhalten werden soll. Um alles noch mehr zu erleichtern, kann man auch das Gewicht der Röhre aus den Gedanken lassen, weil auch dies hier nicht, sondern blos ihre Festigkeit in Betrachtung kommt. Nun erhellet aber auch unmittelbar, daß das Wasser in der Röhre ruhen muß, wenn es in beyden Schenkeln bis an DE und FG stehet, und diese Oberflächen in KL fallen. Die Röhre thut nemlich nichts weiter, als was das Wasser im Gefäß GHI für sich thun würde, wenn die Röhre gar nicht da wäre. Es müste in diesem Fall alles ruhig bleiben (2 §.) Wenn die Röhre nicht da ist, so hält das Wasser im Gefäß, welches den Raum *abcb* umgiebt, das in diesem Raum befindliche Wasser zusammen, so daß es weder sinken, noch seitwärts weichen, noch auf andre Art in Bewegung kommen kann. Eben das thut auch die feste Röhre ABCB, wenn sie nun gleich mit keinem Wasser umgeben ist; also muß auch in diesem Fall das Wasser in Ruhe bleiben.

6 §.

89 Fig. Wenn in der gebogenen Röhre *ABC* sich Wasser befindet, das aus dem einen Schenkel frey in den andern treten kann, und die beyden Oberflächen *DE* und *FG* liegen nicht in einer und eben derselben wagrechten Ebene: so kann das Wasser nicht ruhen; sondern die

höhere Oberfläche *DE* wird sinken, die andre *FG* steigen.

Beweis. Man stelle sich vor, FG sey eine feste Ebene ohne Schwere, und der Schenkel CGF werde bis an HI mit Wasser gefüllt, so daß HI in der erweiterten wagrechten Ebene DE liegt: so wird das Wasser in der ganzen Röhre ruhig stehen bleiben, die feste Ebene FG mag in der Röhre vorhanden seyn, oder nicht (5 §.). Aber das Wasser zwischen HI und FG drückt mit seinem Gewicht unterwärts, und würde sinken, wenn das Wasser in dem andern Schenkel DEBGF nicht da wäre. Also muß dies letztere Wasser die Ebene FG aufwärts drucken, und zwar grade so stark, als das Wasser FGHI sie unterwärts drückt. Dieser aufwärts gerichtete Druck des Wassers EDBGF kann von dem Wasser FGHI nicht herrühren. Wenn demnach dies letztere gleich weggenommen wird: so muß dennoch das Wasser EDBGF die Ebene FG aufwärts drücken. Kann also die Ebene weichen: so wird das Wasser würklich über FG hinauf steigen, und dies kann nicht geschehen, dafern es nicht zugleich in dem andern Schenkel unter DE sinkt. Eine solche Bewegung muß demnach allemahl erfolgen, wenn die Oberflächen DE und FG nicht in einer wagrechten Ebene liegen.

Wenn demnach das Wasser in beyden Schenkeln einer solchen Röhre ruhig ist: so liegen beyde Oberflächen in einer wagrechten Ebene.

Der II. Abschnitt.

Vom Druck der flüßigen Massen gegen die Gefässe.

7 §.

89 Fig. Eine Röhre *FGC*, oder ein sonstiges Gefäß von willkührlicher Gestalt, hat einen ebenen wagrecht liegenden Boden *FG*. In dem Gefässe befindet sich Wasser, oder sonst eine flüßige Masse bis an *HI*. Man frägt, wie stark der Druck ist, womit das Wasser den Boden des Gefässes prest.

Auflösung. Es mag der Boden FG eine Gestalt haben, welche man will: so kann man sich vorstellen, es sey FGC der eine Schenkel einer, nach der andern Seite wieder aufwärts gebogenen Röhre CBA. Wenn nun in diesem andern Schenkel ebenfalls Wasser bis an DE in der erweiterten Ebene HI stehet: so drückt dies Wasser den Boden FG so stark aufwärts, als das Wasser HFGI ihn unterwärts drückt. Man stelle sich über FG eine andre senkrechte Röhre FGMN statt der Röhre FGC vor, und setze, sie sey gleichfalls mit Wasser bis an KL in der wagrechten Ebene HI gefüllt: so drückt das Wasser FGKL gleichfalls den Boden FG so stark unterwärts, als das Wasser EDBGF ihn aufwärts drückt. Demnach drückt das Wasser HFGI so stark, als LFGK. Aber der Druck des letzten ist dem Gewicht einer Wasser-

Säule gleich, wovon FG die Grundfläche, und der Abstand der Ebenen FG und KL die Höhe ist (4 §.). Eben so stark drückt also auch das Wasser HFGI auf den Boden FG.

8 §.

Eine kleine Menge Wasser kann daher einen sehr starken Druck ausüben. Es sey AC eine grade und hohe lothrecht stehende, aber enge Röhre, die mit einer andern sehr weiten, aber niedrigen Röhre DEF zusammenhängt. Diese letztere sey mit einem wagrecht liegenden Deckel EF geschlossen. Wenn nun die erweiterte Ebene EF die hohe Röhre in B trift, und man füllet alles mit Wasser, bis an A: so ist das Wasser zwischen B und C mit dem Wasser zwischen D und E im Gleichgewicht; die Säule AB aber prest den Deckel EF aufwärts mit einer Gewalt, die so groß ist, als das Gewicht einer Wassersäule, die EF zur Grundfläche, und AB zur Höhe hat. Das Gewicht einer solchen Wasser-Säule würde sich zum Gewicht der Säule AB verhalten, wie EF:BG. Es sey z. E. BG ein Rheinl. Quadrat-Zoll, und EF vier Quadrat-Fuß, oder 576 Quadrat-Zoll, nach der Duodecimal-Eintheilung. Wenn nun ein Rheinl. Cubiczoll Wasser 300 solcher Gran wiegt, wovon 7552 ein Leipziger Pf. wiegen, so wird das Wasser in AB, wenn es 25, 173 Zoll hoch steht, 1 Pf. wiegen, und EF mit einer Gewalt von 576 Pf. pressen. Stehet demnach das Wasser in AB 50, 346 Zoll hoch: so wiegt es 2 Pf. und prest EF mit einer Gewalt von 1152 Pf. In der Höhe von 75, 519 Zoll in AB prest es gegen EF mit einer Gewalt von 1728 Pf., ob es gleich nur 3 Pf. wiegt, u. s. f. 9°
Fig.

9 §.

9 §.

91 Fig. Wenn der Boden FG des Gefäßes FGC (7 §.) gegen den Horizont FH schief liegt, und ihn unter dem Winkel GFK = α schneidet; so läst sich hier der Druck nur beynahe in dem Fall bestimmen, wenn die Fläche des Bodens sehr klein ist. Es sey AFGB eine grade Röhre, die auf FG senkrecht steht, und die erweiterte Oberfläche des Wassers HI schneide sie in AD. Man fülle ABGF mit Wasser bis an AD: so ist dies mit dem Wasser in FGC im Gleichgewicht, und FG wird von beyden gleich stark gedrückt. Ist nun die Ebene AB mit FG parallel, und der Raum zwischen AB und AD gleichfalls mit Wasser ausgefüllt: so sey FG = bb, und die Dichtigkeit des Wassers = γ. Dies giebt das Gewicht des in der Röhre ABGF enthaltenen Wassers = $\gamma.bb.$ AF, und dieser Ausdruck kommt dem Gewicht des Wassers AFGD desto näher, je kleiner FG ist. Wenn nun dies Gewicht = M gesetzt wird, und g der Schwerpunct des Wassers ABGF ist: so ist die Richtung gR des Drucks M vertical. Es sey AFE eine verticale Ebene durch den Schwerpunct, und FE vertical: so zerlegt sich der Druck M nach den Richtungen gS, und gT, so daß jene auf FG senkrecht, diese damit parallel ist. Den Druck nach der letzten Richtung leidet allein die Seite AF der Röhre; den Druck nach der ersten Richtung gS aber allein der Boden, und dieser ist = M. col RgS = M. sin EAF = M. col α. Man setze diesen Druck = P, und substituire den gefundenen Werth von M: so wird P = $\gamma.bb.$ AF sin EAF = $\gamma.bb.$EF. Demnach wird der Boden FG von dem Gewicht einer Wasser-Säule gedrückt, deren Grundfläche FG ist, die Höhe aber so groß, als

die

die Tiefe derselben unter der höchsten Oberfläche des Wassers.

Diese Bestimmung ist desto richtiger, je kleiner FG ist. Zur genauen Bestimmung dieses Drucks, wenn FG eine beträchtliche Grösse hat, wird mehr Theorie erfordert, als bisher hat ausgeführet werden können.

Weil $P = \gamma.bb.AF.\sin EAF = \gamma.bb.EF$; so bleibt P von einerley Grösse, was auch FG für eine Lage hat. Wenn gleich der Winkel GFH wächst, also EAF und $\cos\alpha = \sin EAF$ abnimmt; so bleibt dennoch $AF\cos\alpha = EF$ von beständiger Grösse, und P ändert sich nicht, weil AF zugleich wächst. Wenn FG vertical steht, so wird $EAF = o$, und $\sin EAF = \cos\alpha = o$, aber $AF = \infty$, und auch noch in diesem Fall $AF\cos\alpha = EF$. Wird $GFH > 90°$, wie in der 92 Fig., so wird $\sin EAF = \cos\alpha$ negativ; der 92
Durchschnittspunct A fällt auf der andern Seite von Fig.
F, also ist auch AF negativ, und es bleibt $P = \gamma.bb.$ $AF\sin EAF = \gamma bb.EF$, wie vorhin.

Man kann nemlich in diesem letztern Fall die Röhre FG*c* mit FGC verbinden. Wenn in dieser das Wasser bis an *hi* stehet; so ist der Druck des Wassers in den dreyen Röhren FGC, FG*c*, und AFGB auf FG von gleicher Grösse.

10 §.

Hieraus läst sich einigermassen beurtheilen, wie 93
stark eine flüßige Masse auf die Seiten eines Gefäs- Fig.
ses ACB drücke, worin das Wasser bis an AB stehet. Es sey KL ein sehr kleines Stückchen von der Seite des Gefässes, welches man seiner Kleinigkeit wegen, als eine Ebene betrachten kann, wenn gleich das Gefäß,

fäß, wie man will, gekrümmt seyn sollte; KM sey seine Tiefe unter dem Wasser, und *bb* sein Quadrat-Inhalt: so ist der Druck auf dieses Theilchen = *bb*.KM. Man kann sich nemlich allemahl eine Röhre, wie KLN vorstellen, worin das Wasser auf KL, wenn es eben so hoch stehet, eben so stark drückt. Uebrigens aber mag der Druck auf die Seiten des Gefässes so groß seyn, als er wolle: so wird doch der gesamte Druck, womit die flüßige Masse das Gefäß vertical unterwärts prest, dem Gewicht der gesamten flüßigen Masse gleich seyn.

94 Fig. **Beweis.** Die Figur stelle ein sehr dünnes Stück des Gefässes, und des darin enthaltenen Flüßigen vor, zwischen zween, mitten durch das Gefäß einander sehr nahe parallel gelegten Ebenen. Ferner sey M*m* ein sehr kleines Stück der Seite des Gefässes, und M*m*N*n* eine verticale Säule dieses Flüßigen zwischen den beyden sehr kleinen Stücken M*m*, und N*n* von den Seiten des Gefässes. Es sey *a* des Stückchens M*m*, und *b* des Stückchens N*n* Tiefe unter der Oberfläche AB des Flüßigen. Nun drückt diese flüßige Masse auf M*m* nach der darauf senkrechten Richtung MF, mit der Gewalt = γ.M*m*. *a* = P, und auf N gleichfalls nach der senkrechten Richtung NE, mit der Gewalt = γ.N*n*. *b* = Q (9 §), wenn γ ihre eigene Schwere ist. Man zerlege beyde Pressungen nach den verticalen Richtungen MG, NK, und den horizontalen Richtungen MH, NL: so wird die Kraft nach MG = P cos FMG = P cos *m*MH

$$= \frac{P.MH}{Mm} = \gamma.a.MH,$$

und die Kraft nach NK = Q.

$$= Q.\cos ENK = Q.\cos nNh = \frac{Q.Nh}{Nn} = \gamma.b.Nh$$

$$= \gamma.b.MH.$$

Demnach ist der gesamte Druck nach NK, der von dieser Säule herrührt $= \gamma(b-a)MH$, und dieser ist dem Gewicht der Säule gleich. Dies gilt von jeder Säule, und der Beweis hat desto mehr Schärfe, je kleiner Mm, und Nn angenommen werden. Die ganze flüßige Masse läst sich aber auf solche Art, in so viele viereckte prismatische Säulen eintheilen, als man will. Daher kan man die Anzahl derselben unendlich groß annehmen: so werden Mm, und Nn unendlich klein. Die letzte Summe aller Säulen ist der ganzen flüßigen Masse, und die letzte Summe aller Pressungen nach MK ist dem Gewicht dieser Masse gleich.

11 §.

Wenn demnach das Gefäß mit der darin enthaltenen flüßigen Masse an dem einen Arm eines Wagebalkens hängt: so erfordert das Gleichgewicht an dem andern Arm ein Gegen-Gewicht, das dem Gewicht des Gefässes, und der flüßigen Masse zusammen gleich ist. Diese Betrachtungen dienen, nicht allein das Gewicht einer gegebenen Menge einer flüssigen Masse vermittelst der gemeinen Wage zu finden; sondern auch nach den Regeln des 103 §. St. die eigene Schwere ungleichartiger flüßiger Massen mit einander zu vergleichen. Man lasse ein Gefäß von einer festen Materie so verfertigen, daß man die geometrische Grösse des inwendigen Raums genau ausrechnen kan: am besten ist es von Metall, dafern anders die flüßige Masse nicht so scharf ist, daß sie

die Metalle angreift. Dies Gefäß wäge man leer, und darauf auch, nachdem es mit der flüßigen Masse angefüllt worden. Der Ueberschuß des letztern Gewichts über das erste wird das Gewicht derjenigen flüßigen Masse seyn, die den inwendigen Raum ausfüllt. Wenn also dies Gewicht = P, die geometrische Grösse des Raums, den sie ausfüllt = V, ihre eigene Schwere G ist: so hat man $G = \frac{P}{V}$, da dann G das Gewicht eines Cubicfusses dieser Masse ist, wenn V in Cubicfüssen ausgedrückt wird.

Auf solche Art würde man einen Rheinländischen Cubicfuß gemeines Wasser, etwa 64 Pf., und einen Rheinländischen Cubicfuß Queckfilber etwa 897 Pf. schwer, also das Queckfilber etwa 14 mahl schwerer, als das Wasser befinden. Es ist dies Verfahren in der Ausübung eben nicht das bequemste, und es wird dabey sehr viele Vorsicht erfordert. In der Folge werden andre Vortheile beschrieben werden, die in der Ausübung bequemer sind, und die Verhältnisse der eigenen Schwere aller festen sowohl als flüßigen Körper gegen einander viel genauer geben können, wenn man alle nöthige Vorsicht braucht.

12 §.

87 Fig. Das prismatische Gefäß *ABCD*, dessen Boden horizontal stehet, und dessen Seitenflächen vertical sind, ist bis an *EF* mit einer flüssigen Masse gefüllt: man sucht die Grösse des Drucks *P* auf eine Seitenfläche *CN*.

Aufl. Man theile BF bey G, H, u. s. f. in gleiche Theile, und ziehe GK, HL u. s. f. mit BN parallel: so wird das Stück FN der Seitenfläche in soviel gleiche

che Rechtecke getheilt, als man in BF Abtheilungen hat. Wenn nun γ die eigene Schwere der flüßigen Masse ist, so ist

der Druck auf $FK < \gamma.GK\,GF^2$
" " auf $GL < \gamma.HG.HI.HF$
" " auf $HM < \gamma.IM.IH.IF$
" " auf $IN < \gamma.BN.BI.BF.$

Da nun $GK = HL = IM = BN$, ferner $GF = HG = IH = BI$, und $HF = 2GF$, $IF = 3GF$, $BF = 4GF$, so wird der gesamte Druck $P < \gamma.BN.GF^2(1+2+3+4)$. Wenn also überhaupt BF in n gleiche Theile getheilt ist, so hat man $P < \gamma.BN.GF^2(1+2+3+4\ldots+n)$.

Weil endlich $GF = \frac{1}{n}BF$ und $1+2+3+4\ldots+n = \frac{1}{2}n(n+1) = \frac{1}{2}nn+\frac{1}{2}n$ (206 §. A. R.), so wird $P < \gamma.BN\left(\frac{1}{2}BF^2+\frac{1}{2}.\frac{BF^2}{n}\right)$.

Es ist ausserdem

der Druck auf $FK > 0$
" " auf $GL > \gamma.HL.HG.GF$
" " auf $HM > \gamma.IM.IH.HF$
" " auf $IN > \gamma.BN.BI.IF$

folglich der gesamte Druck $P > \gamma.BN.GF^2\left(1+2+3\ldots+(n-1)\right)$, wenn nemlich BF in n gleiche Theile getheilt ist. Da nun $1+2+3\ldots+(n-1) = \frac{1}{2}(n-1)n = \frac{1}{2}nn-\frac{1}{2}n$, (206 §. A. R.) so wird $P > \gamma.BN\left(\frac{1}{2}BF^2-\frac{1}{2}.\frac{BF^2}{n}\right)$. Also hat man zwo Grenzen, zwischen welchen P allemahl enthalten ist, wie groß auch n genommen wird. Beyde Grenzen rücken einander desto näher, je grösser man n nimt, und werden beyde $= \frac{1}{2}\gamma.BN.BF^2$, wenn $n = \infty$ wird. Demnach ist auch $P = \frac{1}{2}\gamma.BN.BF^2$.

Weil BN.BF die Fläche des Rechtecks FN ist, so hat man auch $P = \frac{1}{2}\gamma.FN.BF$, und der Druck ist dem Gewicht einer Säule des Flüßigen gleich, welche die Seitenfläche des Gefässes, soweit sie unter Wasser steht, zur Grundfläche, und die halbe Höhe des Wassers über dem Boden zur Höhe hat.

Wenn die Grundfläche AB ein Rechteck ist, und die einander gegen überstehenden Seitenflächen DN und OB vertical sind, CN aber gegen AB unter dem Winkel α geneigt ist; so ist jede der Ebenen DN oder OB die Ebene des Neigungswinkels der Seitenfläche CN gegen AB. Dann aber ändert sich in den vorigen Ausdrücken nichts weiter, als daß man allenthalben GF $\sin\alpha$, HF $\sin\alpha$, IF $\sin\alpha$, BF $\sin\alpha$ statt GF, HF, IF, BF, setzen muß. Alle übrige Schlüsse bleiben, und man findet den Druck P auf die Seitenfläche $CN = \frac{1}{2}\gamma.BN.BF^2 \sin\alpha$. Die Richtung dieses Drucks ist in jedem Fall auf CN senkrecht.

Man halbire BN bey R, und ziehe QR mit BF parallel; so halbirt QR das Rechteck FN, und man sieht leicht, daß die mittlere Richtung des gesamten Drucks durch einen Punct der Linie QR durchgehe. Um diesen Punct zu finden, darf man nur folgendes erwegen. Man setze RS auf FN senkrecht, mache $RS = QR = BF$ und ziehe QS; so ist der Druck der Fläche des Dreyecks QRS proportional. Ist nemlich P ein Punct zwischen Q und R, und man ziehet Rp mit RS parallel, so wird $Pp = QP$, und der Theil des Drucks zwischen Q und P verhält sich zum ganzen, wie die Fläche QPp zur Fläche QRS. Wenn demnach $QP = \frac{2}{3}QR$ genommen wird, so ist Pp die mittlere Richtung des Drucks (75 §. St.)

Der

Der III. Abschnitt.

Vom Gleichgewicht fester Körper mit Flüßigen.

13 §.

Wenn ein fester Körper DEF in dem Flüßigen ACB entweder ganz, oder zum Theil eingetaucht ist: so drückt der flüßige Körper auf jeden Punct Z der Oberfläche dieses festen Körpers nach einer Richtung VZ, welche in dem Punct Z auf dieser Oberfläche senkrecht ist. Der feste Körper mag nemlich für sich in dem Flüßigen ruhig seyn, oder sonst in demselben gehalten werden: so ist die auswendige Oberfläche desselben eben das, was sonst die inwendige Oberfläche des Gefässes ist, worin man einen flüßigen Körper aufbehält. Daher drückt die flüßige Masse auf diese Oberfläche des festen Körpers eben so, wie sie sonst auf die inwendige Seitenfläche eines Gefässes drückt. 93 Fig.

14 §.

Die Richtigkeit dieses Satzes läßt sich durch einen leichten Versuch bestätigen. Man tauche einen holen festen Körper DEF unter das Wasser in dem Gefäß ACB. Dafern nun der feste Körper irgendwo bey Z eine kleine Oefnung hat: so wird das Wasser durch diese Oefnung in die Höhlung eindringen, so bald sie unter Wasser komt, sie mag sich übrigens unten, oder seitwärts, wo sie will, befinden. Der hohle Körper DEF muß oben bey DF offen seyn,

wenn der Versuch gelingen soll. Dies würde nicht nöthig seyn, wenn man nur inwendig einen völlig leeren Raum zu Wege bringen könnte. Wenn bey verschlossener Oefnung DF das Wasser in Z nicht eindringt: so hindert dies ein andrer in dem inwendigen Raum befindlicher flüßiger Körper, der die Luft heist, über dessen Eigenschaften in der Folge eigene Untersuchungen vorkommen.

15 §.

93 Fig. In dem Wasser *ACB* befindet sich ein fester Körper *DEF* entweder ganz, oder nur ein Theil desselben bis an *HI* eingetaucht. Dieser feste Körper ist mit dem ihn umgebenden Wasser im Gleichgewicht, so daß der feste sowohl als flüßige Körper völlig ruhig sind. Man frägt, unter welchen Umständen das Gleichgewicht bestehen könne.

Aufl. Der feste Körper drückt vermöge seiner Schwere unterwärts, und sinkt gewiß, dafern nichts vorhanden ist, das diesen Druck aufhält. Aber das Wasser, das ihn von allen Seiten umgiebt, hält diesen Druck auf, und zwar auf folgende Art. Auf jedes noch so kleines Theilchen Z der Oberfläche HEI drückt das unmittelbar anliegende Wasser nach der senkrechten Richtung VZ. Die Grösse dieses Drucks sey welche sie wolle: so läst sich derselbe allemahl in zwo andre Pressungen zerlegen, davon die eine ZR horizontal, die andre ZS vertical ist. Die horizontalen Pressungen müssen einander alle aufheben. Aber die mittlere Richtung aller verticalen Pressungen muß vertical aufwärts durch des Körpers HEI Schwerpunct G gehen, und ihre Summe muß dem Gewicht P des festen Körpers DEF gleich seyn.

Wäre

Wäre nun der Raum HEI, den der feste Körper entweder ganz oder zum Theil im Wasser ausfüllt, voll Wasser von eben der Art, wie das übrige im Gefässe, so wäre die Masse Wasser HEI mit dem übrigen im Gleichgewicht. Eben diese Masse leidet von allen Seiten eben die Pressungen, die der feste Körper litte. So lange das Gleichgewicht dauret, ändern diese Pressungen die Lage der Theile der flüssigen Masse HEI nicht, also ist sie während des Gleichgewichts als ein fester Körper anzusehen, (2 §. St.) dessen Schwerpunct G unterstützt seyn muß, wenn er nicht sinken soll. Dieserwegen geht die mittlere Richtung aller Pressungen auch durch den Schwerpunct g der flüßigen Masse HEI, und ist ihrem Gewicht gleich. Ist demnach γ die specifische Schwere des Wassers, und V die Grösse des Raums HEI: so ist die mittlere Grösse aller Pressungen $= \gamma.V$, und auch diese muste $=P$ seyn.

Zur Erhaltung des Gleichgewichts wird demnach zweyerley erfordert. Einmahl muß der Schwerpunct des festen Körpers DEF (er mag ganz, oder zum Theil in Wasser eingetaucht seyn) in einerley Verticallinie liegen mit dem Schwerpunct der flüßigen Masse, die den Raum HEI, so weit der feste Körper eingetaucht ist, einnehmen kan. Fürs zweyte muß das Gewicht des ganzen festen Körpers so groß seyn, als das Gewicht der flüßigen Masse, die eben den Raum HEI ausfüllen würde, welchen der ganze feste Körper, oder sein eingetauchter Theil, im Wasser einnimt.

16 §.

Wenn DEF ein Körper von gleichförmiger Dich- 93
tigkeit ist, so ist der Schwerpunct g des eingetauch- Fig.

ten Theils HEI einerley mit dem Schwerpunct der flüßigen Masse, die eben den Raum HEI ausfüllte. In diesem Fall komt der Schwerpunct des eingetauchten Theils mit seinem Mittelpunct der Grösse überein. Um nun in der Folge die Ausdrücke desto kürzer zu machen, soll dieser Punct, welcher eigentlich der Schwerpunct der flüßigen Masse ist, die einerley Raum mit dem eingetauchten Theil ausfüllen würde, der Mittelpunct der Grösse des eingetauchten Theils heissen. Nun mag übrigens der Körper DEF von gleichförmiger oder ungleichförmiger Dichtigkeit seyn, so wird durch den Schwerpunct des Körpers allemahl der Schwerpunct des ganzen Körpers verstanden werden.

17 §.

Die Durchschnittsfigur HI des Körpers, welche zum Vorschein kommen würde, wenn die ebene und horizontale Oberfläche des Wassers den Körper schnitte, soll der Schnitt des Wassers heissen. Wenn demnach der feste im Wasser zum Theil eingetauchte Körper im Gleichgewicht bleiben soll: so wird folgendes erfordert: Die Verticallinie durch den Schwerpunct des Körpers, und den Mittelpunct der Grösse des eingetauchten Theils müssen in einer graden Linie zusammen fallen, die also auf dem Schnitt des Wassers senkrecht ist; und der eingetauchte Theil muß so groß seyn, als eine Menge Wassers, deren Gewicht so groß, als das Gewicht des ganzen Körpers ist.

18 §.

Ein und eben derselbe Körper kann demnach in ver-

verschiedenen Lagen vom Wasser getragen werden, dafern er auf mehr als eine Art vermittelst einer Ebene sich so theilen läst, wie diese Bedingungen erfordern. Ueber diese an sich nicht allein angenehme, sondern in mancher Absicht nützliche Frage: Auf wievielerley Art ein und eben derselbe Körper vom Wasser getragen werden könne, lassen sich hier noch keine Untersuchungen anstellen, weil dies mehr Theorie erfordert, als hier vorausgesetzt werden kan. Auch folgende ebenfalls sehr wichtige, hiemit verwandte Frage, läst sich hier noch nicht beantworten: Unter welchen Umständen ein fester Körper so vom Wasser getragen werde, daß der Körper nicht leicht umschlagen könne, und und in einer andern Lage das Gleichgewicht suche. Ueberhaupt siehet man so viel ein, daß der Körper der Gefahr umzuschlagen desto weniger ausgesetzt sey, je tiefer sein Schwerpunct unter dem Wasser liegt, und je grösser seine Durchschnittsfigur mit der Oberfläche des Wassers ist.

19 §.

Wenn der Schwerpunct des Körpers, und der Mittelpunct der Grösse des eingetauchten Theils in einer Verticallinie liegen, aber der eingetauchte Theil HEI nicht so groß ist, als eine Menge Wasser, deren Gewicht = P wäre: so wird der Körper sich tiefer senken. Ist nemlich Q das Gewicht einer Menge Wassers, die mit dem eingetauchten Theil einerley Grösse hat: so treibt das Wasser den Kötper mit einer Kraft = Q aufwärts (15 §.). Diese ist dem Druck des Gewichts P grade entgegengesetzt. Daher treibt den Körper eine Kraft = P — Q unterwärts.

wärts. Diese Kraft wird = o, wenn P = Q ist, wie das Gleichgewicht erfordert.

Wäre Q > P, so wäre P — Q negativ; dies zeigt an, daß in diesem Fall der Körper von einer Kraft = Q — P vertical aufwärts getrieben wird. Also muß der Körper steigen. Nun ist nemlich der eingetauchte Theil so groß, als eine Menge Wasser, die ein grösser Gewicht hat, als der feste Körper; also ist er grösser, als zum Gleichgewicht erfordert wird.

Der IV. Abschnitt.

Vom Schwimmen der Körper.

20 §.

95 Fig. Wenn ein fester Körper *AB* mit der flüßigen Masse *LMN* so im Gleichgewicht seyn soll, daß nur ein Theil desselben *BC* im Wasser eingetaucht ist: so verhält sich die specifische Schwere des festen zur specifischen Schwere flüßigen Körpers, wie der eingetauchte Theil zum ganzen Körper.

Beweis. Wenn g des festen, γ des flüßigen Körpers specifische Schwere, und überdem P das Gewicht des festen Körpers ist, Q aber das Gewicht des eingetauchten Theils; wenn endlich V die Grösse des festen Körpers ist, und v die Grösse des eingetauchten Theils: so hat man $P = g.V$, und $Q = \gamma.v$ Aber im Fall des Gleichgewichts ist $P = Q$, also $g.V = \gamma.v$, und $g : \gamma = v : V$.

Weil v vermöge der Voraussetzung kleiner, als V ist: so muß $g < \gamma$ seyn. Also können nur solche Körper vom Wasser getragen werden, die specifisch leichter als Wasser sind.

21 §.

Wenn $g = \gamma$ ist: so wird $v = V$. Also wird der eingetauchte Theil mit dem ganzen Körper einerley, wenn der feste und flüßige Körper einerley specifische Schwere haben. Aus dem Beweise des 15 §. erhellet, daß in diesem Fall der ganze feste Körper innerhalb des flüßigen in jeder Stelle, wo man ihr hinbringt, werde stehen bleiben.

Dafern g grösser als γ ist: so läst sich die vorige Proportion nicht mehr brauchen, denn v kan nicht grösser, als V werden, so wie auch in diesem Fall gar kein Gleichgewicht statt haben kan. Es kan nur V entweder die Grösse eines eingetauchten Theils; oder höchstens des ganzen Körpers bedeuten. In beyden Fällen ist $g.V > \gamma.v$, oder $P > Q$, wenn $g > \gamma$ ist. Demnach wird der Körper mit einer Gewalt $= P - Q$ unterwärts gedruckt, und muß dieserwegen im Wasser untersinken. Folglich sinkt jeder feste Körper in einen specifisch leichtern flüßigen Körper unter.

22 §.

Es kan demnach die flüßige Masse nur in den beyden Fällen das ganze Gewicht des flüßigen Körpers tragen, wenn entweder $g < \gamma$, oder $g = \gamma$ ist. Soll der feste Körper in dem dritten Fall, da $g > \gamma$ ist, innerhalb des Wassers erhalten werden: so muß er von einer vertical aufwärts gerichteten Kraft $= P - \gamma.V$ gehalten werden. Den übrigen Theil vom

Gewicht des festen Körpers trägt die flüßige Masse. Man braucht hier die Redensart: Der feste Körper verliere im flüßigen von seinem Gewicht den Theil $= \gamma.V$. Hängt nemlich der feste Körper vermittelst eines zarten Fadens an dem einen Arm eines Wagebalkens: so wird, wenn er im flüssigen ganz eingetaucht ist, auf der andern Seite ein Gegengewicht $= P - \gamma.V$ ihm die Wage halten. Aber denn ist es so viel, als wenn das Gewicht des Wassers im Gefäß, um das Gewicht $\gamma.V$ wäre vermehrt worden. Hängt nemlich das Gefäß mit dem flüßigen Körper gleichfalls an einer Wage: so wird es den Ausschlag geben, so bald man den Körper eintaucht, und auf der andern Seite wird man ein Gewicht $= \gamma.V$ zum Gegengewicht zulegen müssen, um das Gleichgewicht herzustellen. Es ist eben so viel, als wenn der Raum, den der Körper im Wasser einnimmt, nun auch noch mit Wasser ausgefüllt wäre; der feste Körper mag ganz, oder zum Theil eingetaucht seyn.

23 §.

Dieser letzte Satz läst sich durch folgenden Versuch erläutern.

96 Fig. An dem Balken AB, oder sonstigem Gerüste, ist ein maßiver Cylinder DEFG von ziemlicher Dicke wagrecht befestiget, so daß seine Axe lothrecht hängt. Ihn umgiebt ein Cylindrisches Eimer HIKL, so nur etwas weniges weiter ist, und dies Eimer wird vermittelst des Rinckens PQR an dem einen Arm C eines Wagebalkens aufgehangen, und vermittelst eines Gegengewichts ins Gleichgewicht gebracht, doch so, daß des Eimers inwendige, und des Cylinders auswendige Flächen einander nicht berühren. Wenn

man nun in den Zwischenraum zwischen beyde Körper Wasser giest: so wird dasselbe bald auf eine beträchtliche Höhe KM über den Boden des Eimers steigen, und auf dieser Seite den Ausschlag geben. Will man das Gleichgewicht herstellen: so wird auf der andern Seite ein Gegengewicht erfordert werden, das so viel wiegt, als eine Wasser-Säule, die den Boden des Eimers zur Grundfläche, und KM zur Höhe hat. Wenn der Cylinder sehr dick, und das Eimer sehr weit ist, so werden viele Centner hiezu erfordert werden, wenn gleich in dem Eimer nur wenige Pfund Wasser befindlich sind.

24 §.

Wenn das Gewicht P eines Körpers AB, der specifisch leichter als Wasser ist, und vom Wasser getragen wird, nebst der specifischen Schwere des Wassers gegeben ist; die Grösse v des eingetauchten Theils BC zu finden. 95 Fig.

Aufl. Es ist $P = \gamma . v$ (105 §. St.) also $v = \frac{P}{\gamma}$. Wenn man demnach das Gewicht des festen Körpers mit der specifischen Schwere des Wassers dividirt: so ergiebt sich die Grösse des eingetauchten Theils.

Der Quotient drückt nemlich die Grösse des eingetauchten Theils im Cubicmaß aus. Verstehet man also durch die Tiefe, um welche sich der feste Körper ins Wasser senkt, die Entfernung des untersten Puncts dieses Körpers von der Oberfläche des Wassers: so kan man nicht sagen, daß diese Regel zeige, wie tief sich der Körper ins Wasser senke. Diese Tiefe würde hier das seyn, was man

geo-

geometrisch die Höhe des eingetauchten Theils nennen würde, wenn der Schnitt des Wassers seine Grundfläche ist. Weis man, wie groß dieser Schnitt des Wassers sey: so erfordert es eine besondre geometrische Untersuchung, aus der Grundfläche und dem körperlichen Inhalt des eingetauchten Theils, seine Höhe zu finden. In einigen besondern Fällen ist dies leicht; in andern hat es mehr Schwierigkeit.

Ist AB ein grader Cylinder, oder ein grades Prisma, und wird dieser Körper vom Wasser so getragen, daß der Schnitt des Wassers mit den Grundflächen parallel ist: so hat man leicht die Höhe des eingetauchten Theils BC. Denn der Schnitt des Wassers ist den Grundflächen gleich. Ist also der Inhalt dieser Grundflächen $= aa$; so hat man $v = aa.BC$, und $BC = \frac{v}{aa}$.

25 §.

Wenn gleich schwere feste Körper von einerley flüßigen Körper getragen werden: so sind ihre eingetauchten Theile gleich groß. Denn es ist nun P so wohl, als γ für beyde einerley; also findet man einerley Werth von v.

Aber hieraus folgt nicht, daß sie sich in dem vorhin angezeigten Verstande gleich tief senken. Dies werden Prismen und Cylinder von gleichen Grundflächen thun, wenn ihre Grundflächen mit dem Schnitt des Wassers parallel sind.

95 Fig. Werden gleich grosse feste Körper AB, DE von einerley flüßigen Körper getragen: so verhalten sich die eingetauchten Theile *BC*, *EF* dieser festen Körper, wie ihre Dichtigkeiten. Wenn V

und

und W die Grösse dieser Körper, P und p ihre Gewichte, v und w aber die Grösse ihrer eingetauchten Theile bedeuten: so hat man $v = \frac{P}{\gamma}$, und $w = \frac{p}{\gamma}$, also $v : w = P : p$. Aber die Dichtigkeiten gleich grosser festen Körper verhalten sich wie ihre Gewichte (100 §. St.).

Dafern nun $v : w = BC : EF$ ist wie bey graden Prismen und Cylindern in dem vorhin betrachteten Fall: so hat man auch $BC : EF = P : p$.

26 §.

Ein und eben derselbe feste Körper senkt sich in flüßige Massen von verschiedener Dichtigkeit so, daß die eingetauchten Theile sich umgekehrt, wie die Dichtigkeiten der flüßigen Massen verhalten. Wenn nemlich γ und δ diese Dichtigkeiten sind, und der feste Körper, dessen Gewicht P ist, senkt sich in dem ersten flüßigen Körper um das Stück v, in dem andern, um das Stück w: so hat man $v = \frac{P}{\gamma}$, und $w = \frac{P}{\delta}$, also $v : w = \frac{1}{\gamma} : \frac{1}{\delta} = \delta : \gamma$.

Eben dies Verhältniß der eingetauchten Theile bleibt, wenn gleich nicht eben derselbe feste Körper; sondern verschiedene, die auch von ungleicher Dichtigkeit seyn können, in verschiedene flüßige Massen versenkt werden, dafern nur die Gewichte dieser festen Körper gleich groß sind.

27 §.

Es ist nicht nothwendig, daß Körper, die vom Wasser getragen werden sollen, von gleichförmiger

Dichtigkeit sind: nur dies wird erfordert, daß der ganze Körper leichter sey, als eine Menge Wasser, die einen eben so grossen Raum ausfüllen würde. Daher kan man zweene, und mehrere Körper, davon einige specifisch schwerer, andre specifisch leichter, als Wasser sind, so zusammensetzen, daß der zusammengesetzte Körper im Wasser nicht untergeht, wenn gleich die specifisch schweren Theile für sich allein im Wasser sinken würden. Ja noch mehr; selbst ein specifisch schwererer Körper als Wasser kan vom Wasser getragen werden, wenn man ihm eine solche Gestalt giebt, daß der eingetauchte Theil einen Raum im Wasser einnimt, der mit Wasser ausgefüllt, so schwer, als der ganze Körper seyn würde. Denn es ist nicht nothwendig, daß dieser ganze Raum stat des Wassers mit der Materie des Körpers wieder ausgefüllt wird; genug wenn der feste Körper nur hindert, daß in diesen Raum kein Wasser treten kan. Das Wasser wird demnach eben so drücken, als wenn der ganze Raum ausgefüllt wäre. Daher schwimmen hole metallene Körper, z. E. ledige Kessel, hole metallene Kugeln, u. s. f. auf dem Wasser, die, wenn sie mit Wasser angefüllt sind, sinken müssen. Wenn man in dergleichen hole Gefässe Gewichte wirft: so werden sie sich zwar weiter ins Wasser senken; aber dennoch nicht völlig untersinken, bevor Gefäß und Gewichte zusammen so schwer sind, als die Menge Wasser, die das Gefäß von der Stelle treiben muß, bevor es ganz unter das Wasser kommen kan.

28 §.

Ein fester Körper *A* ist specifisch schwerer als Wasser, sein Gewicht ist *P*, seine specifi-

sche

sche Schwere g; eines andern Körpers B, der leichter, als Wasser ist, specifische Schwere ist h: man frägt, wie groß sein Gewicht p seyn müsse, damit aus beyden ein Körper zusammengesetzt werden könne, der eben so sicher auf dem Wasser schwimme, als ein gegebener Körper, der specifisch leichter, als Wasser ist, z. E. Stück Büchenholz.

Aufl. Wenn V des Körpers A und v des Körpers B geometrischen Inhalt bedeutet: so muß der aus A und B zusammengesetzte Körper so schwer seyn, als ein Stück Büchenholz, dessen geometrische Grösse $= V + v$ ist. Nun hat man $V = \frac{P}{g}$, und $v = \frac{p}{h}$ (106 §. St.). Also wird $V + v = \frac{P}{g} + \frac{p}{h} = \frac{Ph + pg}{gh}$. Wenn nun des Büchenholzes specifische Schwere $= k$ ist, so wird das Gewicht von einem Stück Büchenholz, dessen Inhalt $V + v$ ist, $= (V + v)k$ (105 §. St.) $= \frac{Phk + pgk}{gh}$, und dies soll $= P + p$ seyn. Also hat man die Gleichung $\frac{Phk + pgk}{gh} = P + p$, und daraus folgt $p = \frac{Ph(g - k)}{g(k - h)}$.

Eines Menschen specifische Schwere verhält sich zur specifischen Schwere des Wassers, etwa wie 1,111 : 1,000 (Musschenbroeck Introd. ad Phil. Nat. T. II. §. 1399.) und die specifischen Schweren

des Wassers und Pantoffelholzes, wie 1,000:0,240, des Wassers und Büchenholzes aber, wie 1,000: 0,850. Das Gewicht eines erwachsenen Menschen kan man etwa 150 Pf. schätzen. Frägt man nun, wie schwer ein Stück Pantoffelholz seyn müste, wenn dasselbe wie ein Schwimmgürtel zubereitet werden sollte, um den Menschen eben so sicher über dem Wasser schwimmend zu erhalten, als ein Stück Büchenholz darauf schwimmet: so giebt die Rechnung

$$P = \frac{150 \times 0{,}40 \times 0{,}261}{1{,}111 \times 0{,}610}$$ und man findet

$l150$	$= 2{,}1760913$	$l1{,}111$	$= 0{,}0457140$
$l0{,}240$	$= 2{,}3802112-3$	$l0{,}610$	$= 0{,}7853298-1$
$l0{,}261$	$= 2{,}4166405-3$		
Summe	$0{,}9729430$		$0{,}8310458-1$
	$0{,}8310438-1$		

$lp = 1{,}1418992$, also $p = 13{,}86$ Pf.

29 §.

Soll der Mensch auf dem Wasser aufrecht erhalten werden, wenn der Gürtel mitten um den Leib befestiget ist: so ist es vortheilhafter, wenn derselbe weit und hohl ist, an den Füssen des Menschen aber Gewichte hängen, um den Schwerpunct tief unter das Wasser zu bringen. Und wenn gleich die Materie des Gürtels fast eben so schwer, oder noch schwerer, als Wasser wäre: so würde man sie doch allemahl in einen so weiten Raum ausbreiten können, daß das ganze eine viel geringere specifische Schwere als das Wasser erhielte, da dann nur alles wohl verwahrt werden muß, damit das Wasser nicht eindringen kan. So ist das vom Hrn. Wagenseil angegebene

gebene Wasserschild beschaffen, wovon man in den Actis Eruditorum Lipf. A. 1691. p. 37 sq., auch in Leupolds Theatr. Pontif. II Cap. 34 §. 21 S. die Beschreibung antrift. Dies Wasserschild ABFE 98 bestehet aus zweenen halben, flachen, hohlen, und Fig. aus guten dünnen Holz verfertigten Cylindern, die auf der einen Seite BF ein charnier haben, auf der andern Seite AE aber mit Haacken zusammengefügt werden; da dann in der Mitte eine Oefnung bleibt, die so weit seyn muß, als etwa ein Mann über den Hüften dick ist, und nur so hoch, daß der Mann darüber seine Arme noch füglich gebrauchen kann.

Wenn an den Füssen vermittelst eines charnier ein paar Klappen so angebracht sind, daß sie sich bey Zurückziehung des Fusses zusammen legen, beym von sich stossen aber ausbreiten: so kann sich der Wassertreter nach Art der Gänse und Enten damit auf dem Wasser bewegen.

30 §.

Wäre umgekehrt die Schwere eines solchen Schwimmgürtels oder Wasserschildes bekannt, nebst der körperlichen Grösse desselben: so liesse sich ohne Schwierigkeit berechnen, mit wie vieler Sicherheit ein Mensch sich demselben anvertrauen könne, dafern man auch das Gewicht des Menschen, und seine körperliche Grösse kennet. Nimt man mit Muschenbröck an, die specifische Schwere des Menschen verhalte sich zur specifischen Schwere des Wassers, wie 10:9, oder wie 1,111:1000 (28 §.), und das Gewicht eines Menschen sey 150 Pf.: so würde die ganze körperliche Grösse des Menschen

$$= \frac{150}{1{,}111 * 64} = \frac{150}{71{,}104} = 2{,}110 \text{ C. F. seyn.}$$

Es wäre nemlich das Gewicht einer eben so grossen Menge Wasser $\frac{150}{1,111}$ Pf.; und eine Menge Wasser, die so viel wiegt, füllet einen Raum von $\frac{150}{1,111 \times 64}$ Cub. Fuß, wenn ein Cub. F. Wasser 64 Pf. wiegt. Hätte der Mensch an jedem Fuß 5 Pf. Bley hängen: so wäre das ganze Gewicht 160 Pf. Diese 10 Pf. Bley nehmen mit den Kappen noch einen Raum von etwa 20 Cub. Zoll ein, so daß der Mensch mit dem Bley und Zubehör an den Füssen nach obiger Rechnung einen Raum von 2,13 Cubik-Fuß einnimt. Wenn nun Wagenseils Wasserschild die Gestalt einer cylindrischen Röhre AEFB hat; so läst sich der Inhalt davon geometrisch berechnen, wenn man die Halbmesser CA und CD der auswendigen und inwendigen Weite, nebst der Höhe AE mist. Man findet nemlich diesen Inhalt $= \pi(CA^2 - CD^2)AE$. Ist also CA = 2,5 F. CD = 0,5 F. AE = 0,75 F.; so wird der Inhalt des Schildes = 14,1345 C. F. Demnach wäre die Grösse des Wassertreters mit Schild und Zubehör etwa 16,2645 Cub. Fuß. Wenn nun das Schild etwa 16 Pf. wiegt, so ist das Gewicht des Wassertreters mit allem Zubehör 176 Pf. Dies Gewicht durch den Inhalt dividirt, giebt 10,8 Pf., und dies ist die specifische Schwere des Wassertreters mit seiner ganzen Ausrüstung, so daß das Wasser fast sechsmahl schwerer ist.

Man kan noch fragen, wie tief sich der Wassertreter mit seinem Schilde eintauchen werde, und dies läst sich so beantworten. Es wird etwa die Hälfte des

des ganzen Menschen unter dem Schilde hervorragen. Diese füllet im Wasser einen Raum von etwa 1,075 Cub. Fuß aus, und so viel Wasser wiegt. $1{,}075 \times 64$ Pf. $= 68{,}8$ Pf. Der ganze Wassertreter ist 176 Pf. schwer, also sinkt der Mensch noch tiefer um einen Raum, den 107,2 Pf. Wasser füllen würden. Dieser Raum ist $\frac{107{,}2}{64} = 1{,}675$ C. F. groß, und er nimt die Gestalt eines Cylinders an, der mit dem Wasserschilde einerley Grundfläche hat, wenn der mittlere Raum, den der Mensch ausfüllt, mitgerechnet wird. Der Halbmesser dieser Grundfläche ist CA, und die Grundfläche selbst $= \pi CA^2 = 3{,}141 \times 6{,}25 = 19{,}63115$ Q. F. Hiemit dividire man den gefundenen Raum von 1,675 C. F.: so ergiebt sich die Tiefe, um welche das Schild ins Wasser sinkt $= 0{,}085$ F., welches noch nicht völlig den neunten Theil der Höhe des Schildes ausmacht.

31 §.

Es hat seine Schwierigkeiten, wenn man die eigene Schwere eines Menschen mit der eigenen Schwere des Wassers vergleichen will. An statt dessen, daß vorhin mit Musschenbroeck die eigene Schwere des Menschen etwas grösser, als die eigene Schwere des Wassers angenommen worden, haben andere Versuche gewiesen, daß der Mensch gewöhnlich etwas leichter sey, als eine Menge Wasser, die eben soviel Raum einnimt. John Robertson hat Leute, die er zuvor gewogen, in ein Parallelipedum mit Wasser treten lassen, und hierauf gemessen, um wieviel sich das Wasser erhoben. Er schliest aus diesen

Versuchen gleichfalls, daß der Mensch etwas leichter, als eben soviel Wasser sey. Herr Hofr. Kästner führt in seiner Hydrostatik diese Versuche an aus den Phil. Transact. for. 1757. Art. V. Indessen hat man noch nicht viele Erfahrungen davon, daß es Leute gebe, deren eigene Schwere sehr viel kleiner als die eigene Schwere des Wassers ist, die also von aller Gefahr jemahls zu ertrinken gänzlich frey sind, und natürliche Schwimmer abgeben, ohne sich dabey im geringsten durch die Kunst zu helfen.

Im Anfang des Jahrs 1767. las man in verschiedenen öffentlichen Blättern die Nachricht, daß sich zu Neapel eine solche Person befinde, und diese seltene Begebenheit verdienet es wohl, daß die Umstände davon hier kurz erzählet werden. Sie sind aus dem 11 Stück der Hallischen neuen Gelehrten Zeitungen des Jahrs 1767 genommen. Der Herr Abt Dominicus Bartaloni, der sich im Jahr 1765 durch das Werk: Meccanica sublime dimostrata coll' Algebra, in Napoli presso Giuseppe Ruimondi bekant gemacht, hat dem Hrn. Verf. dieses Aufsatzes die Nachrichten davon mitgetheilt.

Der Priester Don Paolo Moccia, ein würklicher Gelehrter, der einige gelehrte lateinische Briefe, und ein artiges Werk von der griechischen Prosodie herausgegeben hat, und jetzt etwa 50 Jahr alt ist, gieng im Augustmonath des Jahrs 1766 nach Darlena, wo sich Leute vom Stande in der grösten Hitze zu baden pflegen. Er tauchte sich unter, und bemerkte in Gegenwart vieler anderer Personen, daß er vom Wasser getragen ward, und nicht zu Boden sank. Er wurde hiedurch immer kühner, und machte auch auf dem Meer die Probe. Herr Bartaloni hat

dieses

dieses etliche mahl selbst beobachtet. Die Probe gelang, und Don Paolo Moccia nimt im Wasser alle Verrichtungen und Bewegungen vor, die der Mensch sonst vornehmen kan, ohne einen unglücklichen Zufall zu befürchten. Er tritt in das Meer hinein wird senkrecht über die Oberfläche des Wassers erhoben, und bleibt bis mitten an die Brust im Wasser eingetaucht. Durch eine leichte Horizontal-Bewegung bewegt er sich auf dem Meer, wenn es ruhig ist, wohin es ihm beliebt, und bleibt ruhig stehen, wenn er diese Bewegung mit den Händen unterläst. Man bringt ihm zu essen, er ißt; er schreibt und liest in dieser Stellung ganz ruhig. Er stützt den Ellenbogen auf dem Wasser, legt den Kopf auf die flache Hand, wie man sich etwa auf einen Tisch lehnt, streckt das entgegengesetzte Bein aus dem Wasser hervor, und bleibt in dieser Stellung so ruhig, daß er ganz bequem schlafen könte. Man hat Taucher ins Wasser geschickt, welche ihn an den Füssen herunter gezogen haben. Sie haben dies mit vieler Mühe zu Stande gebracht, Moccia aber ist gleich wieder in die Höhe gekommen, und bis an die Brust im Wasser da gestanden. Aeusserlich ist zwischen ihm und andern Menschen kein grosser Unterscheid. Er hat die gewöhnliche Natur, siehet gut aus, rühmt sich einer beständigen Gesundheit, ist sehr dick, ohne aber die richtige Proportion zu überschreiten. Als man ihn gewogen, hat man ihn 300 Neapolitanische Pfund schwer befunden. Um seine eigene Schwere zu finden, hat man mit aller Vorsicht Versuche gemacht. Der Herr Don Joseph Dies, Officier und Lehrer der Mathematik bey dem Artilleriecorps, hat sie in Gegenwart der vornehmsten Officier und des Herrn

Bartaloni angestellt, und des Moccia Körper ohngefehr 30 Neapolitanische Pfund leichter befunden als eine eben so grosse Menge Wasser.

Vielleicht würde man eben diese Eigenschaft noch an andern Menschen beobachten, wenn man nur mehr Versuche anstellte. Herr Bartaloni bringt das Beyspiel eines gewissen Cola Pesce von Neapel bey, welcher vom Hafen von Neapel aus, bis auf die Insel Capri, also 30 Ital. Meilen, mit aller Bequemlichkeit auf dem Meer spatzieren gegangen.

32 §.

Es ist das Gewicht p einer gewissen Masse gegeben, man soll daraus einen hohlen Körper verfertigen, dessen besondre Schwere zur besondren Schwere des Wassers γ ein gegebenes Verhältniß hat, und zwar so, daß jene kleiner, als diese sey; man frägt, wie groß der Raum seyn müsse, in welcher man die Materie ausbreiten muß.

Aufl. Es sey das gegebene Verhältniß $n:1$, und der gesuchte Raum, den die gegebene Masse ausfüllen muß, $= V$, wenn nemlich die innere Höhlung mitgerechnet wird. Nun ist das Gewicht einer Menge Wassers, die eben den Raum ausfüllt, $= \gamma V$, daher wird verlangt, es soll $n:1 = p:\gamma V$ seyn. Dies giebt $V = \frac{p}{n\gamma}$.

Soll der Körper halb so schwer, als Wasser seyn; so wird $n = \frac{1}{2}$, also $V = \frac{2p}{\gamma}$.

33 §.

Geschlagenes Meßing ist etwa 8,349 mahl schwerer, als Wasser. Soll man nun eine Meßingene hole Kugel verfertigen, die 10 Pf. wiegt, und halb so specifisch schwer, als Wasser ist: so muß diese Kugel $\frac{20}{64}$ C. F. oder 0,3125 C. F. groß seyn. Wenn man diesen Inhalt der Kugel = V, und ihren Halbmesser = r setzt: so ist $V = \frac{3}{4}\pi r^3$, also $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

$= \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi}} V$. Demnach giebt die Rechnung

$l\frac{3}{4} = 0,8750613 - 1$

$l\frac{1}{\pi} = 0,5028500 - 1$

$lV = 0,4948500 - 1$

$l\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi} V = 1,8727613 - 3$

$lr = 0,6242537 - 1$

und $r = 0,4209725$ F. oder fast $r = 0,421$ F.

Wenn nun der inwendigen hohlen Kugel Halbmesser $= \varrho$ gesetzt wird; so ist ihr Inhalt $= \frac{4}{3}\pi\varrho^3$, und der metallischen Schale Inhalt $= \frac{4}{3}\pi(r^3 - \varrho^3)$. Aber ihr Gewicht ist 10 Pf., und ihre specifische Schwere $= 8,349 \times 64$ Pf. $= 534,336$ Pf. Daher wird ihr Inhalt auch $= \frac{10}{534,336}$ Cub. Fuß. (106 §. St.) Setzt man diese Zahl $= W$; so wird $\frac{4}{3}\pi(r^3 - \varrho^3) = W$, also $r^3 - \varrho^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi} W$, und

$\varrho = \sqrt[3]{\left(r^3 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi} W\right)}$. Es war aber $lr^3 =$ 1,8727613 − 3. Dies giebt $r^3 = 0{,}07460387$. Ferner erhält man

$l\,10000 = 6{,}0000000 - 2$

$l\,534336 = 5{,}7278145$

$lW = 0{,}2721855 - 2$

$l\frac{1}{\pi} = 0{,}5028500 - 1$

$l\frac{1}{\pi} W = 0{,}7750355 - 3$

Also $\frac{1}{\pi} W = 0{,}005957108$

und $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi} W = 0{,}004467831$

Nun war $r^3 = 0{,}07460387$

Also wird $r^3 - \frac{3}{4} \frac{1}{\pi} W = 0{,}070136039$

$l\left(r^3 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi} W\right) = 1{,}8459412 - 3$

$l\varrho = 0{,}6153137 - 1$

Also $\varrho = 0{,}41239528$

Ferner war $r = 0{,}4209725$

Also $r - \varrho = 0{,}00857722$

und dies ist die Dicke der metallischen Schale.

Der

Der V. Abschnitt.

Von
der eigenen Schwere flüßiger Körper.

34 §.

Aus den bisherigen Lehren liesse sich mehr als eine Art herleiten, die besondre Schwere nicht allein der flüßigen, sondern auch der festen Körper unter sich, und mit der besondern Schwere der festen Körper zu vergleichen, wovon bereits im 12. 25 und 26 §. einige Proben gegeben sind. Eine ziemlich bequeme Art, die besondre Schwere flüßiger Körper zu vergleichen, schlägt **Leutmann** vor, Comment. Petrop. T. V. p. 273. Es sey ABDEC eine hohle Röhre, die sich unten in eine ebenfalls hohle Kugel endiget, damit man durch die Oefnung A Gewichte werfen, und das Werkzeug dadurch nöthigen könne, daß es in verschiedenen flüßigen Körpern auf eine bestimte Tiefe, z. E. bis an BC sinke. Wenn das Werkzeug aus Glas gemacht ist, so kann man es zu allen, auch solchen flüßigen Massen gebrauchen, die sonst so scharf sind, daß sie Metalle, und andre Körper angreifen. 99 Fig.

Nun sey γ die besondre Schwere des Wassers, und g die besondre Schwere einer andern flüßigen Masse. Wenn also ferner das Gewicht des Werkzeugs selbst mit demjenigen, was man hat hinzulegen müssen, daß es sich im Wasser und der andern flüßigen Masse bis an BC eintauchen müssen, im ersten Fall $= p$, im andern $= q$ befunden wird: so

ist der eingetauchte Theil BDEC $= \frac{p}{\gamma} = \frac{q}{g}$, (24§)

also $p : q = \gamma : g$, und $g = \frac{q}{p}\,\gamma$.

35 §.

Werkzeuge von dieser Art, welche dazu dienen, die besondre Schwere verschiedener flüßigen Massen, worin sie sich bis auf eine gewisse Tiefe senken, zu finden, nennt man jetzt gewöhnlich **Wasserwagen**, auch **Hydrostatische Wagen**. Der Name Barylion war bey den Alten gewöhnlich, und diejenigen, welche in den Hydrostatischen Kenntnissen geübt waren, hiessen Barylliſtae, oder Barynilae. Jetzt sind die Namen Areometrum, auch Hygrobaroſcopium gewöhnlicher (Musschenbroeck Introd. in Phil. Nat. T. II. §. 1384). Obgleich die Einrichtung dieser Wagen nach der jedesmahligen besondern Absicht, wozu sie dienen sollen, verschieden seyn kan; so bestehet doch gewöhnlich das Wesentliche derselben in einer hohlen Kugel, und darauf stehenden Röhre. Moncony hat in seiner Reisebeschreibung eine solche Wage angegeben, die von der vorhin beschriebenen sich nur darin unterscheidet, daß die Röhre nicht offen ist, und die Gewichte oben auf der Spitze der Röhre aufgesteckt werden. Eine ähnliche Einrichtung hat auch Feuillée diesem Werkzeuge gegeben. (Man sehe Leupolds Theatr. Stat. II. 28. 29§.)

So bequem diese Werkzeuge scheinen, so schwer ist es doch, recht genau wahrzunehmen, wenn das Wasser grade bis an das auf der Röhre gemachte Merkmahl reicht. Das Wasser, und andre flüßige

Massen legen sich an die festen Körper an, und bilden daher um die Röhre herum einen kleinen Hügel. Andre, die sich nicht anlegen, bilden um die Röhre herum ein kleines Thal, so daß man wegen der richtigen Tiefe des Werkzeuges allemahl in einer kleinen Ungewißheit bleibt. Deswegen ist kein besseres Mittel, das mehr Richtigkeit in der Ausübung verspricht, als dasjenige, was sich auf den Lehren des 22 §. gründet, und nunmehro ausführlicher beschrieben werden soll.

36 §.

Das Verhältniß der specifischen Schwere eines gegebenen flüßigen Körpers zur specifischen Schwere des gemeinen Wassers hydrostatisch zu finden.

Aufl. Es sey γ die specifische Schwere des Wassers, und g die specifische Schwere der andern flüßigen Masse. Man erwähle einen festen Körper, der schwerer ist, als beyde flüßige Massen, wäge ihn in beyden, vermittelst einer richtigen und sehr schnellen Wage ab, und bemerke das Gewicht, was dieser Körper so wohl im Wasser, als auch in der andern flüßigen Masse verliert. Wenn nun das erste Gewicht p, das andre q ist; so hat man $p:q = \gamma:g$, oder die besondern Schweren beyder flüßigen Körper verhalten sich, wie die Gewichte, die der feste Körper in jedem verliert. Denn der feste Körper verliert in jeder flüßigen Masse so viel von seinem Gewichte, als ein eben so grosser Theil der flüßigen Masse wiegt (22 §), und die eigenen Schweren der flüßigen Massen verhalten sich, wie die Gewichte gleich grosser Theile von ihnen.

37 §.

37 §.

Die Wage, der man sich in dieser Absicht bedienet, muß zu einem solchen Hydrostatischen Gebrauch besonders eingerichtet seyn. Gravesande beschreibt eine solche Wage mit aller dazu nöthigen Geräthschaft (Phsices Elem. Math. T. I. Lib. III. Cap. III. p. 421. Ed. 3.) so wie sie eingerichtet seyn muß, wenn man alle mögliche Schärfe sucht. Musschenbröck beschreibt eine andere Einrichtung (Elem. Phys. Cap. XXIV. §. 677.) wozu man leichter gelangen kan, ob sie gleich nicht so viele Schärfe, als die Gravesandische verspricht. Inzwischen kan man damit sehr wohl zufrieden seyn, wenn man für sich zum Vergnügen die Versuche machen will. Die Einrichtung ist folgende.

97 Fig. Der Wagebalken HI, auf welchem die Zunge K senkrecht stehet, wird mit seinen Zapfen, die nach den Vorschriften des 117 §. eingerichtet sind, auf die Zapfenlager gelegt, welche die Stütze L trägt. Die Scheibe B, welche man an dem einem Ende I des Wagebalkens anhängen kann, ist unten gleichfalls mit einem kleinen Haaken versehen, woran man ein Stück maßives Glas E vermittelst eines Pferdehaars aufhängt. Es wird deswegen das Glaß erwählt weil Metalle von scharfen flüßigen Massen würden angegriffen werden. Am andern Ende H des Wagebalkens muß ein Gegengewicht A hängen, das mit der Scheibe B und dem Glase E in freyer Luft das Gleichgewicht hält. Hängt man nun die Glasperle E in eine flüßige Masse D: so wird das Gewicht A den Ausschlag geben, und man muß auf B so viele Gewichte zulegen, bis das Gleichgewicht hergestellet ist. Auf solche Art weiß man, wie viel E im flüssigen am Gewicht verlohren hat.

38 §.

38 §.

Wenn das Gegengewicht A so schwer ist, daß es mit der Glasperle, wenn sie im gemeinen Wasser hängt, im Gleichgewicht ist: so wird die Glasperle in freyer Luft den Ausschlag geben, und wenn man bey A so viele Gewichte zulegt, bis das Gleichgewicht hergestellt ist: so weiß man, wie viel E im Wasser verliert.

Hängt nun die Glasperle in flüßigen Massen, die schwerer als Wasser sind, so giebt das Gewicht A einen Ausschlag, und wenn man auf B so viele Gewichte zulegt, bis das Gleichgewicht hergestellet ist: so weiß man, wie viel die Glasperle in diesem flüßigen mehr als im Wasser verliert. Dafern aber die Glasperle in einer flüßigen Masse hängt, die leichter als Wasser ist: so giebt die Perle den Ausschlag. Daher muß man bey A so viele Gewichte zulegen, bis das Gleichgewicht hergestellet ist, und dies zugelegte Gewicht zeigt, wie viel die Glasperle in diesem Flüßigen weniger, als im Wasser verliert.

Auf diese Art ist die Hydrostatische Wage eingerichtet, wovon Daniel Nenlös in einer eigenen Abhandlung die Einrichtung beschrieben hat, unter dem Titel: Kort Beskrifning of den Hydrostatiske Wäg-Balken, samt Underrättelse om deß Bruk, och Nytta. Stockh. 1728. Wenn man mehr Schärfe verlangt: so muß man die Einrichtung erwählen, welche Haucksbée, ein Englischer Mechanicus, angegeben hat, und der Hr. von Wolf unter dem Namen eines Areometri im 1 Theil der nützlichen Versuche 209 §., auch Leupold im Theatr. Stat. 6 Cap. 38 §. 217 S. beschreibt. An dieser Wage ist die Zunge so angebracht, daß sie am Wagebalken

unter-

unterwärts hängt. An der Stütze, die den Wagebalken trägt, hängt ein länglichter Körper, wie ein Perpendicul, frey herunter, und zwar so, daß eine auf dessen Mitte gezogene grade Linie, allemahl die Verticallinie zeigt, das Instrument mag stehen, wie es wolle. Demnach steht die Wage horizontal, wenn die Zunge diese Linie deckt.

39 §.

Man ist gewohnt, die specifische Schwere aller flüßigen sowohl als festen Körper mit der specifischen Schwere des Wassers zu vergleichen. Weiß man nemlich nur das Gewicht eines Cubicfusses Wasser, und überdem das Verhältniß der specifischen Schwere des Wassers zur specifischen Schwere eines andern Körpers A: so findet man leicht das Gewicht von einem Cubicfuß des Körpers A. Man kan jedes Verhältniß so ausdrücken, daß eins von beyden Gliedern = 1 wird (183 §. G.) und man drückt hier mit vieler Bequemlichkeit das erwehnte Verhältniß der besondern Schwere des Wassers zur besondern Schwere des Körpers A eben so aus. Hat man nemlich im 36 §. gefunden, es sey $g:\gamma = q:p$: so setzt man $g:\gamma = \frac{q}{p}:1$. Wenn also $\frac{q}{p} = n$ wird, so kan man die specifische Schwere des Körpers A, d. i. $g = n$ setzen, wenn die specifische Schwere des Wassers für die Einheit genommen wird, womit man die besondere Schwere aller übrigen Körper vergleicht. Hierauf gründet sich folgende Regel die besondre Schwere eines flüßigen Körpers zu finden:

Man dividire das Gewicht, was ein fester Körper z. E. die Glasperle (37 §) in dem flüs-

sigen

sigen Körper verliert durch das Gewicht, was eben der feste Körper im Wasser verliert: so ist der Quotient die gesuchte eigene Schwere des flüßigen Körpers.

Diese Regel giebt nun eigentlich nicht das Gewicht eines Cubicfusses dieser flüßigen Masse; sondern eine Zahl, welche die Grösse der eigenen Schwere derselben gegen die eigene Schwere des Wassers, als die angenommene Einheit, ausdrückt. Wenn aber γ das Gewicht eines Cubicfusses Wasser, und g das Gewicht eines Cubicfusses der andern flüßigen Masse ist: so hat man $1 : \frac{q}{p} = \gamma : g$, also $g = \frac{q}{p}\gamma$.

Man setze also die Glasperle (37 §.) verliere im Wasser am Gewicht 639 Aß, und in Milch 20 Aß mehr; also 659 Aß: so giebt die festgesetzte Regel die besondre Schwere der Milch $= \frac{659}{639} = 1{,}0313$. Wiegt also ein Cubicfuß Wasser 64 Pf., so ist das Gewicht eines Cubicfusses Milch $1{,}0313 \times 64 =$ 66 Pf.

Wenn nun dieselbe Glasperle im rectificirten Weingeist 86 Aß weniger als im Wasser, also nur 553 Aß am Gewicht verliert: so giebt eben diese Regel die besondre Schwere des Weingeistes $= \frac{553}{639} = 0{,}8653$.

40 §.

Nicht alle Arten des gemeinen Wassers haben genau einerley besondre Schwere. Das Flußwasser ist schwerer, als Regenwasser, und dem letztern komt das Brunnenwasser am nächsten. Am schwersten ist das salze Seewasser. Will man daher alles genau nehmen, so muß man eine gewisse Art des gemeinen Wassers für diejenige annehmen, deren besondre

sondre Schwere = 1 seyn soll. Gewöhnlich erwählt man hiezu das Regenwasser. Folgende Tabelle, die aus Musschenbröcks oft angeführter Introd. ad Phil. Nat. genommen ist, ergiebt, was die Versuche in Absicht der besondern Schwere der bekantesten flüßigen Körper gelehret haben.

	besondre Schwere.
Regenwasser - -	1,000
Seewasser - -	1,030
Brunnenwasser - -	0,999
Flußwasser - -	1,009
gemein Scheidewasser -	1,300
das beste - - -	1,409
Bier-Eßig - -	1,034
Wein-Eßig - -	1,011
Kuh-Milch - -	1,030
Ziegen-Milch - -	1,009
Pommeranzenöhl - -	0,888
Nelken-öhl - -	1,034
Zimmetöhl - -	1,035
Wacholderöhl - -	0,911
Leinöhl - - -	0,932
Baumöhl - -	0,913
Rübensaamenöhl - -	0,853
Terpentinöhl - -	0,792
Menschenblut - -	1,040
Weingeist (rectificirter) -	0,866
Vitriolgeist - -	1,203
Salpetergeist (gemeiner) -	1,315
fermetischer -	1,610
süsser - -	1,000
Pontack, rother Wein -	0,993
Burgunder Wein - -	0,953

Cana-

	besondere Schwere.
Canariensect - -	1,033
Gemeiner weisser Frz. Wein	1,020
Frontignac - -	1,0086
Champagner - -	0,962
Moßler Wein - -	0,916
Rheinwein - -	0,9995
Rother Capwein - -	1,018
Weisser Capwein - -	1,039

Das Queckſilber gehört zwar auch in die Klaſſe der flüßigen Körper; allein weil es viel ſchwerer iſt, als die meiſten feſten Körper ſind: ſo läſt ſich die hier beſchriebene Methode nicht wohl anbringen. Daher ſucht man die beſondere Schwere deſſelben eben ſo, wie bey den feſten Körpern, wie das folgende näher ergeben wird.

Der VI. Abſchnitt.

Wie man die eigene Schwere feſter Körper hydroſtatiſch findet.

41 §.

Das Verhältniß der ſpecifiſchen Schwere g eines feſten Körpers zur ſpecifiſchen Schwere γ des gemeinen Waſſers zu finden.

Aufl. Der feſte Körper mag ſo groß ſeyn, als man will, und eine Geſtalt haben, welche man will: ſo verliert er im Waſſer ſo viel von ſeinem Gewicht, als eine eben ſo groſſe Menge Waſſer wiegt (22 §.).

Demnach ist das Verhältniß der besondern Schwere des festen Körpers zur besondern Schwere des Wassers, einerley mit dem Verhältniß des wahren Gewichts des festen Körpers zum Gewicht, so er im Wasser verliert (101 §.). Also suche man das wahre Gewicht des Körpers vermittelst einer richtigen und schnellen Wage; man suche hierauf, wieviel eben der Körper im Wasser wiegt. Ist nun das wahre Gewicht des Körpers $=P$, sein Gewicht im Wasser $=p$, das Gewicht einer eben so grossen Menge Wasser $=Q$; so hat man $P-p=Q$, und $P:Q=g:\gamma$; oder $P:P-p=g:\gamma$.

42 §.

97 Fig. Man bedienet sich bey diesem Verfahren eine Wage von eben der Einrichtung, wie die im 37. und 38 §. beschrieben sind. Es ist bey der Mendlösschen Wage das Gewicht F so schwer, daß wenn man an demselben das kleine gläserne Eimer G vermittelst eines Pferdehaars befestiget, und sodann bey I am Wagebalken aufhängt, beydes zusammen mit dem Gegengewicht A in freyer Luft das Gleichgewicht hält. Man kan nun in G einen festen Körper, z. E. ein Stück Metall, und in A so viele Gegengewichte zulegen, bis alles wiederum im Gleichgewicht ist. Auf diese Art hat man das Gewicht des festen Körpers in freyer Luft. Das Gewicht C, welches die Gestalt einer kleinen runden Schale, und bey M einen Einschnitt hat, ist so schwer, als das Gewicht, welches das gläserne Eimer im Wasser verliert. Wenn man demnach das leere Eimer G ins Wasser versenkt, und auf B sodann das Gewicht C gehörig auflegt, so daß der kleine Cylinder, woran das Gewichte

wicht B hängt, durch den Einschnitt M bis an die Mitte des Gewichts C gebracht wird: so ist wiederum alles im Gleichgewicht. Ist demnach der feste Körper in das Eimer gelegt, so darf man nur auf A wieder so viele Gewichte legen, bis das Gleichgewicht erfolgt: so weiß man, wie viel der feste Körper im Wasser wiegt. Dies letzte gefundene Gewicht vom ersten subtrahirt, giebt das Gewicht, was der Körper im Wasser verliert. Wäre C nicht auf B gelegt, so erhielte man das zweyte mahl das Gewicht, was beyde, das Eimer und der Körper zusammen im Wasser verlieren, und man müste davon das Gewicht, was das Eimer für sich allein im Wasser verliert, abziehen.

43 §.

Weil man auch der festen Körper besondre Schwere mit der besondern Schwere des Wassers zu vergleichen gewohnt ist: so drückt man die Proportion des 41 §. $P:P-p=g:\gamma$ eben so aus, wie im 39 §., und setzt die besondre Schwere des Wassers = 1.

So erhält man $\frac{P}{P-p}:1=g:\gamma$. Hieraus ergiebt sich folgende Regel, die besondre Schwere eines festen Körpers zu finden.

Man dividire das wahre Gewicht eines Körpers durch das Gewicht so er im Wasser verliert: so ist der Quotient die gesuchte eigene Schwere des festen Körpers, und zwar in dem Verstande des 39 §.

Der Quotient ist nemlich eine Zahl, welche die Grösse der eigenen Schwere des festen Körpers gegen die eigene Schwere des Wassers, als die ange-

nommene Einheit, ausdrückt. Und wenn man diesen Quotienten in das Gewicht eines Cubicfusses Wasser multiplicirt: so hat man die eigene Schwere des festen Körpers in dem Verstande des 103. §. St.

Ein Stück Bley von 3334 Gran am Gewicht hat im Wasser gewogen 3034 Gr. Also war der Verlust im Wasser 300 Gran, und die specifische Schwere dieses Bleyes $= \frac{3034}{300} = 11,113$. (Leupold Theatr. Stat. II. §. 50.)

44 §.

Wenn die eigene Schwere des festen Körpers kleiner, als die eigene Schwere des Wassers ist: so wird er im Wasser nicht untersinken. Vorhin war eine Gewalt nöthig, den Körper im Wasser ruhig zu erhalten, die so groß war, als der Ueberschuß von dem Gewicht des Körpers über das Gewicht einer gleich grossen Menge Wasser, und diese Kraft muste aufwärts ziehen, wenn der Körper nicht sinken sollte. Im gegenwärtigen Fall ist eine Gewalt nöthig, den Körper im Wasser ruhig zu erhalten, die so groß ist, als der Ueberschuß des Gewichts einer gleich grossen Menge Wasser über das Gewicht des Körpers, und diese Kraft muß unterwärts drücken (19 §.)

Man setze also überhaupt die Kraft, welche den Körper im Wasser ruhig erhalten muß, $= p$: so ist beym Körper, der specifisch schwerer, als Wasser ist, diese Kraft $p =$ dem Gewicht des Körpers im Wasser, und man hat $P - p = Q$. Aber bey specifisch leichtern Körpern als Wasser, wird p negativ, und man hat $P + p = Q$. Legt man diese Betrachtungen zum Grunde: so läst sich mit einer geringen, diesen Grün-

den

den gemässen Veränderung das im 41. und 43 §. beschriebene Verfahren auch bey festen Körpern, die leichter als Wasser sind, anbringen.

45 §.

Wenn man ein kleines metallenes Netz so einrich- 97
ten läst, daß es wie ein Deckel auf dem gläsernen Fig.
Eimer G genau schliest: so wird dasselbe einen in dem mit Wasser angefüllten Eimer befindlichen Körper, der leichter als Wasser ist, halten, daß er nicht heraustreten, und wenn das Eimer im Wasser hängt, in die Höhe steigen kan. Demnach hänge man zuerst das ledige Eimer mit dem Netz ins Wasser, und lege bey A so viele Gewichte zu, bis das Gleichgewicht erfolgt. Hiezu wird so viel erfordert werden, als das Netz im Wasser wiegt. Wenn man nun den festen Körper ins Eimer legt, solches mit dem netzförmigen Deckel verschliest, und das Eimer von neuen bey I im Wasser aufhängt: so wird A den Ausschlag geben. Ist nemlich P das Gewicht des Körpers, und Q das Gewicht einer gleich grossen Menge Wassers: so wird der Körper mit einer Gewalt $= Q - P$ in die Höhe getrieben. Nun lege man bey B so viele Gewichte zu, bis das Gleichgewicht wieder hergestellet ist. Hiezu wird nun ein Gewicht $= Q - P$ erfordert werden, und wenn dies Gewicht $= p$ ist: so hat man $Q = P + p$, als das Gewicht einer Menge Wassers, die mit dem Körper einerley Grösse hat. Dies giebt $P : P + p = g : \gamma$, oder $\frac{P}{P+p} : 1 = g : \gamma$.

Ein Stück Birnbaumholz hat in freyer Luft gewogen 193 Gran, im Wasser ward es von einem

Gewicht von 107 Gran erhalten. Also ist das Gewicht einer eben so grossen Menge Wasser 300 Gran, und des Birnbaumholzes specifische Schwere $= \frac{1}{3}\frac{0}{0}\frac{3}{0}$ $= 0,6433$.

46 §.

Wenn man die besondre Schwere der Salze und andrer Körper, die vom Wasser aufgelöst werden, erforschen will: so muß man sie in Terpentinöhl oder dem subtilsten Weingeist, oder auch einer andern flüßigen Masse abwägen, welche diese Körper nicht auflöst. Auf solche Art findet man das Verhältniß der besondern Schwere der Salze gegen den flüßigen Körper, worin man sie abgewogen hat, und wenn des letztern specifische Schwere bekant ist: so läst sich jene leicht mit der besondern Schwere des Wassers vergleichen.

Es haben z. E. 100 Gran Steinsalz im rectificirten Weingeist 40, 41 Gr. verlohren. Ist nun die eigene Schwere des Stein-Salzes $= g$, des Weingeistes h, des Wassers γ: so hat man $g:h = 100:40,41$, und $h:\gamma = 0,866:1$ (40 §); also $g:\gamma = 86,6:40,41 = \frac{86,6}{40,41}:1 = 2,143:1$. (Musschenbröck Introd. ad Phil. Nat T. II. §. 1398.)

47 §.

Folgende Tafel, welche die specifische Schwere der bekantesten festen Körper enthält, ist, wie die vorigen (40 §.) aus der Musschenbröckschen Naturlehre genommen. Es bleibt die besondre Schwere des Regenwassers = 1.

	besondre Schwere.
Gold (das feinste)	19,640
- guineisches	18,888
- französisches	18,166
- Ducaten	18,261
Queckſilber (deutſches)	14,000
- Engliſches	13,593
Silber (feines)	11,091
das beſte Holländiſche	10,535
geringeres	10,340
Bley (engliſches)	11,325
- (deutſches)	11,310
Kupfer (Japaniſches)	9,000
- Schwediſches	8,784
- gebrantes	5,453
Meßing (gegoſſenes)	8,000
- geſchlagenes	8,349
Stahl (weicher)	7,738
- harter	7,704
- der härteſte	7,809
Eiſen	7,645
Zinn (reines)	7,320
- das reinſte engliſche	7,295
Wismuth	9,700
Zink	7,350
Spiesglas (rohes)	4,000
- Ungariſches	4,700
Zinnober (gegrabener)	7,300
- gemachter	8,200
Goldglätte	6,000
Silberglätte	6,044
Bleyzucker	2,745
Diamant (weiſſer Indiſcher)	3,517

Diamant (Brasilischer) -	3,518
- Ostindischer blaulichter	3,512
Agat (englischer) - - -	2,512
Karniol - - - -	3,290
Hyacinth - - - -	2,631
Jaspis - - - -	2,666
Kieselstein (durchsichtiger)	2,641
- gemeiner - - -	2,542
Marmor (Italiänischer schwarzer)	2,704
- - - - weisser	2,707
- - - - ein andrer	2,718
Alabaster - - - -	1,872
Crystall (Isländischer) -	2,720
Bergcrystall - - -	2,650
Glas (feinstes) - - -	3,150
- gemein grünes -	2,620
Elfenbein - - - -	1,825
Tannenholz (hartes) -	0,550
- weiches - - -	0,498
Ahornholz - - -	0,755
Erlenholz - - - -	0,800
Campeschenholz - - -	0,913
Kirschbaumholz - - -	0,715
Büchenholz - - - -	0,852
Erlenholz vom Zweige - -	0,734
- - vom Stamm - -	0,845
Fichtenholz - - - -	0,300
Apfelbaumholz - - -	0,793
Pflaumenbaumholz - -	0,785
ein andre Art - - -	0,663
Birnbaumholz - - - -	0,661
Eichenholz - - - -	0,929
Wachs (gelbes) - -	0,955

Schwefel (lebendiger)	-	2,000
- gemeiner	-	1,800
Vitriol (englischer)	-	1,880
- Danziger	-	1,715
- weisser	-	1,900
Vitriol-Salz	-	1,900
Steinsalz	-	2,143
Salpeter	-	1,900
- feuerbeständiger	-	2,745
Alaun	-	1,714
Borax	-	1,720
Weinstein	-	1,849
Salmiack (reiner)	-	1,453
Kochsalz	-	2,148
der feinste weisse Zucker	-	1,606

Man sucht die besondre Schwere des Queckſilbers eben so, wie die eigene Schwere fester Körper durch abwägen im Wasser nach dem 41 §. welches sich deswegen füglich thun läst, weil sich alles Queckſilber nicht mit dem Wasser vermischt. Wenn man nach dem 39 §. verfahren wollte, so müste man statt der Glasperle ein Stück Gold nehmen, weil kein andrer fester Körper im Queckſilber untersinkt. Aber das Gold wird vom Queckſilber angegriffen.

48 §.

Das Gewicht eines Cubicfusses eines jeden sowohl festen, als flüßigen Körpers, dessen specifische Schwere aus dem 47. oder 40 §. bekannt ist, läst sich nun leicht berechnen, wenn man das Gewicht eines Cubicfusses Regenwasser weis: nur ist es so leicht eben nicht, dies Gewicht mit der Schärfe und Richtigkeit zu finden, als man es hier verlangt. Es haben sich

zwar viele Naturforscher Mühe gegeben, dies Gewicht mit aller möglichen Sorgfalt zu suchen. Allein die Resultate ihrer Versuche stimmen nicht allemahl überein. Ueberdem haben viele anfangs nur überhaupt sich begnügt, anzuzeigen, wie schwer sie einen Cubicfuß Wasser befunden haben, ohne zu melden, mit welcher Art des Wassers der Versuch angestellet sey, da doch der Unterscheid zwischen der eigenen Schwere des Regen- Brunnen- und Fluß-Wassers (40 §.) hier schon einigermassen erheblich ist. Dazu komt noch die Verschiedenheit der Maasse und Gewichte, der man sich bedienet hat, immassen die Vergleichung der so sehr verschiedenen Gewichte allerdings ihre Schwierigkeit hat, obgleich die Vergleichung der bekantesten Maasse zur ziemlichen Richtigkeit gebracht ist. Hiezu komt noch der Umstand, daß selbst Ursachen, die in der Natur der Körper gegründet sind, hier keine vollkommene Schärfe erwarten lassen, dahin z. E. die Wärme und Kälte gehören, von deren Wirkung unten ein mehreres vorkommen wird. Hier ist nur überhaupt zu merken, daß das Wasser desto specifisch leichter sey, je wärmer es ist, und desto schwerer, je kälter es wird.

49 §.

Das im 12 §. beschriebene Verfahren dienet, das Gewicht einer bekanten Menge Wasser zu finden, wenn das Gefäß so eingerichtet ist, daß man den Inhalt desselben genau ausrechnen kan, woraus sich sodann leicht das Gewicht eines Cubicfusses, und einer jeden andern Menge ergiebt. Hr. v. Wolf (Nützl. Vers. 1 Th. 7 §.) hat gefunden, daß ein Rheinländischer Decimal-Cubiczoll Wasser 1 Unze

15 Gran, oder 495 Gran gewogen habe. Das Gewicht war das zu Halle gebräuchliche Apotheker-Gewicht. Er hatte es mit dem dortigen Kramer-Gewicht verglichen, und befunden, daß 2 Unzen Apotheker-Gewicht 23 Gran schwerer waren, als 4 Loth Kramer-Gewicht. Ein Pfund Kramer-Gewicht hielte hielte also $937 \times 8 = 7496$ Gr. dagegen 16 Unzen Apotheker-Gewicht 7680 Gr. halten (200 §. R.) Vermöge dieses Versuchs wiegt 1 Cubicfuß Wasser 495000 Gr. oder 64 Pf. 7 Unz. 2 Dr. (64 Pf. 348 Gr. ist in den nützl. Vers. ein Druckfehler; es sind 3480 Gr. und nach dem Kramer-Gewicht 66 Pf. $1\frac{2}{1}\frac{3}{8}\frac{3}{7}\frac{}{4}$ Loth).

Leupold (Theatr. Stat. II Cap. 2 §. 5.) hat diesen Versuch mit Anführung des Wolfischen Resultats wiederholet. (Beym Leupold sind gleichfalls zweene Druckfehler zu verbessern, nemlich 8250 Dr. statt 825 Dr. und 64 Pf. 7 Unz. 2 Dr. statt 64 Pf. 7 U. 7 Dr.). Er hat bey dreymahliger Wiederholung das Gewicht eines Rheinländischen Duodecimal-Cubiczolles 300 Gr. in demselben Apotheker-Gewicht befunden, was Hr. v. Wolf gebraucht hat. Dies giebt für den Cubicfuß 1728×300 Gr. (351 §. G.), oder 518400 Gr. $= 67\frac{1}{2}$ Pf. Demnach verhielten sich die eigenen Schweren des von Leupold und Wolfen geprüften Wassers, dafern beyde Versuche richtig sind, wie $5184 : 4950 \doteq 288 : 275 = 1{,}0047 : 1$. Ist jenes vielleicht Flußwasser, und dieses Brunnenwasser gewesen, so wäre der Unterscheid nicht so groß, als es anfangs scheinen mögte: vielleicht ist auch das Wolfische merklich wärmer, als das Leupoldsche gewesen. Leupold hat 4 Loth Leipziger Kramer-Gewicht nur 20 Gr. leichter befunden, als 2 Unzen Apotheker

potheker-Gewicht. Also wären 2 Loth Kramer-Gewicht = 470 Gran, und 1 Loth = 235 Gran. (Leupold hat 236 Gran angegeben a. a. O. im III Cap. §. 6., und es ist überhaupt diese ganze Stelle bey ihm etwas undeutlich. Er sagt nemlich §. 5. Cap. II. zum Gewicht habe mich eben des Medicinischen bedienet, und bey den Pfunden des Leipziger Kramer-Gewichts, habe aber die Unze nur 20 Gr. leichter befunden, soll vermuthlich heissen 2 Unzen nemlich des letztern, oder 4 Loth.) Daher wird das Gewicht von 1 Cub. Fuß Wasser nach Leipziger Kramer-Gewicht 68 Pf. 29 Lt. 3 Qu. 3 Pfenn. $4\frac{3}{4}\frac{7}{7}$ Gr. ausmachen. Rechnet man aber 236 Gr. Apoth. Gew. auf 1 Loth Leipziger Kramer-Gewicht, so sind es nur 68 Pf. 20 Lt. 2 Qu. 1 Pfenn. $1\,1\frac{2}{5}\frac{6}{9}$ Gr. Beym Leupold a. a. O. stehen 64 Pf. 1 Lt. und dies ist ohne Zweifel ein Fehler. Am Ende des Theatri Statici wird versprochen, daß ein Verzeichniß der Fehler auf einem besondern Blade folgen solle; ob dies geschehen sey weiß ich nicht, bey meinen Exemplaren der folgenden Theile habe ich es nicht gefunden.

50 §.

Wenn der feste Körper, womit man nach dem 41 §. umgehet, eine solche Gestalt hat, daß man seinen Inhalt genau ausrechnen kan: so findet man mittelst eben desselben Verfahrens das Gewicht einer eben so grossen Menge Wasser. Es ist nemlich einerley mit dem, was der feste Körper im Wasser verliert. Leupold hat sechs Würfel verfertigen lassen, und eines jeden Seite einen Rheinländischen Duodecimalzoll groß gemacht.

aus

aus Bley	- -	am Gewicht	3334 Gr.
- Wismuth	- -		2929 -
- Eisen	- -		2338 -
- reinem Zinn	- -		2198 -
- Zinn nach Zinngiesser Probe			2249 -
- Zink	- -	-	2170 -

und hat jeder 300 Gran im Wasser verlohren. (Theatr. Stat. II. p. 222. 228.) welches mit dem vor. §. überein komt. Man nehme nun aus dem vor. § mit Leupold an, es sey 1 Rheinl. Cub. Fuß Wasser im Leipziger Kramer-Gewicht 68 Pf. 20 Lt. 2 Qu. 1 Pfenn. 11½ Gr., oder 527186½ Gr. schwer. Nach der v. Clausbergischen Tabelle (198 §. R.) verhält sich Leipz. Pf.: Par. Pf. = 7680:8065, also wäre ein Rheinl. Cubicfuß Wasser 502020⅛ Paris. Gran schwer, wenn das Pf. gleichfalls in 7680 Gran getheilt wird, oder 65 Pf. 11 Lt. 3 Qu. Weiter nach der Tafel im 197 §. R. verhält sich 1 Rheinl. Fuß: 1 Paris. Fuß = 13913 : 14400. Schliest man demnach $13913^3 : 14400^3 = 502020,12$: vierk. Zahl, so erhält man das Gewicht eines Pariser Cubicfusses Wasser. Vermittelst der Logarithmen giebt die Rechnung 556603,9 Gran, oder 72 Pf. 15 Lt. 2 Pfenn. 13,9 Gran, oder nach der zu Paris üblichen Eintheilung (199 §. R.) 72 Pf. 7 Unz. 4 Dr. 2 Scr. 4,6 Grains. Nach der Wolfischen Bestimmung müste diese Zahl in dem Verhältniß 288:275 vermindert werden, und man würde finden 531479,4 Gr. oder 69 Pf. 3 U. 1 Dr. 2 Scr. 32,2 Grains. Bion am Ende des II Buchs der Math. Werkschule hat für das Wasser aus der Seine 69 Pf. 12 Unz. und Mariotte nimt 70 Pf. an. Diesen Bestimmungen komt also die Wolfische ziemlich nahe.

Daß

Daß aber Bions übrige Bestimmungen der eigenen Schwere wohl nicht die genauesten seyn, erinnert H. Lambert in der Vorrede zu den Anmerkungen über die Gewalt des Schießpulvers und den Widerstand der Luft. Dresd. 1766. Nach dem Musschenbroeck wiegt ein Rheinl. Cubicfuß Regenwasser 63 Pf. 3 Unz. 7 Dr. 9 Gr. Troy-Gewicht oder 485709 Gran (Introd. ad Phil. Nat. Cap. XXVII. §. 1449). Verhält sich nun das Pariser zum Troy-Gewicht, wie 472,5:480 (200 §. R.) so sind dies 64 Pf. 3 U. 7 Dr. $38\frac{2}{3}$ Gran Pariser Gewicht, oder 493418$\frac{2}{3}$ Gran, 480 auf eine Unze gerechnet. Und hieraus ergiebt sich, wie vorhin, 547066,9 Gran, oder 71 Pf. 3 Unz. 5 Dr. 2 Scr. 6,9 Gr. für das Gewicht eines Pariser Cub. Fusses Regenwasser. Statt der 6,9 Gr. erhält man 8,2 Grains nach der Pariser Abtheilung. Multiplicirt man dies mit 1,009; so hat man das Gewicht eines Cubicfusses Flußwassers von 551990,5 Gran, oder 71 Pf. 13 U. 7 Dr. 2 Scr. 12,6 Grains.

Diese Bestimmung giebt demnach beynahe 72 Pf. die man auch gemeiniglich annimt, obgleich die meisten andern Bestimmungen weniger geben. Gravesand hat für den Rheinl. Cubicfuß des Leidner Brunnenwassers 63 Pf. 7 Unz. 2 Dr. 40 Gr. (Phys. Elem. Math. T. I. §. 1551.) oder 487360 Gran Troy-Gewicht, also 1 Cub. Zoll 282$\frac{1}{27}$ Gr. schwer befunden. Er hat einen kupfernen Würfel zu dieser Bestimmung gebraucht, dessen Seite genau 6 Rheinl. Zoll lang war. Musschenbroeck (a. a. O. 1449 §) setzt den Cubiczoll eben dieses Brunnenwassers zu 280 bis 281,415 Gr. nach Beschaffenheit der Jahrszeit. Das Mittel hievon wäre ohngefähr 281 Gr., wel-

welches auch mit der vorhin angeführten Musschenbröckschen Bestimmung vor 485709 Gran auf ein Cubicfuß Regenwasser überein komt.

Setzt man diese Bestimmung zum Grunde, und das Verhältniß des Rheinländischen Fusses zum Londner wie 13913:13502 (198 §. R.) so findet man das Gewicht eines Cubicfusses Regenwasser nach Londner Maaß $\frac{13502^3}{13913^3}$ 485709 Gr. = 443923,4 Gran, oder 57 Pf. 12 Unz. 6 Dr. 43,4 Gr. wenn nemlich 16 Unzen auf 1 Pf. gerechnet werden. Rechnet man nur 12 Unzen auf 1 Pf., so erhält man 77 Pf. 1 U. 58 Gr. statt dessen hat Newton in den Princip. Phil. Nat. Math. Prop. XL. Schol. Ed. III. nur 76 Pf., die er Römische Pfunde nennt, vermuthlich deswegen, weil auf ein Römisches, so wie auf das Troysche nur 12 Unzen eigentlich gerechnet werden. Man könte glauben, daß Newton Avoir du pois Gewicht verstehe, weil eine solche Unze so viel wiegt, als eine Römische Unze (Eisenschmidt de ponderibus et mensuris p. 14. in fine). Allein diese Bestimmung würde gar zu weit von den übrigen abweichen, und es müsten in diesem Fall 84 bis 85 Pf. seyn. Daher kan man wohl keine andre als 76 Troysche Pfunde zu 12 Unzen verstehen, und nach dieser Newtonschen Bestimmung wiegt ein Londner Cubiczoll Regenwasser $\frac{19}{30}$ Tr. Unzen, oder $253\frac{1}{3}$ Tr. Gran.

Der VII. Abschnitt.

Von der eigenen Schwere vermischter Körper.

51 §.

Wenn man Metalle von verschiedener Art zusammenschmelzt, Wasser und Wein untereinander mischt, Salze im Wasser auflöst: so hat es keine Schwierigkeit, die besondre Schwere dieser und andrer durch ähnliche Mischung hervorgebrachten Körper zu finden, wenn man die besondre Schwere der Theile und ihr Gewicht kent; dafern anders der Raum, den sie nach der Vermischung einnehmen, so groß ist, als die Summe der Räume, welche die Theile vor der Vermischung einnahmen. Wenn nemlich P und p die Gewichte, V und v die Räume zweener Körper, A und B vor der Vermischung sind, so sey Q das Gewicht, W der körperliche Raum, K die besondre Schwere des mixti. Nun ist $Q = P + p$. Dafern also überdem $W = V + v$ wird: so erhält man $K = \frac{P+p}{V+v}$.

Dies würde die besondre Schwere des mixti in dem Verstande des 103 §. St. seyn.

Sind A und B ein Paar feste Körper, wie z. E. die Metalle; ist ferner α das Gewicht, was P und β das Gewicht, was p im Wasser verliert: so wird die besondre Schwere des mixti in dem Verstande des 39 §. $= \frac{P+p}{\alpha+\beta}$. Eben dies zeigt auch der

vorige Ausdruck $K = \frac{P+p}{V+v}$. Wenn nemlich γ das Gewicht eines Cubicfusses Wasser ist: so hat man $(V+v)\gamma = \alpha+\beta$ (22 §), also $V+v = \frac{\alpha+\beta}{\gamma}$, und $K = \frac{P+p}{\alpha+\beta}\gamma$, welcher Ausdruck mit dem vorigen überein komt, wenn $\gamma = 1$ ist.

52 §.

Es ist die besondre Schwere K eines aus zweyen verschiedenen Metallen z. E. Gold und Silber vermischten Klumpens gegeben, nebst dem Gewicht Q des Klumpens: man soll finden, wie viel von jeder Art des Metalles in dem Klumpen enthalten sey, wenn man die besondre Schwere beyder reinen Metalle kennet, und die Vorausetzung des vor. §. beybehält.

Aufl. Dafern P und p die gesuchten Gewichte beyder Theile sind: so hat man $Q = P+p$. Sind ferner G und g die Dichtigkeiten dieser Theile, V und v ihre körperlichen Räume; so hat man $P = G.V$, $p = g.v$, (105 §. St.) und $K = \frac{P+p}{V+v}$ (51 §.) $= \frac{G.V+g.v}{V+v}$; folglich $K(V+v) = G.V+g.v$, und daraus folgt $(G-K)V = (K-g)v$. Diese Gleichung giebt das Verhältniß der körperlichen Räume, welche die vermischten Theile ausfüllen. Es ist nemlich $V:v = K-g:G-K$, und man könnte dies Ver-

niß nach der Alligations-Regel (252 §. R.) finden. Schliest man weiter $V+v:V=G-g:K-g$ (189 §. G.) so giebt sich $V=\frac{(V+v)(K-g)}{G-g}$, als die Grösse des schwersten Theils, und die Grösse des zweeten v wird $=W-V$, wenn die Grösse des ganzen mixti $V+v=W$ gesetzt ist.

Diese Regel hat **Musschenbroeck** Introd. ad Phil. Nat. §. 1401. und es hat mit derselben an sich seine Richtigkeit; nur das von ihm gebrauchte Exempel bedarf einer kleinen Verbesserung. Er nimt an, die eigene Schwere des Goldes, und Wassers sey wie 19, 11, 1. Ein Krone 20 Pf. schwer, sey aus einer Mischung dieses Goldes und Silbers verfertiget, und ihre besondre Schwere sey zur Schwere des Wassers, wie 16 zu 1. Nun wird $\frac{G}{\gamma}=19$, $\frac{K}{\gamma}=16$, $\frac{g}{\gamma}=11$, $Q=20$ Pf., und es kan $V+v$ nicht $=20$ gesetzt werden. Es ist vielmehr nach der vorhin gebrauchten Bedeutung der Buchstaben, $Q=P+p=20$, aber $V+v=\frac{P+p}{K}=\frac{20}{16.\gamma}$, wenn γ das Gewicht von 1 Cub. Fuß Wasser ist. Daher ist eigentlich $8:5=\frac{20}{16.\gamma}:V$, und $V=\frac{5.20}{8.16.\gamma}$, als der körperliche Raum des in der Krone enthaltenen Goldes. Das Gewicht davon ist $G.V=\frac{5.20.19}{8.16}=\frac{5.5.19}{2.16}=14\frac{2}{3}\frac{7}{2}$ Pf.,

und

und so viel Gold ist in der Krone enthalten. Das Gewicht des Silbers aber ist $5\frac{5}{3}\frac{2}{}$ Pf.

Man kan diese Gewichte unmittelbar so finden.

Es ist $V = \frac{P}{G}$, und $v = \frac{p}{g}$, also $\frac{P}{G}(G-K) = \frac{p}{g}(K-g)$, welches das Verhältniß der Gewichte

$P:p = \frac{K-g}{g} : \frac{G-K}{G}$ giebt. Daher wird $P+p$:

$P = \frac{K(G-g)}{G.g} : \frac{K-g}{g}$, oder $Q:P = K(G-g)$

$:G(K-g)$, und $P = \frac{G(K-g)}{K(G-g)}Q$. Das vorige

Exempel giebt $P = \frac{19.5.20}{16.8} = \frac{19.5.5}{16.2}$,

wie vorhin.

Es sey das Verhältniß der besondern Schwere des Bleyes, Zinns, und Wassers, wie $11\frac{1}{2}:7\frac{1}{2}:1$. Eines Gemisches aus Bley und Zinn von 120 Pf. besondre Schwere sey $8\frac{4}{7}$, wenn sie für das Wasser $= 1$ bleibt: so wird

$$\begin{array}{rl|l} & & 35 \\ K = 8\frac{4}{7} & & 20 \\ g = 7\frac{2}{5} & & 14 \\ \hline K-g = 1\frac{6}{35} & & \end{array} \qquad \begin{array}{rl|l} & & 10 \\ G = 11\frac{1}{2} & & 5 \\ g = 7\frac{2}{5} & & 4 \\ \hline G-g = 4\frac{1}{10} & & \end{array}$$

Ferner $Q = 120$ Pf., also $P = \frac{11\frac{1}{2}.1\frac{6}{35}.120}{8\frac{4}{7}.4\frac{1}{10}}$

$= \frac{23.41.120}{60.41} = 64$ Pf. als das Gewicht des Bleyes, und $p = Q-P = 74$ Pf.

53 §.

Man kan die Gleichung $P = \frac{G(K-g)}{K(G-g)} Q$ auch so verändern. Wenn ein Gewicht a des schwerern Metalles im Wasser das Gewicht α, ein Gewicht b des leichtern aber das Gewicht β verliert; das Gewicht Q aber des mixti verliert das Gewicht μ: so ist $\frac{G}{\gamma} = \frac{a}{\alpha}$, $\frac{K}{\gamma} = \frac{Q}{\mu}$, $\frac{g}{\gamma} = \frac{b}{\beta}$. Ferner wird $\frac{G.Q}{K} = \frac{a\mu}{\alpha}$, und $\frac{K-g}{G-g} = \frac{(Q\beta - b\mu):\mu}{(a\beta - \alpha b):\alpha}$, also $P = \frac{(Q\beta - b\mu)a}{a\beta - \alpha b}$. Eben die Gleichung geben folgende Schlüsse.

Das Gewicht a verl. im W. α. Was P? Antw. $\frac{\alpha}{a}$ P

\- - b - - β - p? - $\frac{\beta}{b}$ p

Beyde verlohrne Gewichte zusammen sind $= \mu$, also wird $\frac{\alpha}{a} P + \frac{\beta}{b} p = \mu$, oder $\frac{\alpha}{a} P + \frac{\beta}{b} 2 - P = \mu$, weil $p = Q - P$. Hieraus folgt $\alpha b P + a\beta Q - a\beta P = ab\mu$, und $P(\alpha b - a\beta) = (b\mu - Q\beta)a$, welches den vor. Ausdruck giebt. (Kästners Anf. II Th. Hydrost. 52 §.)

z. E. 23 Pf. Bley verlieren im Wasser 2 Pf.
37 Pf. Zinn verlieren im Wasser 5 Pf.
das Gemische von 120 Pf. verliert 14 Pf.

$$\begin{array}{rr} Q\beta = 600 & a\beta = 115 \\ b\mu = 518 & \alpha b = 74 \\ \hline Q\beta - b\mu = 82 & a\beta - \alpha b = 41 \end{array}$$

also $P = \frac{82 \cdot 23}{41} = 46$ wie vorhin.

54 §.

Man kan auch die verlohrnen Gewichte auf diejenigen bringen, welche die reinen Metalle im Wasser verlieren würden, wenn die Stücke eben so schwer wären, als das Gemische ist, und auf solche Art wird die Auflösung völlig auf die Alligations-Regel gebracht. Man nehme an,

Q Pf. des Schwerern verliert im Wasser A Pf.
Q Pf. des Leichtern - - - B Pf.
Q Pf. des Gemisches - - - μ Pf.

Daher erhält man $\frac{G}{\gamma} = \frac{Q}{A}$, $\frac{K}{\gamma} = \frac{Q}{\mu}$, $\frac{g}{\gamma} = \frac{Q}{B}$, und es wird $\frac{G}{K} = \frac{\mu}{A}$, $\frac{K-g}{G-g} = \frac{(B-\mu):\mu}{(B-A):A}$. Also $P = \frac{B-\mu}{B-A} Q$, und $p = \left(1 - \frac{B-\mu}{B-A}\right) Q$, oder $p = \frac{\mu - A}{B-A} Q$, welches die Wolfische Auflösung ist (Elem. Hydrost. Cap. III. §. 81.). Eben daher wird $\frac{P}{p} = \frac{B-\mu}{\mu - A}$, welches auch der Ausdruck $\frac{P}{p} = \frac{G}{g} \cdot \frac{K-g}{G-K}$ im 52 §. giebt, und hierauf gründet sich die gewöhnliche

liche Art, wie man diese Aufgabe nach der Alligations-Rechnung auflöst (249 §. R. u. f.)

z. E. 23 Pf. Bley verl. im W. 2 Pf. Wiev. 120 Pf?
Antw. $10\frac{10}{23}$ Pf. = A

37 Pf. Zinn verl. im W. 5 Pf. Wiev. 120 Pf?
Antw. $16\frac{8}{37}$ Pf. = B

851

14 | $10\frac{10}{23}$ | $2\frac{8}{37}$ | 1886
| $16\frac{8}{37}$ | $3\frac{13}{23}$ | 3034
4920

12) 492ø : 1886 = xℓø : P
41 41 | 46 Pf. = P wie vorhin.
164
246
41
246
0

Man vergleiche v. Clausbergs Demonstr. Rechenk. 1352 §.

55 §.

Wenn mehr, als zwey verschiedene Metalle mit einander vermischt sind, und man kennet ihre besondre Schwere nebst dem Gewicht des durch die Mischung zuwege gebrachten Klumpens; so läst sich nicht auf eben die Art herausbringen, wieviel von jeder Art in dem Klumpen enthalten sey. Die Aufgabe wird schon unbestimt, wenn es nur drey verschiedene Metalle sind, und es fehlen ihr desto mehr nöthige Bestimmungen, je grösser die Anzahl der zusammengeschmolzenen Metalle ist. Man braucht

nemlich

nemlich bey jeder Aufgabe von dieser Art so viel Gleichungen, als Metalle von verschiedener Art das Gemische ausmachen, denn man hat eben so viele unbekante Grössen (182 §. A. R.) So waren im 53 §. P und p die gesuchten Gewichte, und man hatte die beyden Gleichungen $Q = P + p$, und $\frac{\alpha}{a} P + \frac{\beta}{b} p = \mu$. Wenn in dem Gemische dessen Gewicht Q ist, noch ein drittes Metall steckte, und das Gewicht π hätte, und ein Gewicht C dieses Metalles im Wasser das Gewicht γ verlöre: so erhielte man die beyden Gleichungen $Q = P + p + \pi$, und $\frac{\alpha}{a} P + \frac{\beta}{b} p + \frac{\gamma}{c} \pi = \mu$, wenn die übrigen Buchstaben die vorige Bedeutung behalten. Aber aus diesen beyden Gleichungen lassen sich nicht alle drey unbekante Grössen P, p, π bestimt finden, und überhaupt zu sagen verstattet die Aufgabe unzehlig viele verschiedene Auflösungen. Diese können inzwischen durch andre Umstände auf eine gewisse Anzahl Fälle eingeschränkt seyn, welche Umstände aber die Gleichungen nicht ausdrücken können. Wüste man z. E., wenn man die Gewichte in Pfunden, oder Unzen, u. s. f. ausdrückte, daß für die gesuchten Gewichte lauter ganze Zahlen kommen müsten: so könnte man die Aufgabe durch die Regel-Coeci (264. 265. §. R.) auflösen.

56 §.

Die im 52-54§. beschriebene Methode, wenn ein Gemische nur aus zwoen verschiedenen Massen bestehet, deren eigene Schwere man kennet, die Ge-

wichte der Theile aus der eigenen Schwere des ganzen zu finden, läßt sich ohne Schwierigkeit auch auf andre vermischte Massen anwenden, dergleichen z. E. das Salzwasser, oder die sogenante Soole ist. Nur muß man allemahl zum voraus wissen, wie man der Voraussetzung trauen könne, daß beyde Massen nach der Vermischung zusammen einen Raum einnehmen, welcher so groß, als die Summe der einzelnen Räume ist, die beyde Theile vor der Vermischung einnahmen. Unter dieser Bedingung liesse sich also leicht finden, wie viel Salz in einer gegebenen Menge Soole, oder Salzwasser enthalten ist, vorausgesetzt, daß man die eigene Schwere des Salzes, und des reinen Wassers kenne. Die eigene Schwere der Soole liesse sich nach dem 36 §. finden. Allein die Erfahrung hat gelehrt, daß die angenommene Bedingung hier nicht völlig statt habe.

Ein Rheinl. Cub. Zoll reines Wassers wiegt 300 Gran Ap. Gew. und das gemeine Küchensalz ist 2,148 mahl schwerer, als Wasser, also wiegt ein Cub. Zoll Salz 644,4 Gran. Hieraus läst sich berechnen, wieviel Salzwasser dem Raum nach herauskommen muß, wenn in einem gewissen Gewichte rein Wasser, ein gewisses Gewicht Salz aufgelöst worden. Man setze, in 2 Pf. oder 64 Loth Wasser nach Leipz. Kram-Gewicht, sind 16 Loth Salz aufgelöst: so giebt die Rechnung, daß 2 Pf. Wasser 50, 68 Cub. Zoll, und 16 Loth Salz 5,86 Cub. Zoll einnehmen. Daher würden für beydes zusammen 56, 54 Cub. Zoll herauskommen. Aber die Erfahrung hat gelehrt, daß der Raum, den das Salzwasser nach der Vermischung einimt, nie so groß sey, als er nach dieser Rechnung seyn sollte.

57 §.

In der Ausübung thun daher diejenigen Hygroscopia (35 §.) ziemliche Dienste, die so eingerichtet sind, daß sie sich in flüßigen Massen von verschiedener Dichtigkeit auf verschiedene Tiefen senken, und von dem besondern Gebrauch wozu sie bestimt sind, auch die Namen der Salz- oder Sool-Wagen, Bier-Wagen, Wein-Wagen u. s. f. führen. Die Eintheilungen der Röhre an der Kugel, werden ohne Schwierigkeit durch Versuche gefunden, wovon die folgende Ausführung einige Proben geben wird.

58 §.

Vermittelst einer Soolwage will man eigentlich ausfündig machen, wie viel Salz in einer gegebenen Menge Soole, oder Salzwasser enthalten sey. Nun ist das Salzwasser specifisch schwerer, als reines Flußwasser, und nimt an Dichtigkeit immer mehr zu, je mehr Salz in einer bestimten Menge desselben enthalten ist. Die Soolwage wird demnach desto höher gehoben werden, je reichhaltiger die Soole ist. Das Rohr muß ziemlich lang, und die Kugel ziemlich schwer seyn, wenn das Werkzeug bey sehr reicher Soole dienen soll. Daher wird gewöhnlich die Kugel, wenn das Werkzeug von Metall verfertiget ist, unten mit einem Haaken versehen, damit man nach Bedürfniß, ein leichter, oder schwerer Gewicht, anhängen könne. Um nun die Eintheilungen der Wage zu finden, schüttet man in eine beliebig angenommene Menge reines Wasser, ein Loth Salz nach dem andern, oder auch jedesmahl noch kleinere Portionen, und bemerkt genau, wie tief sich die Wage

senkt, nachdem das Wasser alles Salz aufgelöst hat. Hiebey sind aber folgende Cautelen zu beobachten.

59 §.

Wenn man Salz im Wasser auflöset: so wächst der körperliche Raum, den das Wasser einnimt. Wenn daher z. E. in einer Kanne rein Wasser $\frac{1}{2}$ Pf. Salz aufgelöst worden; so hat man mehr als eine Kanne Salzwasser. Verlangt man demnach, daß die Soolwage auf eine an der Röhre bemerkte Tiefe sinken soll, wenn eine Kanne Soole 16 Loth Salz enthält: so würde es fehlerhaft seyn, wenn man sie in das Salzwasser, was aus einer Kanne rein Wasser, und 16 Loth Salz gemacht worden, einsenken, und nun an der Röhre bemerken wollte, wie tief sie gesunken sey. In einer Kanne dieses Salzwassers werden nicht völlig 16 Loth enthalten seyn. Man muß vielmehr die Kanne anfangs nicht ganz, sondern etwa nur bis auf $\frac{3}{4}$ Theile voll rein Wasser giessen, hierauf das Salz hineinschütten, und wenn alles aufgelöst ist: so viel rein Wasser nachgiessen, bis das Maaß voll ist. Nun hat man eine Kanne Salzwasser, worin 16 Loth Salz vorhanden sind; oder so genannte 16löthige Soole. Wenn man hiezu ein altes Hällisches Kannenmaaß erwählet, welches 74 Loth rein Saalwasser hält: so bleiben nach Leupolds Bericht (Theatr. Stat. II. §. 19.) des reinen Wassers gute 2 Unzen übrig, die nicht in das Gefäß hineingehen. Hiedurch wird dasjenige bestätiget, was im 56 §. behauptet worden. Wenn ein Loth 236 Gran wiegt: so betragen 74 Loth 17464 Gran. Da nun 1 Rheinl. Cubic-Zoll Wasser 300 Gran wiegt; so fast das erwähnte Kannenmaaß 58,213

Cub.

Cub. Zoll. Aber 2 Unzen wägen 960 Gran, und füllen also einen Raum von 3,2 Cub. Zoll. Demnach bleiben 55,013 Cub. Zoll reines Wasser, welche mit 16 Loth, oder 5,86 Cub. Zoll Salz vermischt, eine Soole nur von 58,213 Cub. Zoll zuwege gebracht haben, da doch die Summe der Räume 60,873 Cub. Zoll beträgt.

Wenn man auf eine ähnliche Art 1 löthige, 2 löthige, 3 löthige Soole, u. s. f. durch die Vermischung des Salzes mit reinem Wasser zuwege bringt: so kan man auf der Röhre der Soolwage mehrere Merkmahle machen, die es anzeigen, wie weit sie in jeder sinke. Es muß aber das Salz recht rein und trocken, und das Wasser nicht sehr kalt seyn.

60 §.

Auf diese Art werden die Soolwagen gewöhnlich eingerichtet. Man macht aber auch wohl die Einrichtung so, daß die Wage nicht zeiget, wie viel Loth Salz in einem gewissen Maaß; sondern in einem gewissen Gewichte Soole z. E. 1 Pf. enthalten sey. Weil das Gewicht der Soole so groß ist, als die Summe der Gewichte des reinen Wassers, und des darin enthaltenen Salzes zusammen: so muß man allezeit vom reinen Wasser am Gewicht so viel weniger nehmen, als man Salz dazu thun will. Soll z. E. die Wage zeigen, wie viel Loth Salz in 100 Loth Soole sind: so vermischt man 99 Loth Wasser mit 1 Loth Salz, 98 Loth Wasser mit 2 Loth Salz, u. s. f. und bemerket jedes mahl, wie tief sich die Wage senke. Man kan von dieser sowohl, als der vorigen beym Leupold ausführlichere Nachricht finden, im Theatr. Hydrost. 35 u. f. §. auch im Theatr. Stat. II. VI Cap.

61 §.

61 §.

Bey der Eintheilung einer Soolwage der leztern Art durch Rechnung zu finden, wie viel Salz man jedesmahl zum Wasser zuschütten muß, wenn man beständig dieselbe Menge rein Wasser behalten will, und dennoch das Gewicht des zugeschütteten Salzes ein bestimter Theil vom Gewicht der zuwege gebrachten Soole seyn soll.

Aufl. Es sey das Gewicht der angenommenen Menge Wasser durch diejenige Einheit ausgedrückt, worauf man die Wage einrichten will, z. E. durch Lothe. Die Anzahl dieser Lothe sey $= n$, und x sey das Gewicht des Salzes, so man zuschütten muß, durch eben die Einheit ausgedrückt: so wird das Gewicht der herausgebrachten Soole $= n + x$. Wenn man nun dies Gewicht $= P$ setzt: so hat man $n + x = P$. Um die Sache in einem speciellen Fall desto deutlicher zu machen, sey $n = 100$, und die Wage soll zeigen, wie viel Loth Salz in 100 Loth Soole sind: so wird erfordert, daß die Wage 1 Loth, 2 Loth, u. s. f. zeige, wenn das zugeschüttete Salz $\frac{1}{100}$tel, $\frac{2}{100}$tel u. s. f. des Gewichts P der ganzen Soole ist. Hat man demnach statt 100 jede andre Zahl n: so muß das zugeschüttete Salz $\frac{1}{n}$tel, $\frac{2}{n}$tel des Gewichts P seyn, wenn die Wage 1 Loth, 2 Loth zeigen soll, und überhaupt muß man $\frac{r}{n}$tel des Gewichts P zuschütten, wenn die Wage r Loth zeigen soll. Daher wird $x = \frac{r}{n} P$, oder $\frac{n}{r} x = P$, folglich $\frac{n}{r} x =$

$n + x$.

$n+x$. Dies giebt $nx=nr+rx$, und $x=\frac{nr}{n-r}$

$=\frac{n}{n-r}r$.

Bleibt demnach $n=100$, und die Waye soll 1 Loth zeigen: so wird $x=\frac{100}{99}=1\frac{1}{99}$ Loth $=238,4$ Gran Ap. Gew. Für 2 Loth wird $x=\frac{200}{98}=2\frac{2}{49}$ Loth $=481,6$ Gr. Weil man nun vorher schon 238,4 Gr. zugeschüttet hatte, so hat man nur 243,2 Gr. zuzusetzen. Auf eben die Art läst sich finden, wie viel man nachschütten muß, wenn die Wage 3, 4, 5 Loth, u. s. f. zeigen soll. Man vergleiche hiemit *Wolffii* Elem. Hydrost. 108 §. Leupold Theatr. Stat. II. 23 §. *Dechales* Mund. Marh. T. II. Tract. XIV. p. 169. Ed. II.

62 §.

Wenn man 1 löthige, 2 löthige, 3 löthige Soole, u. s. f. durch die Vermischung so wie im 59 §. zuwege bringt: so kan man vermittelst der im 37 u. 38 §. beschriebenen Wage die Versuche machen, wie viel die Glasperle in jeder Art Soole von ihrem Gewicht verliere. Wenn man nun dies ein für allemahl in einer Tabelle bemerkt, so kan man sich hiernechst dieser Wage ebenfals bedienen, zu untersuchen, wieviel Loth Salz in einer Kanne Soole enthalten sind. Aber Leupolds Vorschrift (Theat. St. II. 40. 41. §218 S.) vermittelst dieser Wage solches auszumachen, ist nicht algemein richtig, und wird desto unrichtiger je reicher die Soole ist. Er nimt an, wenn die Glasperle im reinen Wasser das Gewicht p, und in der Soole, das Gewicht P verliert: so sey in demjenigen Theil der Soole, so mit der Glasperle einen gleichen

Raum

Raum ausfüllt, an Salz das Gewicht P—*p* enthalten. Auf die Art würde z. E. der Ueberschuß des Gewichts von einer Kanne Soole über das Gewicht von einer Kanne rein Wasser, mit dem Gewicht des in der Soole enthaltenen Salzes allemahl einerley seyn. Aber das ist den bisher festgesetzten, und Leupolds eigenen Grundsätzen entgegen. Es müste in einer Kanne Soolwasser, ausser dem Salz, eine volle Kanne rein Wasser enthalten seyn, welches mit demjenigen streitet, so im 59 § aus dem Leupold selbst angeführet worden. Will man die Wörter 1 löthige, 2 löthige Soole, u. s. f. in dem Verstand des 60 §. nehmen: so muß man ebenfalls durch Versuche erstlich ausmachen, wieviel die Glasperle in jeder Art dieser Soole am Gewicht verliert, wenn man diese Wage zu der Untersuchung brauchen will, wieviel Loth Salz in einem bestimten Gewicht der Soole enthalten seyn.

63 §.

Wenn flüßige Massen mit einander vermischt einen so grossen Raum einnehmen, als sie für sich vor der Vermischung zusammen einnahmen, dergleichen z. E. Bier, und Wasser sind; so läst sich, wenn die eigene Schwere des mixti und des Biers gefunden ist, nach dem 52 § berechnen, wieviel von jeder Art, sowohl dem Raum, als auch dem Gewicht nach zu der Vermischung genommen sey. Wenn die Röhre CD, an der Bierwage ABCD Cylindrisch, und in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. E. 50, getheilt ist, die man hier Grade nennt: so läst sich vermittelst derselben eben dasselbe, nur bekanter Massen nicht völlig so scharf und genau finden. Die Wa-

100 Fig.

ge

ge muß so eingerichtet seyn, daß sie in reinem Wasser bis an D sinkt. Ueberdem muß man die Probe gemacht haben, wie weit sie in einer gewissen Art gut Bier sinke. Gesetzt sie sinkt in demselben bis E an den 24 Grad: so weiß man, daß jedes andre Bier schlechter sey, worin sie tiefer sinkt. Sünke sie in einem Bier, das von der vorigen Art zu seyn, ausgegeben wird, bis F an den 20 Grad: so zeigt dies, daß der Wirth, der ein solches Bier für gutes verkauft, zu 20 Pf. gut Bier, 4 Pf. Wasser zugegossen habe. Denn es sey die eigene Schwere des guten Biers = G, des schlechtern = K des Wassers = g: so hat man aus dem 26 §.

G : K = ABF : ABE, also

G − K : K = EF : ABE. Weiter

K : g = ABD : ABF, also

G − K : g = EF . ABD : ABE . ABF

und K − g : g = DF : ABF. Folglich wird

$$\frac{(K-g)ABF}{DF} = g = \frac{(G-K).ABE.ABF}{EF.ABD}.$$

Dies giebt $\frac{K-g}{G-K} = \frac{ABE.DF}{ABD.EF}$, und weil

$\frac{ABE}{ABD} = \frac{g}{G}$ (26 §) so erhält man $\frac{K-g}{G-K} = \frac{g.DF}{G.EF}$, und

K − g : G − K = g . DF : G . EF,

oder $\frac{K-g}{g} : \frac{G-K}{G} = DF : EF.$

Und dies ist das Verhältniß der Gewichte des schwerern, und leichtern Theils der Vermischung (52 §).

64 §.

64 §.

Wenn also die Wage im verfälschten Bier auf 30 Grad, im guten Bier aber auf 50 Grad stehet: so hat der Wirth auf 3 Pf. gut Bier 2 Pf. Wasser zugegossen. So muß dies Exempel beym Leupold (Theatr. Stat. II. 26 §.) verbessert werden. Es sind nicht 2 Kannen Wasser auf 3 Kannen Bier. Will man die Berechnung auf Kannen haben: so muß man die Grösse der Kugel und Röhre kennen, so man aus ihrem Gewicht findet. Weil sich nemlich die Wage im reinen Wasser ganz bis an D eintaucht: so ist sie so groß, als eine Menge Wasser, die eben so viel wiegt. Wenn nun die Röhre genau Cylindrisch ist, und man ihre Abmessungen kennet: so läst sich die Grösse von DE für sich berechnen, und man hat nun ABD und ABE, also auch das Verhältniß $\frac{ABE}{ABD} = \frac{g}{G}$. Wenn nun V und v die Räume des zusammen vermischten Biers und Wassers sind, so ist $V : v = K - g : G - K$ (52 §.) $= DF \cdot g : EF \cdot G$ (63 §). Ist nun $DF : EF = 3 : 2$, und $g : G = 1 : 1{,}05$, so wird $V : v = 3 : 2{,}1$, so daß noch etwas mehr als zwo Kannen Wasser zu 3 Kannen Bier gegossen sind. Die Einrichtung und der Gebrauch der übrigen Wagen dieser Art, wovon man beym Leupold a. a. O. die Beschreibung und Zeichnungen findet, läst sich aus den bisherigen Lehren leicht beurtheilen.

Der VIII. Abschnitt.

Vom Gleichgewicht ungleichartiger flüßiger Körper.

65 §.

Wenn in dem Gefäß *ABC* zwey flüßige Massen von verschiedener Dichtigkeit befindlich sind; die eine aber für sich den Raum *ADEC*, die andre den Raum *DBE* ausfüllt, und ihre beyden Oberflächen sind wagrecht: so werden beyde im Gleichgewicht bleiben. 101 Fig.

Beweis. Man stelle sich in dem Gefäß eine gebogene Röhre KLM vor, deren beyde Schenkel aufwärts gehen. Die Seiten dieser Röhre kan man sich ohne Dicke, und Schwere, wie im 5 §. vorstellen: so ist es einerley, ob sie in dem Flüßigen befindlich ist oder nicht. Was von dem Flüßigen beyder Art in dieser Röhre befindlich ist, bleibt im Gleichgewicht. Denn der untere Theil FLI, dessen Oberflächen FG und HI sind, bleibt in Ruhe (5 §). Aber auch FGK und HIM sind im Gleichgewicht. Denn sie würden es seyn, wenn FLI eine flüßige Masse von eben der Art enthielte, und diese wäre ebenfalls für sich im Gleichgewicht. Daher sind FGK und HIM im Gleichgewicht, es mag FLI eine flüßige Masse von eben der Art, oder von andrer Art seyn.

Aus dem Beweise folgt, daß das Gleichgewicht bleibe, es mag die leichtere, oder die schwerere flüssige Masse sich in dem obern Raum ADEC befinden.

64 §.

Wenn also die Wage im verfälschten Bier auf 30 Grad, im guten Bier aber auf 50 Grad stehet: so hat der Wirth auf 3 Pf. gut Bier 2 Pf. Wasser zugegossen. So muß dies Exempel beym Leupold (Theatr. Stat. II. 26 §.) verbessert werden. Es sind nicht 2 Kannen Wasser auf 3 Kannen Bier. Will man die Berechnung auf Kannen haben: so muß man die Grösse der Kugel und Röhre kennen, so man aus ihrem Gewicht findet. Weil sich nemlich die Wage im reinen Wasser ganz bis an D eintaucht: so ist sie so groß, als eine Menge Wasser, die eben so viel wiegt. Wenn nun die Röhre genau Cylindrisch ist, und man ihre Abmessungen kennet: so läst sich die Grösse von DE für sich berechnen, und man hat nun ABD und ABE, also auch das Verhältniß $\frac{ABE}{ABD} = \frac{g}{G}$. Wenn nun V und v die Räume des zusammen vermischten Biers und Wassers sind, so ist $V : v = K - g : G - K$ (52 §.) $= DF \cdot g : EF \cdot G$ (63 §). Ist nun $DF : EF = 3 : 2$, und $g : G = 1 : 1{,}05$, so wird $V : v = 3 : 2{,}1$, so daß noch etwas mehr als zwo Kannen Wasser zu 3 Kannen Bier gegossen sind. Die Einrichtung und der Gebrauch der übrigen Wagen dieser Art, wovon man beym Leupold a. a. O. die Beschreibung und Zeichnungen findet, läst sich aus den bisherigen Lehren leicht beurtheilen.

Der

Der VIII. Abschnitt.

Vom Gleichgewicht ungleichartiger flüßiger Körper.

65 §.

Wenn in dem Gefäß *ABC* zwey flüßige Massen von verschiedener Dichtigkeit befindlich sind; die eine aber für sich den Raum *ADEC*, die andre den Raum *DBE* ausfüllt, und ihre beyden Oberflächen sind wagrecht: so werden beyde im Gleichgewicht bleiben. 101 Fig.

Beweis. Man stelle sich in dem Gefäß eine gebogene Röhre KLM vor, deren beyde Schenkel aufwärts gehen. Die Seiten dieser Röhre kan man sich ohne Dicke, und Schwere, wie im 5 §. vorstellen: so ist es einerley, ob sie in dem Flüßigen befindlich ist oder nicht. Was von dem Flüßigen beyder Art in dieser Röhre befindlich ist, bleibt im Gleichgewicht. Denn der untere Theil FLI, dessen Oberflächen FG und HI sind, bleibt in Ruhe (5 §). Aber auch FGK und HIM sind im Gleichgewicht. Denn sie würden es seyn, wenn FLI eine flüßige Masse von eben der Art enthielte, und diese wäre ebenfalls für sich im Gleichgewicht. Daher sind FGK und HIM im Gleichgewicht, es mag FLI eine flüßige Masse von eben der Art, oder von andrer Art seyn.

Aus dem Beweise folgt, daß das Gleichgewicht bleibe, es mag die leichtere, oder die schwerere flüßige Masse sich in dem obern Raum ADEC befinden.

Aber man kan auf die Oberfläche DE des untern Flüßigen ein andres nie so auffschütten, daß es sich in einem Augenblick über diese Oberfläche wagrecht ausbreite. Wenn nun über eine gewisse Stelle HI ein Tropfen der schweren flüßigen Masse fällt, so kan kein Gleichgewicht bleiben. Er drückt mit stärkerer Gewalt unterwärts, als jeder eben so grosse Tropfen des leichtern in seiner Stelle erhalten wird. Demnach sinkt er zu Boden. Daher wird allemal die schwerere flüßige Masse in den untern Raum sinken, und das Gleichgewicht nicht erfolgen, bevor sie den untern Raum ausfüllt.

66 §.

102 Fig. In dem einen Schenkel *AB* der gebogenen Röhre *ABC* stehet eine flüßige Masse von der Dichtigkeit γ, und *DE*, *FG* sind die Oberflächen; in dem andern Schenkel *BC* aber eine andre flüßige Masse von der Dichtigkeit *g* bis an *HI* auf der Oberfläche *FG* der ersten, ohne sich mit ihr zu vermischen; man frägt, unter welchen Umständen beyde im Gleichgewicht seyn werden.

Aufl. Die erweiterte Ebene FG schneide den Schenkel in ABC in KL, und man setze DM, HN auf diese Ebene senkrecht. Nun sey die Fläche FG $= bb$: so ist der Druck des Flüßigen in der Röhre ABC gegen FG $= \gamma bb$. DM, und des andern Flüßigen gegen eben die Fläche $= g.bb$. HN. Beyde Pressungen sollen gleich seyn. Also wird γ. DM $=$ g. HN, und DM : HN $= g : \gamma$. Demnach verhalten sich die Höhen über die gemeinschaftliche Grenze FG umgekehrt, wie die Dichtigkeiten der flüßigen Massen.

Massen. Könte man also die Höhen DM, HN genau messen, so würde dies ein Mittel seyn, die eigenen Schweren solcher flüßigen Massen zu vergleichen, die man in beyde Röhren so hinein bringen kan, daß sie sich nicht mit einander vermischen.

67 §.

Wenn der untere Theil LKBGF der Röhre mit einer dritten Art einer flüßigen Masse angefüllt wäre: so würde dennoch das gefundene Verhältniß bleiben. Stünde nemlich auf FG die Röhre FGR, und in derselben eine flüßige Masse von der Dichtigkeit γ bis an PQ mit DE in einer wagrechten Ebene; so wären beyde im Gleichgewicht (65 §) und diese flüßigen Massen würden gegen FG, mit der Gewalt $\gamma.bb.$DM drücken. Soll nun das Gleichgewicht bleiben, wenn statt der Röhre FGR die Röhre FGC mit der vorigen verbunden wird, und in derselben die flüßige Masse von der Dichtigkeit g befindlich ist: so muß diese eben so stark gegen FG drücken, und der Druck ist, wie vorhin, $=g.bb.$HN.

68 §.

In dem untern Raum *DBE* des Gefäßes *ABC* befindet sich eine flüßige Masse von schwererer Art, als über ihr, in dem Raum *ADEC*; ein fester Körper, der schwerer, als die obere, und leichter, als die untere flüßige Masse, wird in das Gefäß eingesenkt: man frägt; wie tief er sich in die untere flüßige Masse eintauchen werde. 103 Fig.

Aufl. Es sey g des schwerern, und γ des leichtern flüßigen, k aber des festen Körpers eigene Schwe-

re. Die geometrische Größe des festen Körpers sey $= V$; die Größe des im untern flüßigen eingetauchten Theils $= x$, und der übrige, im leichtern flüßigen befindliche Theil $= y$, so ist $V = x + y$. Nun ist das Gewicht der Masse eines leichtern flüßigen, die eben so groß, als der in demselben befindliche Theil y ist, $= \gamma . y$, und das Gewicht einer Masse des schwerern flüßigen, die eben so groß, als x ist, wird $= g . x$. Das Gewicht des festen Körpers selbst ist $= k . V = k(x + y)$. Dies muß den beyden vorigen Gewichten zusammen gleich seyn. Demnach ergiebt sich $gx + \gamma y = kx + ky$, also $y = \frac{(g-k)x}{k-\gamma}$. Dies in die Gleichung $x + y = V$ gesetzt giebt $x + \frac{(g-k)x}{k-\gamma} = V$, und daraus folgt $(g-\gamma)x = (k-\gamma)V$, folglich $x = \frac{(k-\gamma)V}{g-\gamma}$.

Wenn das oberste flüßige nicht da ist: so wird $\gamma = 0$, und $x = \frac{kV}{g}$, wie im 24 §.

69 §.

Diese Gleichungen haben eine völlige Aehnlichkeit mit denen, die oben im 52 §. gefunden worden, da aus dem Gewicht eines vermischten Klumpens nebst seiner eigenen Schwere, und der eigenen Schwere der Theile, diese Theile selbst gesucht wurden. Und man siehet leicht, daß die Gründe beyder Rechnungen einerley sind. Hier ist das Gewicht des festen Körpers, und seine eigene Schwere das, was dort das Gewicht, und die eigene Schwere des vermisch-

ten

ten Klumpens war. Es ist nemlich einerley mit dem Gewicht und der eigenen Schwere einer eben so grossen aus zweenen Theilen von verschiedener Schwere zusammengesetzten flüßigen Masse, wovon einer den Raum x, der andre den Raum y ausfüllt. Das Verhältniß dieser Theile wird gesucht, und dies bleibt einerley, die flüßigen Massen mögen sich vermischen oder nicht; denn auch die obige Rechnung gründete sich auf die Voraussetzung, daß beyde Theile nach der Vermischung eben so viel Raum einnehmen, als vor der Vermischung.

Uebrigens ergiebt sich aus den gefundenen Gleichungen die Folge, daß sich in die untere flüßige Masse DBE der feste Körper allemal tiefer eintauchte, wenn die obere leichtere flüßige Masse ADEC nicht da ist. In dem letzten Fall ist nemlich $\gamma = 0$, und $x:y = k:g - k$, dagegen hat man $x:y = k - \gamma:g - k$, wenn die leichtere flüßige Masse bleibt. Es ist aber $k:g - k > k - \gamma:g - k$.

70 §.

Von der Pressung auf den Boden, und auf die Seiten des Gefässes, läst sich hier auf eine ähnliche Art urtheilen, wie in dem Fall, wenn nur eine Art des flüßigen im Gefäß enthalten ist. Es sey DH die Höhe des dichtern flüßigen über dem Boden B, und AK die Höhe des dünnern flüßigen über die Oberfläche des dichtern: so drückt auf den Boden B eine Säule, deren Gewicht $= g.B.DH + \gamma.B.AK$ 103 Fig.

$$= B:(g.DH + \gamma.AK) = g.B.\left(DH + \frac{\gamma.AK}{g}\right).$$

Demnach ist dieser Druck auf den Boden so groß, als der Druck einer Säule des dichtern flüßigen in der Höhe $DH + \frac{\gamma . AK}{g}$.

Auf jedes kleine Stückchen Z von der Seite des Gefässes, welches um die Tiefe EL unter dem dichtern flüßigen liegt, ist der Druck $= g.Z.EL + \gamma.Z.AK$
$= z(g.EL + \gamma.AK) = g.Z.\left(EL + \frac{\gamma.AK}{g}\right)$.

Er gleicht demnach dem Druck einer Säule des dichtern flüßigen auf die Fläche Z, in der Höhe $EL + \frac{\gamma.AK}{g}$.

Die Aerostatik,

oder

die Lehre vom Gleichgewicht der Luft, sowohl für sich, als auch mit andern Körpern.

Der I. Abschnitt.

Von den Gesetzen des Gleichgewichts elastischer flüßiger Massen.

1 §.

Es sey AB eine elastische Feder, und diese werde von dem Gewicht P senkrecht gegen die unbewegliche Ebene DE zusammen gedrückt, so daß sie nur noch in den Raum *a*B ausgebreitet bleibt. Wenn nun alles ruhet, so wird die Feder sowohl gegen *a*, als auch gegen B mit gleicher Gewalt sich auszubreiten streben, und der Punct B wird von der Feder eben so gepreßt, als wenn das Gewicht P unmittelbar gegen B drückte. 104 Fig.

Es sey zwischen den Ebenen DE, und FG eine Feder BC befindlich, die der vorigen AB gleich und ähnlich ist, und AB bleibe in dem Zustande *a*B von P zusammengedrückt. Wenn nun DE nicht mehr gehindert wird: so muß der Druck gegen B auch die Feder BC in den Raum *b*C pressen, so daß *b*C = *a*B

ist, und aB kömt nun in die Lage αb, so daß $aB = \alpha b$ ist, und die aus beyden zusammengesetzte Feder, den Raum αC einnimt. Der Punct C wird demnach noch eben so gedruckt, als wenn das Gewicht P ihn unmittelbar drückte. Der Raum αC, worinnen beyde Federn zusammen gepreſt sind, ist noch mahl so groß, als der Raum aB, worin eine Feder allein zusammen gepreſt war.

Diese Schlüsse lassen sich leicht fortsetzen, wenn auch die dritte, und mehr Federn hinzukommen. Es ist allemahl der Druck der ganzen, aus allen zusammengesetzten Feder, gegen eine unbewegliche Ebene, eben so groß, als wenn das Gewicht P unmittelbar gegen die Ebene drückte, und der Raum, worin die ganze Feder zusammengepreſt wird, verhält sich gegen den Raum, worin eben das Gewicht eine allein zusammenpressen würde, wie die Anzahl der einzelnen Federn gegen 1.

2 §.

104 Fig. Wenn die erste Feder AB von der Kraft P gegen FG gedrückt wird; und in B nach eben der Richtung noch eine andre Kraft Q drückt: so preſt die unterste Feder gegen FG, mit einer Kraft $= P + Q$, und der Raum bC, in welchen diese Feder zusammen gepreſt wird, ist kleiner, als αb, worin die oberste zusammengedrückt wird.

Eben dies gilt von mehr, als zwoen solchen Federn, wenn auf jede für sich ein besondres Gewicht drückt: so ist die Gewalt, womit die unterste gegen eine unbewegliche Fläche preſt, der

Sum-

Summe aller zusammen pressenden Kräfte gleich.

Wenn P, Q, R, S, u. s. f. diese Gewichte sind, und man nimt einige der obern Gewichte P, Q, weg, setzt aber statt dessen der Feder ein andres unbewegliches Hinderniß entgegen, welches den Punct B hält: so drückt E noch mit eben der Gewalt gegen FG, wie vorhin, als die Gewichte P, Q, noch da waren. 105 Fig.

3 §.

In dem Cylindrischen, oder prismatischen Gefäß ABCD befinde sich eine schwere flüßige Masse von gleichförmiger Dichtigkeit bis an AB. Wenn nun diese auf einmal elastisch, und dieserwegen von ihrem eigenen Gewicht in den Raum *ab*CD zusammengepreßt würde; so wäre vermöge des 2 §. der Druck auf den Boden CD dem Gewicht der ganzen Masse gleich. Dieser Druck ist demnach eben so groß, als er in dem Fall seyn würde, wenn die flüßige Masse *ab*CD gar nicht elastisch wäre. Nur ereignet sich hier der Unterscheid. Ist die flüßige Masse *ab*CD nicht elastisch, und man stellet sich innerhalb derselben eine feste Ebene $\alpha\beta$ vor, die das obere Stück $\alpha ab\beta$ von dem untern trennt: so ist der Druck auf den Boden CD nur noch so groß, als das Gewicht des untern Theils $\alpha\beta$CD. Dafern aber die flüßige Masse elastisch ist: so bleibt der Druck auf den Boden CD in beyden Fällen einerley (2 §). 106 Fig.

4 §.

Wenn man sich die ganze flüßige Masse ABCD vor der Zusammenpressung in lauter horizontale Schichten, wie AEFB, von gleicher, aber sehr klei-

ist, und aB kömt nun in die Lage αb, so daß $aB = \alpha b$ ist, und die aus beyden zusammengesetzte Feder, den Raum αC einnimt. Der Punct C wird demnach noch eben so gedruckt, als wenn das Gewicht P ihn unmittelbar drückte. Der Raum αC, worinnen beyde Federn zusammen gepreſt sind, ist noch mahl so groß, als der Raum aB, worin eine Feder allein zusammen gepreſt war.

Diese Schlüsse lassen sich leicht fortsetzen, wenn auch die dritte, und mehr Federn hinzukommen. Es ist allemahl der Druck der ganzen, aus allen zusammengesetzten Feder, gegen eine unbewegliche Ebene, eben so groß, als wenn das Gewicht P unmittelbar gegen die Ebene drückte, und der Raum, worin die ganze Feder zusammengepreſt wird, verhält sich gegen den Raum, worin eben das Gewicht eine allein zusammenpressen würde, wie die Anzahl der einzelnen Federn gegen 1.

2 §.

104 Fig. Wenn die erste Feder AB von der Kraft P gegen FG gedrückt wird: und in B nach eben der Richtung noch eine andre Kraft Q drückt: so preſt die unterste Feder gegen FG, mit einer Kraft $= P + Q$, und der Raum bC, in welchen diese Feder zusammen gepreſt wird, ist kleiner, als αb, worin die oberste zusammengedrückt wird.

Eben dies gilt von mehr, als zwoen solchen Federn, wenn auf jede für sich ein besondres Gewicht drückt: so ist die Gewalt, womit die unterste gegen eine unbewegliche Fläche preſt, der

Sum-

Summe aller zusammen pressenden Kräfte gleich.

Wenn P, Q, R, S, u. s. f. diese Gewichte sind, und man nimt einige der obern Gewichte P, Q, weg, setzt aber statt dessen der Feder ein andres unbewegliches Hinderniß entgegen, welches den Punct B hält: so drückt E noch mit eben der Gewalt gegen FG, wie vorhin, als die Gewichte P, Q, noch da waren. 105 Fig.

3 §.

In dem Cylindrischen, oder prismatischen Gefäß ABCD befinde sich eine schwere flüßige Masse von gleichförmiger Dichtigkeit bis an AB. Wenn nun diese auf einmal elastisch, und dieserwegen von ihrem eigenen Gewicht in den Raum *ab*CD zusammengeprest würde; so wäre vermöge des 2 §. der Druck auf den Boden CD dem Gewicht der ganzen Masse gleich. Dieser Druck ist demnach eben so groß, als er in dem Fall seyn würde, wenn die flüßige Masse *ab*CD gar nicht elastisch wäre. Nur ereignet sich hier der Unterscheid. Ist die flüßige Masse *ab*CD nicht elastisch, und man stellet sich innerhalb derselben eine feste Ebene $\alpha\beta$ vor, die das obere Stück $\alpha ab\beta$ von dem untern trennt: so ist der Druck auf den Boden CD nur noch so groß, als das Gewicht des untern Theils $\alpha\beta$CD. Dafern aber die flüßige Masse elastisch ist: so bleibt der Druck auf den Boden CD in beyden Fällen einerley (2 §). 106 Fig.

4 §.

Wenn man sich die ganze flüßige Masse ABCD vor der Zusammenpressung in lauter horizontale Schichten, wie AEFB, von gleicher, aber sehr klei-

ner Höhe eingetheilt, vorstellt: so wird nach geschehener Zusammenpressung die Dichtigkeit der obersten Schichte nicht geändert; aber die folgenden Schichten werden desto dichter, je näher sie dem Boden sind, und wenn DNMC die unterste Schichte ist, die mit der obersten AEFB gleichviel Masse hat; so verhält sich die Dichtigkeit der obersten zur Dichtigkeit der untersten Schichte, wie ND zu AE.

107 Fig. Man theile die elastische von ihrem eigenen Gewicht, in den Raum *ab*CD zusammengepreste flüßige Masse in gleich grosse horizontale Schichten *be*, E*f*, F*g*, u. s. f. von gleichen, aber sehr kleinen Höhen E*b*, EF, FG u. s. f.: so kan man die Dichtigkeit einer jeden dieser Schichten, als gleichförmig betrachten, und die Dichtigkeit jeder untern Schichte wird grösser seyn, als die Dichtigkeit der zu nechst auf ihr liegenden Schichte. Man nehme an, daß sich diese Dichtigkeiten wie die Linien *b*M, EN, FO, GP u. s. f. verhalten: so werden diese Linien die Dichtigkeiten selbst ausdrücken, wenn *b*M durch eben die Zahl ausgedrückt wird, welche die Dichtigkeit der Schichte E*a* ausdrückt. Es sey AD in eben so grosse Theile, wie *a*D getheilt, und die noch nicht zusammengedrückte flüßige Masse ABCD, in eben so hohe horizontale Schichten. Wenn nun die Linien AS, IT, KV, u. s. f. die Dichtigkeiten dieser Schichten vorstellen, so sind diese Linien alle gleich groß, und das Gewicht einer jeden dieser Schichten ist = AS. CD. AI, also so groß, als das Gewicht *b*M. CD. E*b* der obersten Schichte *a*E der zusammengedruckten Masse. Aber in der letztern wachsen die Gewichte der folgenden Schichten. Es wird nemlich das Gewicht

der Schichte $eF = EN . CD . EF$.
der Schichte $fG = FO . CD . FG$.
der Schichte $gH = GP . CD . GH$. u. s. f.

also das Gewicht aller Schichten, oder das ganze Gewicht der zusammengedrückten Masse $= CD . (bM . Eb + EN . EF + FO . FG + GP . GH + HQ . HC)$. Aber $bM . Eb$ = dem Rechteck EM, $EN . EF = FN$, u. s. f. also das Gewicht der ganzen Masse $= CD$ $(EM + FN + GO + HP + CQ)$. Je kleiner die Eintheilungen Eb, EF, u. s. f. genommen werden, desto richtiger wird dieser Ausdruck. Denn eigentlich ist die Dichtigkeit von b bis E, von E bis F, u. s. f. nicht einerley: sie ist in β schon grösser, als in b. Stellt man sich nun in jedem Punct β eine Linie $\beta\mu$ auf BC senkrecht vor, welche die Dichtigkeit in diesem Puncte ausdrückt; so werden alle äussere Puncte M, μ, N u. s. f. in einer krummen Linie $MNOPQR$ liegen. Je kleiner bE genommen wird, desto näher komt die Summe der Rechtecke $EM + FN$ u. s. f. der Fläche $CbMR$, und diese ist eigentlich die Grenze jener Summe, der sie sich ohne Aufhören nähert. Daher ist das eigentliche Gewicht der zusammengedrückten Masse $= CD \times CbMR$.

Eben dies Gewicht ist $= CD\,(AI . AS + IK . IT,$ u. s. f.$) = CD\,(AT + IV - - - - + DX) = CD \times DS$, also die Figur $CbMK = DS$. Mit dieser Gewalt $CD \times CbMR = CD \times DS$ wird also der Boden CD so wohl in dem einen, als in dem andern Fall gepreßt.

5 §.

Es sey nun $ABCD$ ein Gefäß von willkührlicher 108
Gestalt, dessen ebener Boden CD horizontal liegt. Fig.
Dies sey bis an AB mit einer nicht elastischen flüßi-

gen

gen Masse gefüllt; ihre Dichtigkeit sey = αS, und αD sey die Höhe derselben über dem Boden CD: so ist die Gewalt, welche den Boden CD prest, = αS.CD.Dα (7 §. Hydrost.)

Nun nehme man ferner an, daß die flüßige Masse elastisch, und von ihrem eigenen Gewicht in den Raum *ab*CD gepreſt werde. Dieser Raum sey in gleich hohle horizontale Schichten, wie vorhin, getheilet, Cβ sey vertical, und die horizontalen Linien βM, EN, FO u. s. f. stellen die Dichtigkeiten in den Höhen Cβ, CE, CF, u. s. f. vor. Nun prest die flüßige Masse den Boden mit einem Gewicht = βM.CD. βE + EN.CD.EF + FO.CD.FG - - - + HQ. CD.CH = CD × (EM + FN + GO + - - - CQ). Und weil eigentlich die Grenze dieses Ausdrucks den wahren Druck giebt, welcher sich derselbe ohne Aufhören nähert, wenn Eβ ohne Aufhören abnimt: so ist dieser Druck = CD × CβMR.

Demnach verhält sich der Druck des flüßigen im natürlichen nicht zusammengepreſten Zustande, zum Druck eben dieses flüßigen im zusammengepreſten Zustande, wie das Rechteck *DS* zur Fläche *CβMR*.

6 §.

Wenn das Gefäß nach dem Boden zu sich erweitert: so ist der Druck der flüßigen Masse gegen den Boden im zusammengepreſten Zustande kleiner, als wenn die flüßige Masse ohne Federkraft, im natürlichen Zustande bleibt. Ein Stück der nicht elastischen flüßigen Masse fülle den Raum CDEF; und eben diese Menge fülle im elastischen Zustande, den Raum CDGH. Ferner sey FE*kl* eine sehr dünne

109 Fig.

Schichte

Schichte von CDEF, und HG*mn* eine sehr dünne Schichte von CDGH, die eben so viel Masse enthält, als FE*kl*. Auf solche Art stelle man sich wohl CDEF, als auch CDGH in Schichten, die gleich viele Massen haben, eingetheilt vor. Nun ist die Masse FE*kl*=KL.FE.IK, und die Masse HG*mn*=MO.GH.MN. Also KL.FE.IK = MO.GH.NM; aber FE ◁ GH; also KL.IK ▷ MO.MN. Diese Vergleichung findet zwischen jeden zween folgenden Rechtecken, wie LI und NO, statt, und dies allemahl, wie klein auch IK und also MN genommen werden. Die Summe der Rechtecke LI aber ist = CL, und die Summe der Rechtecke NO ist desto weniger von der Fläche DMOR unterschieden, je kleiner MN genommen wird, und ihre Grenze ist = DMOR. Jene Summe ist allemahl grösser, als diese, also auch CL ▷ DMOR, und folglich der Druck des flüßigen im natürlichen Zustande grösser, als im zusammengepreßten Zustande.

Auf ähnliche Art erhellet, daß jener Druck kleiner, als dieser sey, wenn sich das Gefäß gegen den Boden zu verengert.

7 §.

Die flüßige Masse drückt vermöge ihrer Federkraft nach allen Seiten und strebt sich auszubreiten. Daher drückt sie in jeder horizontalen Schichte HG*mn* auch senkrecht gegen die Seiten des Gefässes H*n*, G*m*, mit einer Gewalt, welche der Federkraft dieser Schichte, folglich dem auf sie drückenden Gewicht gleich ist. Demnach ist der Druck auf H*n* nach der senkrechten Richtung HY so groß, als das Gewicht einer Säule dieses flüßigen, die H*n* zur Grundfläche, 109 Fig.

che, und HQ zur Höhe hat, wenn nemlich BAQ die höchste Oberfläche ist. Aber dieser Druck zerlegt sich, wie im 11 §. Hydrost. in zwo andre nach den Richtungen HQ und HX. Jener ist so groß als das Gewicht einer Säule, die Hr zur Grundfläche, und HQ zur Höhe hat. Wenn also HnsS eine verticale Säule ist, so ist der Druck auf Ss dem Gewicht einer Säule gleich, die Ss = Hr, zur Grundfläche hat, und SQ zur Höhe. Demnach ist der Druck, womit diese Säule das Gefäß unterwärts prest, so groß, als das Gewicht dieser Säule. Und so erhellet, wie im 11 §. der Hydrost. daß der gesamte Druck, womit die flüßige Masse das Gewicht vertical unterwärts prest, dem Gewicht der gesamten flüßigen Masse gleich sey.

Der II. Abschnitt.

Von der Federkraft und Schwere der Luft.

8 §.

Menschen und Thiere mögen sich auf der Oberfläche des Erdbodens befinden, wo sie wollen: so sind sie überall mit einer flüßigen Materie, wie die Fische im Seen und Flüssen mit Wasser, umgeben. Man siehet diese flüßige Materie zwar nicht, so wie es aus andern Gründen sich beweisen liesse, daß der Fisch das Wasser nicht siehet, worin er herumschwimmet. Indessen überzeugen uns andre Empfindungen

gen davon, daß diese flüßige Materie, die wir die Luft nennen, würklich vorhanden sey. Beym athmen ziehen wir einen Theil dieser Luft in uns, und stossen sie gleich darauf zur Nase wieder heraus. Man halte eine kurze Zeit die Hand nahe vor der Nase: so wird man fühlen, daß beständig etwas, nach dem Gefühl, einem warmen Dampf ähnliches zur Nase herausfährt. Bewegt man die Hand, oder sonst eine Fläche, wie einen Fächer, etwas schnell gegen das Gesicht, ohne es zu berühren: so fühlt man ebensalls, daß etwas ans Gesicht stößt, und das, was wir den Wind nennen, überzeugt uns nicht weniger von dem Daseyn der Luft.

9 §.

Die Luft ist elastisch.

Beweis. In ein bis an AC mit Wasser gefülltes Gefäß ABC stürze man ein umgekehrtes Trinkglas DEFG lothrecht, so daß der ganze Umfang der Oefnung des Glases EF zugleich die Oberfläche AC des Wassers berührt. Wenn nun im Glase nichts vorhanden ist, das dem Eindringen des Wassers widerstehet; so muß es im Glase so hoch steigen, als es ausserhalb des Glases im Gefässe stehet (6 §. Hydrost.) Im Glase ist Luft, vermöge der Erfahrung (8 §). Liesse sich also die Luft nicht zusammen drücken: so könnte gar kein Wasser ins Gefäß eindringen. Vermöge der Erfahrung steigt aber das Wasser im Glase würklich etwa bis an HI, aber nicht völlig bis an AC. Also wird die Luft im Glase vom Druck des Wassers würklich zusammen gepreßt. Sie nimt jetzt nur den Raum DHIG ein, da sie vorher in dem Raum DEFG ausgebreitet war. Soll das Glas 110 Fig.

unter

unter diesen Umständen ruhig stehen: so muß man es halten. Ueberläst man es sich selbst, so wankt es, und schlägt wohl gar um, auch fahren zugleich Wasserblasen in die Höhe, die auf der Oberfläche des Wassers zerspringen. Dies kann von keiner andern Ursache herrühren, als weil die im Glase zusammengepreste Luft, sich auszubreiten strebt, und sich würklich wieder ausbreitet, wenn das Glas nicht mehr gehalten wird. Aber dies ist die Eigenschaft elastischer Körper (200 §. St.). Erwählt man statt des Glases ein andres Gefäß, das auf der einen, zu oberst gekehrten Seite eine Oefnung hat, die man mit dem Daumen verschliessen kan, z. E. einen Trichter; so hört man die Luft mit einem Gezische herausfahren, wenn man nachdem der Trichter untergetaucht worden, den Daumen ein wenig nachläst, und auf solche Art eine kleine Oefnung macht.

Bringt man das Glas schief in das mit Wasser gefüllte Gefäß, so daß die Luft neben dem eindringenden Wasser austreten kan; so bleibt das Glas zulezt ruhig stehen, und das Wasser steigt im Glase so hoch, als im Gefäß.

10 §.

Je tiefer das Glas DEPG unter das Wasser getaucht wird, desto höher steigt es zwar im Glase; allein die in dem Raum DHIG eingeschlossene Luft hindert dennoch, daß dieser Raum nie ganz mit Wasser gefüllt werden kan, das Glas mag so tief, als man will unter das Wasser gebracht seyn; obgleich das Wasser gegen die eingeschlossene Luft stärker prest, je tiefer das Gefäß gebracht wird. Man siehet leicht, daß der Erfolg eben derselbe seyn werde, wenn er

mit

mit einem andern ähnlichen Gefäß wie EKF (111 F.) angestellet wird, und wenn es auch eine ziemlich beträchtliche Grösse hat. Man kan an den Umfang EF Gewichte hängen, und oben bey K eine Schnur befestigen, alsdenn hat man die ganze Einrichtung der so genanten Taucher-Klocke: (campana vrinatoria) nur daß in diesem Fall das Gefäß EKF gewöhnlich die Gestalt einer Klocke hat, und aus Holz; oder Metall gemacht wird. Uebrigens hängt entweder unten an der Klocke eine Tafel, wie MN, auf welcher der Taucher stehet; oder es sind auch im untern Umfange EF der Klocke Querhölzer angebracht, worauf der Taucher sitzen kan. Der Fußtritt MN hängt etwa 2 Fuß unter den Rand der Klocke. Wenn nun auf MN ein Mensch tritt: so befindet sich der Kopf und Oberleib bis auf 4 Fuß im invendigen Raum der Klocke. Wird die Klocke ins Wasser gesenkt: so tritt dasselbe nur wenige Zolle hoch in die Klocke, und der Kopf des Menschen, nebst Brust und Armen befinden sich im Trockenen, in der eingeschlossenen Luft. Wenn sich nun oberwärts in der Klocke, an dienlichen Orten Oefnungen befinden, die mit dickem Glase verwahrt sind: so kan so viel Licht in die Klocke fallen, daß der Täucher unter dem Wasser um sich sehen kan. Die Sache selbst hat ihren mannigfaltigen Nutzen, wenn man z. E. beym Wasser-Bau die Beschaffenheit des Grundes unter dem Wasser untersuchen, oder versunkene Güter im Wasser wieder aufsuchen, und herauf bringen will. Die gröste Schwürigkeit dabey ist diese, daß ein Mensch nicht lange in einer so stark zusammengepresten Luft leben kan, auch zweytens die eingeschlossene Luft, wenn sie auch nicht so stark zusammengepreßt wäre,

111 Fig.

bald zum freyen Athem holen untüchtig wird. Diesen Fehlern hat man auf mancherley Art abzuhelfen gesucht. H. Edmund Halley hat eine Erfindung angegeben, die er selbst auf der Themse zu London versucht hat, indem er sich nebst 4 Personen 9 bis 10 Faden tief unter Wasser gelassen, woselbst er 1½ Stunden verblieben ist. Vermittelst zwoer Tönnchen, die er wechselsweise herabgelassen, bekam er frische Luft, und er ließ die warme Luft vermittelst eines Hahns aus der Klocke heraus. Halley hat die Einrichtung selbst beschrieben in dem Tractat The Art of Living vnder Water; imgleichen in den Transact. A. 1716. Von mancherley andern Einrichtungen der Tönncher-Klocken giebt Leupold Nachricht im Theatro Pontif. 2 Cap. 11-16 §.

11 §.

Der Satz des 9 §. läst sich durch viele andre Versuche bestätigen, und die Sache fällt am meisten in die Augen, wenn man sich desjenigen Werkzeuges bedienet, das den Namen der Luftpumpe führet. Es kan hier genügen, folgende Einrichtung derselben zu merken. Ein starker metallener Cylinder ABCD ist, so viel möglich, grade durchbohrt, so daß auch die innere Höhlung genau die Gestalt eines graden Cylinders, und mit dem maßiven Cylinder einerley Axe hat. In die Höhlung muß der Stempel EF genau passen, damit er darinnen hin und her geschoben werden könne. Er wird mit Fett eingeschmieret, um das starke Reiben zu vermindern, weil alles sehr genau an einander schliessen muß. An diesem Stempel ist eine Stange FG befestigt, um ihn damit hin und her zu ziehen. Weil aber hiezu eine ziemliche

112 Fig.

Gewalt

Gewalt erfordert wird: so ist die Stange gezähnt, und in die Zähne greift ein Getriebe an der Welle, die mit den Händen vermittelst einer Kurbel, oder Kreuzhaspel gedrehet werden kan, um solcher Gestalt den Stempel vorwärts und rückwärts zu winden. Die ganze Geräthschaft ist auf einem Fußgestelle gehörig befestiget. Vorne am Cylinder bey AB ist eine Röhre mit einem Hahn H angebracht, von dessen, und der übrigen Einrichtung der Röhre unten die Beschreibung folgen wird.

Wenn nun entweder der Cylinder anfangs bey CD, oder der Hahn H offen gewesen ist, und man hierauf, so bald der Stempel in die Oefnung bey CD gebracht ist, auch den Hahn verschliest; so läst sich der Stempel zwar bis auf eine ziemliche Tiefe in den Cylinder, aber nicht ganz hineinwinden. Man fühlet desto mehr Widerstand, je weiter der Stempel schon hineingebracht ist, und wenn man mit dem Winden nachläst: so tritt der Stempel mit der Stange wieder zurück. Oefnet man den Hahn, so fährt die Luft mit einem starken Gezische heraus.

12 §.

Vermöge der im 2 §. Hydrost. festgesetzten Erfahrung muß die Oberfläche einer schweren flüßigen Masse wagrecht seyn, wenn die ganze Masse im Gleichgewicht seyn soll. Sind demnach die Richtungen der Schwere parallel: so ist diese Oberfläche eben, wie in der Hydrostatik angenommen ward. Aber die Richtungen der Schwere sind auf der Erde Oberfläche senkrecht. Dafern also die Erde eine Kugel ist, wie unten aus andern Gründen wird bewiesen werden: so gehen die Richtungen der Schwe-

re durch der Erde Mittelpunct, und die Horizontsfläche (12 §. St.) ist eigentlich eine Kugelfläche, so wie jede horizontale, oder wagrechte Linie, ein Bogen eines grösten Kreises auf dieser Fläche ist. Die Oberfläche eines stillstehenden Wassers in einem nicht sonderlich grossen Gefässe kan demnach nur in so ferne als eine ebene Fläche betrachtet werden, in wie fern ein so kleiner Theil einer Kugelfläche, die zu einem sehr grossen Halbmesser gehört, keine merkliche Krümmung hat.

Dafern also die Luft, wie andre flüßige Massen schwer ist: so wird sie die Erde von allen Seiten so umgeben, daß ihre äusserste Fläche eine Kugelfläche ist, die mit der Erdkugel einerley Mittelpunct hat. Dies muß sich wenigstens so verhalten, wenn keine andre Ursachen vorhanden sind, die die Luft in Bewegung setzen, und diese Kugel-Gestalt ändern.

13 §.

113 Fig. Die feste Kugel *FGHI* umgiebt die flüßige Masse *ABCDEFGHI*, die gegen den Mittelpunct *E* schwer ist; man frägt, wie stark die flüßige Masse auf ein so kleines Stück *FK* der festen Kugelfläche drückt, das wegen seiner geringen Grösse als eine ebene Fläche betrachtet werden kan, wenn der Halbmesser *EF* sehr groß ist.

Aufl. Wenn FK die Gestalt eines Kreises, oder einer andern ebenen Figur hat, so liegen alle Halbmesser, die durch Puncte im Umfange dieser Figur gezogen werden, zwar eigentlich in einer conischen, oder Pyramidenförmigen Fläche, so, daß ein Stück der flüßigen Masse, wie AFKL eigentlich als eine

abgekürzte Pyramide, oder abgekürzter Kegel zu betrachten wäre, wenn FK und AL würklich ebene Flächen wären. Allein, weil E sehr weit entfernt ist, und die Halbmesser auch eigentlich würklich auf FK und AL senkrecht sind: so kan das Stück AFKL als ein grades Prisma, oder grader Cylinder betrachtet werden. Weil nun alles im Gleichgewicht ist: so thut die flüßige Masse, welche AFKL von allen Seiten umgiebt, eben das, was ein Gefäß thun würde, das die Gestalt AFKL hätte, und deswegen ist der Druck auf FK so groß, als das Gewicht eines aus eben der flüßigen Masse bestehenden graden Cylinders, der FK zur Grundfläche, und AF zur Höhe hätte.

Wenn also FGHI die Erde, und ABCDFGHI die Luft ist: so drückt auf FK das Gewicht einer Luft-Säule, die FK zur Grundfläche hat, und deren Höhe mit der Höhe der Luft über der Erde, einerley ist. Hat die Fläche FK eine beträchtliche Grösse, so treffen diese Regel die Erinnerungen, welche **Daniel Bernoulli** (Hydrodyn. Sect. X. §. 3) dagegen gemacht hat. Um in diesem Fall den Druck genau zu haben, müste man das Gewicht der ganzen Atmosphäre kennen, welche die Erde umgiebt, nebst der Grösse der Oberfläche der Erde, der Fläche FK, und dem Gewicht der ganzen Atmosphäre. Ueberdem ist aber noch zu bemerken, daß diese Regel nur so lange gelte, als der Druck allein vom Gewicht der Luft herrührt. Es wird in der Folge bewiesen werden, daß die Federkraft der Luft auch von andern Ursachen verändert werde. In so fern also der Druck auf FK von der Federkraft der Luft eigentlich herrührt, läst sich die obige Regel nicht ohne Einschränkung anwenden.

14 §.

14 §.

Wenn MFKN ein Theil dieser Luftsäule zunächst bey der Erde ist: so kan derselbe mit dem übrigen MALN nicht einerley Dichtigkeit haben. Der höhere Theil drückt auf den untern, und prest ihn also in einen engern Raum, als er sich selbst gelassen einnehmen würde. Eben deswegen hat auch der untere Theil eine stärkere Elasticität, als der obere (2 §). Weil der Druck desto geringer wird, je höher man hinauf kömt: so wird eben daher sowohl die Dichte, als auch die Elasticität der Luft desto geringer werden, je höher man hinauf komt, und diese Veränderung der Dichte und Elasticität wird ihre unmerkliche Stuffen haben, denn in jeder folgenden Höhe, sie sey von der vorigen, so wenig man will, unterschieden, ist der Druck schon geringer. Unten an der Oberfläche der Erde wird also die Dichte, und Elasticität der Luft am grösten seyn, so, daß die Luft nahe an der Erde, schon für sich einen merklichen hohen Grad der Elasticität haben muß, auch wenn man sie nicht durch einen andern Druck in einen engern Raum bringt.

15 §.

Diese im 12-14 §. erwiesene Eigenschaften der Luft sind Folgen aus der angenommenen Voraussetzung, daß die Luft, wie alle andere Körper schwer sey. Man wird für sich eben nicht geneigt seyn, bey der Luft, von dem sonst so allgemein angenommenen Satz, daß alle Körper schwer sind, eine Ausnahme zu machen. Indessen läst es sich auch durch besondre Gründe auser Zweifel setzen, daß die Luft schwer sey. Die Erfahrung lehrt,

daß

daß die Luft für sich in ihrem natürlichen Zustande, auch wenn sie durch keine andre Gewalt mehr zusammengedrückt wird, eine ziemlich starke Elasticität besitze, wie folgende Versuche mit der Luftpumpe zeigen.

An diesem Werkzeuge ist die vordere mit dem Hahn H versehene Röhre gewöhnlich nach M senkrecht aufwärts gebogen. Oben bey M wird ein meßingener Teller IK festgeschroben, worauf man ein Stück angefeuchtetes Leder legt, und oben darüber eine gläserne Klocke ILK setzt. Das Leder verhindert, wenn man die Stücke etwas an den Teller andrückt, daß keine Luft zwischen der Klocke und dem Teller durchdringen kan. Bey Versuchen, wo man die Feuchtigkeit des nassen Bodens vermeiden muß, bedient man sich statt desselben einer Kütte. Der Hahn H ist auf zweyerley Art durchbohrt, einmahl so, daß eine Oefnung durch ihn aus dem Cylinder in die Röhre gehet; zweytens auch so, daß eine Oefnung durch ihn aus dem Cylinder in die freye Luft gehet, die mit der Röhre keine Gemeinschaft hat. 112 Fig.

16 §.

Wenn nun der Hahn so gestellt ist, daß der Weg aus dem Cylinder in die Röhre offen ist, und der Stempel an AB anliegt: so ziehe man den Stempel nach CD zurück. Indem dies geschicht, tritt die Luft aus dem Raum unter der Klocke durch die Röhre in den Cylinder. Daß dies würklich geschicht, davon kan man sich so überzeugen. Man verschliesse den Hahn, und winde den Stempel wieder zurück gegen AB, so wird man anfangs einen geringen Widerstand fühlen, der aber desto stärker wird, je wei-

ter der Stempel vorwärts komt. Oefnet man in dem Hahn den Weg aus dem Cylinder in die freye Luft, nachdem der Stempel mehrentheils hereingewunden ist: so fährt etwas mit einem Geräusche heraus, das nichts anders, als Luft seyn kan, da doch anfangs im Cylinder keine Luft war.

17 §.

Auf solche Art könnte zwar die Luft aus dem Raum unter der Klocke durch die Röhre in den Cylinder treten, wenn sie blos schwer, und im natürlichen Zustande, nicht elastisch wäre. Aber, wenn nun der Raum unter der Klocke nicht grösser ist, als die innere Höhlung des Cylinders: so würde auf einmal alle unter der Klocke befindliche Luft in den Cylinder treten müssen. Es könnte nur auf dem Teller IK, wenn derselbe horizontal stehet, höchstens so viel stehen bleiben, als die Höhe der kleinen Röhre M hätte, und würde nun auch nicht weiter in den Cylinder treten, wenn man das vorige Verfahren nochmahl wiederholte. Allein die Erfahrung lehrt das Gegentheil, es tritt von neuen ein Theil Luft in den Cylinder, und man bemerkt die Spuren davon zwar immer schwächer, jemehr man dies Verfahren wiederholt, aber doch noch allemahl etwas, zum sichern Beweise, daß sich die Luft, welche jedesmahl unter der Klocke bleibt, in den Raum unter der Klocke ausbreitet.

18 §.

Dies sieht man vor Augen, wenn man den Versuch auf folgende Art anstellt. Man binde eine trockene Lammsblase, worin sehr wenig Luft ist, fest zu, und lege sie unter der Klocke auf dem Teller der Luftpumpe;

pumpe; oder, wenn die Klocke inwendig bey L mit einem Ringe oder Haken versehen ist, so hänge man sie daran auf. Man richte übrigens alles wie vorhin ein. Indem man nun das erste mahl den Stempel herauswindet, fängt die Blase an, sich auszudehnen, und dehnt sich immer mehr aus, je weiter der Stempel zurücke gezogen wird. Man schaffe die Luft, welche auf solche Art in den Cylinder getreten ist, durch den Hahn heraus, und wiederhole dasselbe Verfahren: so wird man finden, daß sich die Blase noch weiter ausdehnt. Dies erfolgt bey der dritten, und den folgenden Auspumpungen, und nach der verschiedenen Würkung der Pumpe, werden mehr, oder weniger Auspumpungen nöthig seyn, bevor die Blase völlig rund wird.

19 §.

Die Ursache davon, warum sich die Blase völlig ausdehnt, kan in nichts anders gesucht werden, als darin, weil die Luft in der Blase sich in einen grössern Raum ausbreitet, wenn ein Theil der übrigen Luft aus der Klocke in den Cylinder trit. Diese letztere Luft selbst muß also vorher die Luft in der Blase in einem kleinern Raum erhalten haben. Weil aber wenigstens bey einigen folgenden Auspumpungen die Blase sich auszudehnen fortfährt, so muß nach der ersten, und einigen folgenden Auspumpungen, noch Luft unter der Klocke zurück geblieben seyn; und zwar nicht etwa nur bis auf eine gewisse Höhe; sondern in dem ganzen Raum unter der Klocke. Denn die Blase dehnt sich nach allen Seiten jedesmahl aus, also muß das, was sie vorher zusammen hielte, sie nach allen Seiten umgeben haben.

Demnach ist die Luft nahe an der Oberfläche der Erde in einem zusammengedrückten Zustande, und strebt sich nach allen Seiten auszubreiten.

Aus dieser Ursache muß bey einer guten Luftpumpe der inwendige Raum der Röhre zwischen dem Hahn H, und dem Boden AB des Cylinders so klein seyn, als die übrigen Umstände zulassen. Wenn man nemlich, nachdem der Stempel ganz zurück gezogen worden, die Luft aus dem Cylinder ganz herausschaffen will, die aus der Klocke hineingetreten ist: so muß man den Hahn so drehen, daß der Weg aus dem Cylinder in die freye Luft offen sey. Nun läst sich aber der Stempel nicht weiter, als bis an AB zurück winden, und der Raum zwischen H und AB wird allemahl voll Luft von natürlicher Dichtigkeit bleiben. Drehet man demnach den Hahn wieder so herum, daß der Weg aus der Klocke in den Cylinder geöfnet wird: so breitet sich die zwischen H und AB befindliche Luft aus, und es tritt ein Theil von ihr in die Klocke zurück. Daher muß der Hahn so nahe an AB angebracht werden, als es thunlich ist, und dieser Theil der Röhre muß inwendig sehr eng seyn.

20 §.

Aus der Voraussetzung, daß die Luft schwer sey, folgte im 14 §. der Satz, dessen Wahrheit im 18. und 19 §. durch die Erfahrung bestätiget ist. Wäre die Luft nicht schwer, und hätte doch den hohen Grad der Elasticität, den die Versuche beweisen; so wäre nicht begreiflich, warum nicht alle Luft sich von der Erde entfernte, oder wenigstens ungemein viel dünner würde. Daher läst sich aus dem Erfolg dieser Versuche richtig rückwärts schliessen, daß die Luft,

wie alle andre Körper gegen die Erde schwer sey, und daß es überhaupt mit der Art, wie sie die Erde umgiebt, die Bewandniß habe, wie es im 12 §. angenommen ist. Alle diese Luft, welche die Erde gleichsam, wie eine Schale den Kern umgiebt, heist die Atmosphäre, oder der Luftkreis.

21 §.

Wenn man die körperliche Grösse von dem inwendigen Raum der Klocke, der Röhre, und des Cylinders kennet; zu finden, wie stark die Luft unter der Klocke schon verdünnt sey, nachdem die Auspumpung einige mahle wiederholt worden: vorausgesetzt, daß sich die Luft jedesmahl gleichförmig durch den Raum der Klocke, der Röhre, und des Cylinders verbreite.

Aufl. Der Raum unter der Klocke und der inwendigen am Teller festgeschrobenen Röhre bis H sey $= V$, und der inwendige Raum des Cylinders bis an den zurückgezogenen Stempel $= W$. Nun sey die Menge der natürlichen Luft, die vor der Auspumpung in der Klocke und Röhre HM ist $= f$, so wird, nachdem das erste mahl der Stempel ganz zurück gezogen ist, diese Luft sich in den Raum $V + W$ ausgebreitet haben, und weil vermöge der Voraussetzung, diese Ausbreitung gleichförmig geschicht; so sey der Theil, welcher in der Klocke und Röhre, in dem Raum V bleibt, $= g$, und man hat die Proportion $V + W : V = f : g$, also wird $g = \frac{V}{V+W} f$.

Wird nun der Stempel das zweyte mahl zurück gezogen, und es bleibt in dem Raum V ein Theil Luft $= h$:

$= h$: so hat man, wie vorhin, $V+W:V=g:h$, also $h=\frac{V}{V+W}\cdot g=\frac{V^2}{(V+W)^2}f$. Man sieht leicht, wenn k die in dem Raum V zurückbleibende Luft, nach der 3ten Auspumpung bedeutet, daß man $k=\frac{V^3}{(V+W)^3}f$ erhalte, und überhaupt

$r=\frac{V^n}{(V+W)^n}f$, wenn r die in dem Raum V nach n Auspumpungen zurückbleibende Luft bedeutet. Gilt nemlich dieser Ausdruck für n Auspumpungen, und s bezeichnet die in dem Raum V zurück bleibende Luft, wenn das Auspumpen $(n+1)$ mahl geschehen ist, so erhält man $s=\frac{V}{V+W}r=\frac{V^{n+1}}{(V+W)^{n+1}}f$.

Daher ist dieser Ausdruck allgemein. Weil nun bey gleichen Räumen die Dichtigkeiten der Körper sich wie die Massen verhalten, so verhält sich der natürlichen Luft Dichtigkeit zur Dichtigkeit der unter der Klocke nach n Auspumpungeu gebliebenen Luft, wie $f:r=(V+W)^n:V^n$, und dies Verhältniß läst sich vermittelst der Logarithmen berechnen.

Es erhellet hieraus, daß man den Raum unter der Klocke der Luftpumpe eigentlich nie völlig von Luft leer machen könne. Inzwischen läst sich die Luft so weit verdünnen, daß die Würkung der zurückgebliebenen Luft fast nicht mehr merklich ist, und dann kan man ihn mit ziemlichen Recht einen Luftleeren Raum nennen. Man nennt ihn gewöhnlich die Guerickische Leere, weil der Magdeburgische Bürgermeister und Churbrandenburgische Rath Otto Guericke der Erfinder der Luftpumpe ist, auch wohl

die

die Boylische Leere, weil Robert Boyle bald hernach diese Erfindung in Engelland mit einigen Veränderungen weiter bekannt gemacht hat. Guericke machte seine ersten Versuche zu Regenspurg im Jahr 1653, woselbst er damals als Abgesandter war. Er theilte dem Prof. der Math. zu Würzburg, Caspar Schott eine Beschreibung seiner Versuche mit, die letzterer seiner Arti Mechan. Hydraul. Pneumaticæ 1657 beyfügte, woraus sie Boyle kennen lernte. Im Jahr 1672 gab Guericke selbst die Beschreibung seiner Versuche heraus unter dem Titel: Experimenta nova Magdeburgica de vacuo spatio.

22 §.

Wenn der innere Raum der Klocke, der Röhre, und des Cylinders bekannt ist; zu finden, wieviel mahl das Auspumpen wiederholt werden muß, um die Luft in einem gegebenen Verhältniß zu verdünnen.

Aufl. Es ist $\frac{f}{r} = \frac{(V+W)^n}{V^n}$, also $lf - lr = n\left(l(V+W) - lV\right)$ und $n = \frac{lf-lr}{l(V+W)-lV}$, oder welches einerley ist, $n = \frac{l(f:r)}{l\left((V+W):V\right)}$.

Man setze die Luft unter der Klocke soll 1000 mahl dünner gemacht werden, vermittelst einer Pumpe, wovon der Cylinder inwendig eben so viel Raum fast, als die Klocke, und Röhre: so hat man $\frac{f}{r} = 1000$,

und

und $V = W$, also $V + W : V = 2$. Dies giebt $n = \frac{l\,1000}{l\,2} = \frac{3}{0{,}3010300} = \frac{300000}{30103} = 9{,}9$, oder fast $= 10$; also sind 10 Auspumpungen nöthig.

Je gröſſer $\frac{V+W}{V}$ ist, desto kleiner wird n bey eben der Verdünnung. Also sind desto weniger Auspumpungen nöthig, eben die Verdünnung zu erhalten, je gröſſer der Cylinder in Vergleichung mit der Klocke ist.

23 §.

So wie sich die Luft unter der Klocke der Luftpumpe auf die bisher brschriebene Weise verdünnen läst; so kan man sie auf ähnliche Art in einem jeden geschlossenen Gefäß verdünnen, wenn an demselben eine mit einem Hahn versehenen Röhre angebracht ist, die sich an derjenigen Röhre der Luftpumpe festschrauben läst, wo sich der Teller befindet. Dann aber läst sich die Arbeit auch umkehren: man kan vermittelst der Luftpumpe mehr Luft in das Gefäß hinein bringen, als für sich in dasselbe hinein tritt. Man kan die Luft darin verdichten. In solcher Absicht muß man mit der Luftpumpe nur umgekehrt umgehen. Man drehet den Hahn H so, daß die Luft in den Cylinder hinein treten kan, wenn man den Stempel zurück windet. Ist dies geschehen, so verschliest man der Luft bey H den Rückweg, und öfnet den Hahn des aufgeschrobenen Gefässes, damit die Luft aus dem Cylinder in das Gefäß treten könne, und dies erfolget, wenn man den Stempel wieder vorwärts gegen AB zu windet. Auf eine ähnliche Art läst sich die Luft unter der Klocke verdichten, wenn

112 Fig.

Teller und Klocke so eingerichtet sind, daß man die Klocke an dem Teller vermittelst dazu dienlicher Schrauben befestigen kan.

Vermittelst eines solchen Gefässes, worin die Luft entweder verdichtet, oder verdünnet worden, kan man sich von der Schwere der Luft augenscheinlich überzeugen, wenn man es an einer Wage mit einem Gegenwicht ins Gleichgewicht setzt. Sobald man den Hahn öfnet, und die verdichtete Luft herausfährt, wird das Gegengewicht den Ausschlag geben. War aber vorher die Luft in dem Gefäß verdünnet, so wird die äussere Luft, indem der Hahn geöfnet wird, hineindringen, und nun das Gefäß den Ausschlag geben.

24 §.

Wenn man die körperliche Grösse von dem inwendigen Raum der Klocke, oder des anderen Stelle aufgeschrobenen Gefässes, der Röhre und des Cylinders kennet; zu finden, wie stark die Luft schon verdichtet sey, nachdem das Einpressen etliche mahl wiederholt worden.

Aufl. Der Raum unter der Klocke, oder im Gefäß, nebst dem innern Raum der Röhre bis an H sey $=V$, und der inwendige Raum des Cylinders bis an den zurückgezogenen Stempel $=W$. Die Menge der natürlichen Luft unter der Klocke und in der Röhre bis H sey $=f$, aber die Menge der natürlichen Luft im Cylinder $=g$: so erhellet leicht, daß die Menge der unter der Klocke befindlichen Luft in arithmetischer Progreßion wachse. Es komt nemlich bey jeder Einpressung soviel natürliche Luft hinzu, als den Cylinder ausfüllt, folglich die durch g ausgedrückte Menge. Daher ist unter der Klocke

nach

nach der 1 Einpressung	die Menge Luft $=f+g$
- - 2 -	- - - $=f+2g$
- - 3 -	- - - $=f+3g$
nach n Einpressungen	- - - $=f+ng$

Diese letzte nach n Einpressungen unter der Klocke befindliche Menge Luft sey $=z$, so hat man $z=f+ng$. Aber man siehet leicht, daß diese Menge Luft, wenn sie so weit ausgebreitet würde, daß sie mit der natürlichen einerley Dichtigkeit erhielte, den Raum $V+nW$ füllen würde. Also ist $z:f=V+nW:V$ (8 §. St.) Weil nun bey gleichen Räumen die Dichtigkeiten sich wie die Massen verhalten; so verhält sich die Dichtigkeit der durch n Einpressungen verdichteten Luft zur Dichtigkeit der natürlichen $=V+nW:W$.

Wenn $V=W$ ist, so hat man $z:f=n+1:1$; also ist in diesem Fall nach n Einpressungen die Luft $(n+1)$ mahl dichter, als die natürliche.

25 §.

Wenn der innere Raum der Klocke, der Röhre und des Cylinders bekannt sind, zu finden, wie viel mahl das Einpressen wiederholt werden muß, um die Luft in einem gegebenen Verhältniß gegen die natürliche zu verdichten.

Aufl. Wenn die Buchstaben V, W, z, f, n, eben die Bedeutung, wie im vor. §. behalten, so ist $\frac{z}{f}=\frac{V+nW}{V}$. Nun ist das Verhältniß $\frac{z}{f}$ gegeben nebst V und W, also hat man $\frac{V.z}{f}=V+nW$,

$V + nW$, und $n = \frac{Vz - Vf}{Wf}$, oder $n = \left(\frac{z}{f} - 1\right) \times \frac{V}{W}$.

Wenn $V = W$ ist, so wird $n = \frac{z-f}{f}$. Soll also z. E. die Luft 7 mahl dichter werden, also die natürliche, so wird $\frac{z}{f} = 7$, und $n = 6$.

Je grösser W in Vergleichung mit V ist, desto weniger Arbeit ist nöthig, eine verlangte Verdichtung zu Wege zu bringen.

Andre Einrichtungen und Verbesserungen der bisher beschriebenen Luftpumpe, nebst der zu allen damit anzustellenden Versuchen nöthigen Geräthschaft findet man bey den physikalischen Schriftstellern, als Gravesand Phys. Elem. Math. Lib. IV. Cap. IV. p. 589. u. f. Die erheblichste Verbesserung bey der neuern Einrichtung, die man ihr gegeben hat, besteht darin, daß sie aus zweenen Cylindern oder Stiefeln zusammengesetzt wird, die wechselsweise arbeiten und vertical stehen, statt des anfänglich gewöhnlich gewesenen, und bis jetzt noch bey kleinen Pumpen gebräuchlichen horizontal, oder auch gegen den Horizont schief liegenden einfachen Cylinders. Die neuesten Verbesserungen hat der Engelländer J. Smeaton in den Phil. Transact. Vol. 47. art. 69. angegeben, die auch H. H. Kästner im 2 Theil seiner Math. Anfangsgr. 120. u. f. S. beschreibt.

Der III. Abschnitt.

Vom Barometer und dessen Gebrauch.

26 §.

114 Fig Man fülle eine gläserne Röhre AB, die an dem einem Ende verschlossen und über 28 Zoll lang ist, mit Queckſilber; kehre sie hierauf um, verschliesse aber das offene Ende während des Umkehrens, etwa mit dem Finger; setze dies offene Ende in ein Gefäß mit Queckſilber, und halte nun die Röhre grade aufrecht: so wird das Queckſilber in der Röhre in der Höhe von etwa 28 Pariser Zoll, über der Oberfläche des Queckſilbers im Gefässe stehen bleiben, und nicht weiter herab sinken.

Oberhalb des Queckſilbers in der Röhre bleibt demnach ein luftleerer Raum, den man gewöhnlich die Torricellianische Leere, und die Röhre selbst, die Torricellianische Röhre, nennt, weil Evangelista Torricellius ein Schüler des Galiläus im Jahr 1643 zuerst diesen Versuch angestellet hat. Dieser luftleere Raum ist also reinrr, wie der Guerickische (21 §).

Die Ursache, welche hier das Queckſilber in der Röhre hält, muß man ohne Zweifel in dem Druck der äussern Luft auf die Oberfläche des Queckſilbers im Gefässe suchen. Es drückt nemlich die Luft auf diese Oberfläche, vermöge ihrer Elasticität, und die Torricellianische Röhre dienet, die Stärke dieses Drucks zu bestimmen. Stünde auf der Oberfläche

EF,

EF des Queckſilbers im Gefäſſe eine Queckſilber-Säule von eben der Höhe mit der Säule in der Röhre: ſo würden beyde im Gleichgewicht ſeyn, wenn keine andre Urſachen es ändern (5. 6. § Hydroſt.) Alſo drückt die Luft auf dieſe Oberfläche ſo ſtark, als das Gewicht einer Queckſilber-Säule auf eben der Grundfläche, in eben der Höhe, wie das Queckſilber in der Röhre.

27 §.

Man kan ähnliche Verſuche mit andern flüßigen Maſſen, z. E. mit gemeinem Waſſer anſtellen. Weil aber das Queckſilber unter allen bekannten flüßigen Maſſen, die ſchwerſte iſt, ſo werden die übrigen deſto höher ſtehen bleiben, je leichter ſie ſind. Deswegen ſind die Verſuche damit viel unbequemer, weil man ſehr lange Röhren nehmen muß. Da das gemeine Waſſer etwa 14 mahl leichter iſt, ſo wird es 14 mahl höher, folglich etwa 32 Fuß hoch ſtehen bleiben, 12 Zoll auf einen Fuß gerechnet. Alſo muß die Röhre über 32 Fuß lang ſeyn. Iſt eine ſo hohe Röhre unten mit einem Hahn verſehen, ſo kan man ſie von oben füllen, und hierauf die obere Oefnung verſchlieſſen. Stehet ſie nun unten in einem Gefäß mit Waſſer, und man öfnet den Hahn, ſo lehret der Erfolg, daß das Waſſer würklich etwa 32 Fuß hoch ſtehen bleibe. H. H. Käſtner hat dieſen Verſuch zu Leipzig bey dem ſeel. H. Prof. Hauſen geſehen, und die Maſchine ſelbſt beſitzt anjetzt Hr. Profeſſor Winkler in Leipzig. Sie beſtehet aus ſtarken meßingenen Röhren, die an einander geſchroben werden, bis ſie die gehörige Länge erreichen. Zwiſchen ihnen wird um die Schrauben naſſes Leder gelegt,

das Eindringen der Luft abzuhalten. Oben aber wird eine gläserne, wie eine Klocke gebildete Röhre angeschroben. (Kästners Anf. der Angew. Math. Aerom. 31 §. 112 S.)

In der That ist diese letzte Erfahrung, daß das Wasser in einer 32 Fuß hohen Röhre hängen bleibt, älter, als diejenige, die Torricellius zuerst mit dem Queckſilber angestellet hat. Ein Florentinscher Gärtner wollte das Wasser vermittelst einer Pumpe höher als 18 Ellen heben. Als dieses nicht angieng, befragte er deswegen den Galiläus, der aber von der eigentlichen Ursache noch nicht völlig richtige Begriffe hatte.

28 §.

Vermittelst der Luftpumpe kan man sich augenscheinlich überzeugen, daß keine andre Ursache, als der im 26 § angegebene Druck der äussern Luft das Wasser, oder das Queckſilber, in der Röhre halte. Unter einer etwas hohen Klocke setzt man die Torricellianische Röhre mit dem zugehörigen Gefäß, die nun zu dieser Absicht eben nicht völlig 28 Zoll lang seyn darf, wenn man keine so hohe Klocke hat. Sobald man nun die Luft auspumpt, fällt das Queckſilber in der Röhre, und zwar desto tiefer, je länger man mit dem Auspumpen anhält. Läst man aber die Luft, wie zuvor, wieder unter die Klocke, so steigt das Queckſilber wieder zu seiner vorigen Höhe.

29 §.

Die Torricellianische Röhre dienet demnach, den Druck der Luft auf jede gegebene Fläche zu bestimmen, und deswegen hat man ihr auch den Namen eines Barometers gegeben. Die Luft drückt nemlich

lich auf jede ebene Fläche, die sich nahe an der Erde befindet, so stark, als das Gewicht einer Queckſilber-Säule auf eben der Grundfläche in der Höhe von 28 Zoll; oder so stark, als eine Waſſer-Säule auf dieſer Grundfläche, in der Höhe von 32 Fuß.

Wenn ein Cubiczoll Queckſilber nach Pariſer Maaß und Gewicht 7 Unzen, 2 Drachmen, oder 58 Drachmen wiegt; so würde dieſer Druck, wenn die Fläche einen Pariſer Quadratzoll groß iſt, einem Gewicht von $58 \times 28 = 1624$ Drachmen, oder von 12 Pf. 1 1 Unzen, gleich ſeyn. Iſt alſo die Fläche einen Quadratfuß groß: ſo iſt der Druck einem Gewicht von 1827 Pfund, gleich.

30 §.

Die Erfahrung lehrt, daß das Queckſilber in der Torricellianiſchen Röhre an einem und eben demſelben Orte nicht zu aller Zeit gleich hoch ſtehe. Deswegen iſt man darauf bedacht geweſen, dies Werkzeug ſo einzurichten, daß man dieſe Veränderungen genauer möchte beobachten können. In ſolcher Abſicht hat es auch eigentlich den Namen eines Barometers erhalten. Man befeſtiget die Röhre AB, nebſt dem dazu gehörigen Gefäß DE an einer Tafel CD auf ſolche Art, daß man nun alles aufhängen, und die Röhre in die verticale Stellung bringen kan. Die ganze Tafel muß wenigſtens 30 Pariſer Zoll hoch ſeyn. Wenn man nun das untere Gefäß bis an EF mit Queckſilber füllen will: ſo theilt man die ganze Höhe der Tafel nach einem willkührlichen bekannten Maaß ſo genau in Zolle ein, als möglich iſt. Die höchſten 3 Zolle etwa, werden auch in Linien eingetheilt. Auf ſolche Art kan man nun bey dem 115 Fig.

jedesmahligen Anblick des Instruments, wenn es in der gehörigen Stellung hängt, unmittelbar wahrnehmen, wie hoch das Queckſilber in der Röhre ſtehe.

315 Fig. Man kan des Gefäſſes DE entbehren, wenn die Röhre unten bey B wieder aufwärts gekrümmt, und an derſelben eine gläſerne Kugel, oder ein Cylinder angeſchmolzen iſt, darin ſich Queckſilber befindet, das mit dem Queckſilber in der Röhre Gemeinſchaft hat. Dieſe Kugel muß bey H offen ſeyn: ſo wird ſie die Stelle des Gefäſſes DE vertreten.

31 §.

Wenn das Queckſilber in der Röhre ſteigt, ſo wird etwas mehr, als vorhin, aus dem Gefäſſe, in die Röhre treten. Stand es alſo im Gefäß vorhin bis an EF, da es in der Röhre bis an G ſtand: ſo wird es nun, nachdem es in der Röhre über G geſtiegen iſt, im Gefäß unter EF ſtehen. Eben ſo wird es im Gefäß über EF ſtehen, wenn es in der Röhre unter G gefallen iſt. Weil nun die Abtheilungen der Tafel bey EF anfangen: ſo muß man im erſten Fall zu der Höhe, die das Barometer unmittelbar zeigt, dasjenige addiren, um welches das Queckſilber unter EF geſunken iſt; im andern Fall aber von jener Höhe dasjenige ſubtrahiren, um welches das Queckſilber im Gefäß über EF geſtiegen iſt. In ſolcher Abſicht kan man den unterſten Zoll auch in ſeine Linien, und, welches hier allerdings nöthig iſt, in noch kleinere Theile, wenigſtens Viertheile von Linien eintheilen, und dieſe Eintheilungen auch unterhalb EF fortſetzen; damit man unmittelbar erkennen könne, um wieviel das Queckſilber im Gefäſſe geſunken, oder geſtiegen ſey.

32 §.

Dafern man die Weite des Gefässes, und der Röhre genau kennet: so hat man die Abtheilungen bey EF nicht nöthig. Es läst sich nemlich nun durch Rechnung finden, um wieviel das Queckſilber im Gefäß, entweder unter EF gesunken, oder über EF gestiegen ist, wenn das Queckſilber in der Röhre um ein gegebenes Stück GM über G gestiegen, oder unter G gesunken ist. Es sey Q des Gefässes und q der Röhre Weite. Das Queckſilber sey von G bis M gestiegen, im Gefäß von EF bis *ef* gefallen, und die Entfernung der Fläche *ef* von EF, sey $= x$: so ist der Inhalt des zwischen diesen beyden Flächen befindlich gewesenen Queckſilbers $= (Q-q)x$. Aber der Inhalt der Säule GM ist $= q$.GM. Beyde Räume müssen gleich seyn, weil so viel Queckſilber aus dem Gefässe ausgetreten ist; als sich in der Röhre über G befindet. Daher wird $(Q-q)x = q$.GM, und $x = \frac{g}{Q-q}$.GM. Wenn man diesen Werth zu addirt: so weis man genau, um wieviel das Queckſilber in der Röhre nun höher steht, als vorher. Und dies ist eigentlich der Unterscheid der Säule, die jetzt die Atmosphäre trägt, von derjenigen, die sie vorhin trug. Man findet nemlich diesen Unterscheid $= \frac{Q}{Q-q}$. Wäre demnach QM ein Zoll, und das Gefäß 50 mahl weiter, als die Röhre: so wäre dieser Unterscheid $= \frac{50}{49}$ Zoll $= 1{,}02$ Zoll. Die Erfahrung lehrt, daß die gröste Veränderung in dem Stande des Barometers etwa nur 2 Zoll betrage. Richtet man also das Instrument so ein, daß GE et-

wa die mittlere Höhe wird, und nimmt man ein Gefäß, das sehr viel weiter, als die Röhre ist: so kan man die kleinen Veränderungen der Höhe des Queckfilbers im Gefässe, dafern man nicht alles in der grösten Schärfe haben will, aus der Acht lassen, da es überdem sehr schwer ist, recht genau wahrzunehmen, wie hoch das Queckfilber sowohl in der Röhre, als im Gefässe stehe. Die Oberfläche des Queckfilbers ist nemlich nie völlig eben; sondern gewöhnlich etwas erhaben, so daß es in der Mitte etwas höher steht, als am Rande des Gefässes und der Röhre.

33 §.

Wenn man an einem und eben demselben Ort viele Jahre nach einander Beobachtungen des Barometers angestellet hat, und das arithmetische Mittel zwischen der grösten und kleinsten beobachteten Höhe nimmt: so hat man für diesen Ort die **mittlere Barometer-Höhe.** Man kan auch nach der Vorschrift andrer das arithmetische Mittel zwischen der in jedem Jahre beobachteten grösten und kleinsten Höhe nehmen, hierauf alle diese mittlere Höhen zusammen addiren, und die Summe durch die Anzahl der Jahre dividiren: so bekömmt man gleichfalls eine mittlere Höhe. Hr. *de la Lande* erzehlt in der Connoissance des mouv. celestes A. 1762. daß Hr. *de l'Isle* bey zehnjähriger sorgfältiger Beobachtung zu Paris die gröste Höhe von 28 Zoll 8,4 Linien; die kleinste Höhe, von 26 Zoll, 6,6 Lin., beobachtet habe. Demnach wäre die mittlere Höhe 27 Zoll 7,5 Lin. Sehr selten fällt nach eben des Hrn. *de la Lande* Bericht a. a. O. das Barometer zu Paris 26 Zoll 3 Lin. Zu Petersburg hat Hr. Kraft nach 19 jährigen Beob-

achtungen

achtungen die gröste Höhe 30,95 Engl. Zoll, die kleinste Höhe, 28,18 Engl. Zoll gefunden, Comment. Petrop. T. XIV. p. 241. Also wäre die mittlere Höhe 29,565 Engl. oder 27,722 Pariser Zoll, und nach der Duodecimal-Abtheilung, 27 Zoll, 8,664 Lin. Par. Maaß, welche also die zu Paris beobachtete, um 1,164 Lin. übertrift.

Zu Tübingen ist nachher vom Hrn. Kraft in 6 Jahren die gröste Höhe 29,45 Zoll, und die kleinste 27,73 Zoll, also die mittlere 28,59 Zoll in eben dem Maaß befunden worden. (*Kraft* Prælect. in Phys. Theor. P.I. Cap. XV. §. 405. p. 331.)

Nach des Herrn Hollmann Beobachtungen (Comment. Soc. Sc. Gœtt. T. IV. p. 89) ist zu Göttingen die gröste Höhe 30,37 Engl. Zoll, die kleinste 28,46 Engl. Zoll, also die mittlere 29,415 Engl. Zoll befunden worden.

Joh. Jac. Scheuchzer schliest aus vielen ihm zugesandten Beobachtungen, die mittlere Barometer-Höhe im Pariser Maaß

zu Padua	- -	27 Zoll	11 $\frac{1}{2}$ Lin.
Paris	- -	27 -	9 $\frac{1}{2}$ -
Turin	- -	27 -	1 $\frac{1}{4}$ -
Basel	- -	26 -	10 $\frac{1}{8}$ -
Zürch	- -	26 -	6 $\frac{1}{2}$ -
auf dem Gothards Berge		21 -	7 $\frac{1}{2}$ -

(*Dan. Bernoulli* Hydrodyn. Sect. X. §. 229.)

34 §.

Es ist aus dem 14 §. bekannt, daß der Druck der Luft auf einerley Fläche in höhern Gegenden geringer seyn müsse, als in niedrigen. Die Herrn Pascal und Perrier haben hierüber die ersten Versuche gemacht,

macht, bald nachdem die Torricellische Röhre bekannt geworden war, und zwar der letztere zu Clermont in Auvergne, in der Nachbarschaft des Berges Puy de Dome. Hr. Perrier stieg diesen Berg hinan, und nahm ein Barometer mit sich, dessen Höhe er am Fusse des Berges genau bemerkt hatte. Er fand, daß sich das Barometer immer mehr senkte je höher er auf den Berg hinauf kam, und daß es hingegen wieder herauf stieg, wie er nach der Stadt zu von demselben herab stieg. Unten in einem nach Clermont gehörigen Garten war die Barometer-Höhe 26 Zoll $3\frac{1}{2}$ Lin. In einer grössern Höhe, von ohngefehr ein Drittheil der Schräge des Berges war sie 25 Zoll: oben endlich auf dem Gipfel des Berges, dessen Höhe auf 500 Toisen geschäzt wird, war sie nur 23 Zoll 2 Lin. Man sehe Belidors Architectura Hydraul. III Buch 1 Cap. 789 §. 2 S. der siebenten Ausg. der Uebers. imgleichen Nollet Leçons de Physique Exp. T. II. Lect. VII. Eben dieser Versuch ist nach der Zeit sehr oft von andern wiederholt worden. Nach einer vom Hrn. Feullin angestellten, in der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Paris verlesenen, und vom Hrn. de l'Isle dem Hrn. Dan. Bernoulli mitgetheilten Beobachtung hat das Barometer auf dem Berge Pico der Insel Teneriffa in der Höhe von 13158 Pariserfuß über der Oberfläche des Meeres 17 Zoll, 5 Linien hoch, an der Oberfläche des Meeres aber 27 Zoll 10 Linien hoch gestanden. *Dan. Bernoulli* Hydrodyn. Sect. X. §. 23.

Es folgt hieraus, daß die mittlere Barometer-Höhe in bergigten Gegenden allemahl geringer seyn werde, als in solchen Gegenden, die niedriger liegen.

Und

Und eben dies bestätigt die Erfahrung. Man vergleiche nur die im 23 §. bemerkten mittlern Barometer-Höhen zu Basel und Zürch mit der zu Padua und Paris. Nach den vom Hrn. Hollmann (Comment. Soc. Sc. Gœtt. T. IV. p. 92) erzehlten Beobachtungen, ist die Barometer-Höhe allemahl zu Clausthal etwa 1,5 Engl. Zoll kleiner, als zu Göttingen. Daher kan man aus Vergleichung der mittlern Barometer-Höhen schliessen, welche Oerter höher liegen, als andre.

35 §.

Wenn man weis, wie schwer ein Cubiczoll, oder Cubicfuß Queckſilber nach demjenigen Maasse sey, das man bey der Eintheilung der Tafel des Barometers gebraucht hat; so kan man leicht für jede beobachtete Höhe des Barometers finden, wie stark die Luft auf jede gegebene Fläche drucke. Man kan dies auch ein für allemahl bey jeder auf der Tafel angebrachten Abtheilung, von Linie zu Linie bemerken. Wenn man das Rheinländische Maaß braucht, so wird das Queckſilber in den hiesigen Gegenden nicht unter 27 Zoll fallen, und nicht über 30 Zoll steigen. Weil nun ein Rheinl. Cubicfuß Queckſilber 859 Pf. 8 Unzen Troy-Gewicht wiegt; (Musschenbröck Introd. in Phil. Nat. T. II. §. 1449) so ist eine Queckſilber-Säule von 1 Zoll Höhe auf 1 Quadratfuß 71 Pf. 10 Unzen, und eine Säule von einer Linie Höhe auf eben der Grundfläche 5 Pf. 15 $\frac{1}{2}$ Unzen schwer.

Wenn demnach die Barometer-Höhe	so ist der Druck der Luft auf 1 Quadrat-Fuß
27 Zoll	1933 Pf. 13 Unzen
28 Zoll	2005 Pf. 8 Unzen
29 Zoll	2077 Pf. 2 Unzen
30 Zoll	2148 Pf. ½ Unzen

Addirt man nun 5 Pf. 15½ Unzen zu 1933 Pf. 14 Unzen: so erhält man 1939 Pf. 13½ Unz. für den Druck auf ein Quadrat-Fuß bey der Barometerhöhe von 27 Zoll 1 Lin. Und eben so giebt die Addition von 5 Pf. 15½ Unz. jedesmahl den Druck für die um eine Linie grössere Barometer-Höhe, daß man demnach die Rechnung leicht bis auf 29 Zoll fortsetzen kan. Musschenbröck a. a. O. hat im 2076 §. die ganze Berechnung mitgetheilt.

36 §.

Die Würkungen dieses Drucks lassen sich wiederum vermittelst der Luftpumpe sinnlich zeigen. Man setzt statt der Klocke auf dem Teller der Luftpumpe einen hohlen metallenen Cylinder, dessen beyde Grundflächen offen sind. Er ist übrigens so eingerichtet, daß man auf der obern Oefnung eine Glasplatte mit Kütte befestigen, und sie damit schliessen kan. So lange nun unter der Glasplatte die natürliche Luft befindlich ist, so lange ist der Druck gegen beyde Flächen der Glasplatte gleich, und es ist so viel, als wenn die Glasplatte gar nicht gedruckt würde. So bald man aber die Luft unter derselben wegpumpt, so wird der Druck von oben stärker, und bekommt bald ein so grosses Uebergewicht, daß er die Glasplatte zersprengt. Wenn ihre Fläche etwa nur 3 Quadratzoll beträgt: so ist vermöge der Berechnung des vori-

gen

gen §. bey mittler Barometer-Höhe, der Druck einem Gewicht, von 500 Troyschen Pfunden gleich. Nun bleibt freylich beym Auspumpen allemahl etwas Luft zurück, und also beträgt das Uebergewicht des obern Drucks nie völlig so viel. Inzwischen werden Glasplatten von gemeinem Fenster-Scheiben-Glase schon von einem weit geringern Druck zersprengt. Wenn man statt des Glases die obere Oefnung des Cylinders mit einer Blase verschliest, so siehet man anfangs vor Augen, wie tief die Blase von der Luft niederwärts gedruckt wird, bis sie endlich nach wiederholten Auspumpungen zerspringt.

37 §.

Eben dieser starke Druck der äussern Luft ist die Ursache davon, daß die Klocke, nachdem die Luft herausgepumpt worden, mit dem Teller sehr fest zusammen hängt, und mit vieler Gewalt davon nicht losgerissen werden kan. Otto Guericke ließ, um diesen Druck der Luft zu zeigen, zwo hohle metallene Halbkugeln, von einerley Halbmesser verfertigen, die von ihm die Guerickischen Halbkugeln heissen. Sie werden so eingerichtet, daß sie genau an einander gesetzt werden können, und die Fugen verstreicht man mit Kütte, um das Eindringen der Luft abzuhalten. Eine dieser Halbkugeln ist mit einer kurzen Röhre versehen, und an derselben ein Hahn angebracht, damit man die Röhre nach Gefallen öfnen; oder verschliessen kan. Die Röhre wird an der Röhre der Luftpumpe festgeschroben, und die inwendige Luft, so viel möglich ausgepumpt. Je grösser nun die Halbkugeln sind, desto fester haften sie an einander. Guericke hat sie von der Grösse gehabt,

daß

daß 30 Pferde, wovon 15 auf jeder Seite zogen, sie nicht haben von einander reissen können.

38 §.

Man ist bey dem bisher beschriebenen Gebrauch des Barometers nicht allein stehen geblieben, vermöge dessen dies Werkzeug dazu dienet, den jedesmahligen Druck der Luft auf eine jede gegebene Fläche zu messen. Die wahrgenommenen Veränderungen in der Höhe desselben, veranlasten bald die Muthmassung, daß dies mit der Abwechselung der Witterungen zusammenhänge. Nun hat dies wohl allerdings einigen Grund; allein man ist doch nicht im Stande, aus den Veränderungen des Barometers mit Sicherheit allemahl auf die nahe bevorstehende Witterung zu schliessen. Gewöhnlich fällt trocken Wetter ein, wenn das Barometer über die mittlere Höhe steigt; und nasses stürmisches Wetter, wenn es unter die mittlere Höhe fällt. Darauf gründet sich die gemeine Eintheilung des Raums zwischen der grösten und kleinsten Höhe. Bey der mittlern Höhe steht: veränderlich; weiter herauf in Zwischen-Räumen von etwa 4 zu 4 Linien, die Wörter: schön Wetter, beständig Wetter, sehr trocken; und in eben den Zwischen-Räumen unter der mittlern Höhe: Regen, viel Regen, Sturmwetter. Es ist aber dies alles nur davon zu verstehen, was gemeiniglich geschicht; denn die Regel, daß es bey hohen Barometer schön Wetter, und bey niedrigem Barometer stürmisches und regnigtes Wetter seyn müsse, leidet vermöge der Erfahrung sehr viele Ausnahmen.

39 §.

Verschiedene Naturforscher haben es versucht, den Zu-

Zusammenhang der Veränderungen im Barometer mit den natürlichen Ursachen zu zeigen; allein die Sache ist noch lange nicht zur völligen Richtigkeit gebracht. Ein schwerer Körper, der von einer flüssigen Masse ganz, oder zum Theil getragen wird, vermehrt das Gewicht dieser flüßigen Masse. Wenn aber dieser Körper in der flüßigen Masse herunter fällt: so vermehrt er das Gewicht der letztern nicht mehr so viel. Hr. von Leibnitz hat dieses durch einen Versuch gezeigt, den Hr. von Wolf im 1 Theil der nützlichen Versuche 194 §. und Leupold im Theatr. Stat. III. 61 §. gleichfals beschreiben. Wenn es regnet, so fallen die Dünste, welche in der Luft sind, daher muß aus der angeführten Ursache der Druck der Luft, der von ihrer Schwere herrührt, geringer werden, und das Queckſilber im Barometer fallen. Dies gab der Hr. v. Leibnitz als die vornehmste Ursache von dem veränderlichen Stande des Barometers an, und ihm gaben verschiedene andre darinnen Beyfall. Allein Hr. von Wolf macht im II Theil der nützl. Versuche 41 § dagegen erhebliche Erinnerungen, die darauf heraus gehen, daß die in der Luft hängenden Dünste ihr Gewicht sehr wenig vermehren und vermindern, und daher in der Höhe des Barometers, lange nicht so beträchtliche Veränderungen zu Wege bringen können; als die Erfahrung zeiget. Uebrigens bleibet der Hr. von Wolf bey der gewöhnlichen Meynung, daß der Druck der Luft auf das Barometer dem Gewicht, der über demselben befindlichen Luft-Säule, gleich sey; wogegen *Dan. Bernoulli* und andre gleichfals erhebliche Erinnerungen gemacht haben, wie unten ausführlicher vorkommen wird. Der Druck der Luft auf das

Baro-

Barometer rührt eigentlich unmittelbar von ihrer Federkraft her. Ob diese nun allemahl dem Gewicht der auf sie drückenden Luftsäule gleich sey, verdiener noch eine genauere Untersuchung.

40 §.

Es sey übrigens hiemit, wie es wolle: so ist so viel gewiß, daß das Barometer gewisser massen als ein Wettersager dienen kan. Eben daher ist es so allgemein bekannt geworden, und dieser Gebrauch hat auch wohl am meisten Gelegenheit dazu gegeben, daß man darauf bedacht gewesen ist, die Veränderungen desselben merklicher zu machen, so daß sie äusserlich mehr in die Sinne fallen. In solcher Absicht biegt man den obersten Theil AC der Torricellianischen Röhre so, daß der unterste grade Theil BC dieser Röhre etwas kürzer wird, als die kleinste Höhe des Queckfilbers im graden Barometer. Wenn nun das Queckfilber im graden Barometer bey G stehen würde: so stehet es im gebogenen bey K in der horizontalen Ebene GK. Stiege es im graden Barometer bis M: so wird es im gebogenen bis N steigen, wenn wiederum MN horizontal ist. Demnach hat sich bey dieser Veränderung des Drucks der Luft die obere Fläche des Queckfilbers im gebogenen Barometer durch KN bewegt, da sie im graden Barometer durch GM gegangen wäre. Jener Raum KN ist grösser als GM, folglich die Bewegung des Queckfilbers im gebogenen merklicher, als im graden Barometer. Dem Naturforscher ist hieran nichts gelegen, ja es hindert ihn, die eigentliche Höhe des Barometers genau zu messen. Nur denen kan hieran etwas gelegen seyn, die das Instrument als einen Wettersager brauchen.

116 Fig.

41 §.

41 §.

Könnte man inzwischen die Einrichtung so machen, daß das Barometer sehr kleine Veränderungen im Druck der Atmosphäre sehr merklich anzeigte: so würde es wenigstens dem Naturforscher das Vergnügen verschaffen können, an einem solchen Barometer fast beständig kleine Veränderungen wahrzunehmen, die bey dem gewöhnlichen Barometer gar nicht bemerkt werden können. Es gehören hieher die vom Huygen und de la Hire angegebenen doppelten Barometer. Huygen beschreibt das seinige im Journal des savans A. 1672. p. 137, und die Einrichtung ist folgende. Die Röhre BG ist in GCD 117
aufwärts gebogen; an beyden Enden B und D sind Fig.
die Cylinder AB und DE angebracht, die um ein beträchtliches weiter, als die Röhre sind. Auf dem Cylinder DE steht eine andre grade Röhre EF aufrecht. Diese Röhre muß in Vergleichung mit den Cylindern sehr enge seyn. Huygen schreibt vor, der Querschnitt der Cylinder, die gleich weit seyn müssen, solle 100 mahl grösser, als der Querschnitt der Röhre EF seyn. Die Helfte des obern Cylinders BK, nebst der Röhre BCD, und der Helfte DL des untern Cylinders sey mit Queckfilber angefüllt, so daß wie gewöhnlich AK die Torricellianische Leere ist. Wenn nun das Queckfilber aus K in M um einen Zoll fällt; so steigt es in dem Cylinder DE gleichfals um einen Zoll aus L in N; aber die Luft trägt in der That 2 Zoll weniger, und das gewöhnliche Barometer ist 2 Zoll gefallen. Demnach beträgt die Veränderung der Höhe des Queckfilbers hier allemahl nur halb so viel, als im gewöhnlichen Barometer, so daß die ganze Veränderung nur höchstens $1\frac{1}{2}$ Zoll betragen

kan. Der obere Theil LE des Cylinders DE sey bis an E mit gefärbten Wasser gefüllt, das um das Gefrieren zu verhüten, mit Salpeter-Geist vermischt worden. Weil nun das Queckſilber etwa 14mahl schwerer, als Wasser ist; so werden 14 Zoll Wasser mit 1 Zoll Queckſilber im Gleichgewicht seyn (66 §. Hydrost.) und das Queckſilber in AB stehet um $\frac{1}{2}.\frac{1}{14}$ EL höher, als es der Druck der Luft allein halten würde. Daferne also das Queckſilber in AB so viel sinkt, daß das Wasser in der Röhre EF 14 Zoll hoch tritt, etwa bis P: so hält die Wassersäule EP mit 1 Zoll Queckſilber das Gleichgewicht, und eben deswegen trägt die Atmosphäre nun 1 Zoll weniger, als zuvor. Ueberdem aber kan das Wasser nicht um EP steigen, dafern nicht das Queckſilber in DE um LN $= \frac{1}{100}$ EP steigt, wenn des Cylinders Querschnitt 100mahl grösser ist, als der Röhre EF Querschnitt. Daher ist aus dieser Ursache die Queckſilber-Säule um $\frac{2}{100}$ EP $= \frac{28}{100}$ Zoll kürzer geworden, und die Atmosphäre trägt deswegen zusammen 1,28 Zoll weniger, als vorhin. Steigt demnach das Wasser noch um 14 Zoll: so trägt die Atmosphäre 2,56 Zoll weniger, als vorhin. Da nun im graden Barometer die gröste Veränderung etwa $2\frac{1}{2}$ Zoll beträgt: so wird in dem Huygenischen die Veränderung bis auf 28 Zoll betragen.

42 §.

Hooke in den Phil. Transact. N. 158. p. 242 und de la Hire in der Hist. de l'Acad. de Paris A. 1708 wollten diese Veränderungen des doppelten Barometers noch beträchtlicher machen. Sie seßen oben bey
118 Fig. F einen dritten Cylinder FG hinzu, der mit den beyden

den übrigen einerley Weite hat. Die Hälfte EL des untern Cylinders, nebst der Hälfte EH der Röhre EF, werden mit oleo tartari per deliquium gefüllt; die andre Hälfte HF aber; und ein Theil FP des Cylinders FG mit dem leichtesten petroleo. Der Durchmesser des Querschnitts der Cylinder ist 9 mahl grösser, als der Durchmesser des Querschnitts der Röhre EF. Wenn nun das Queckſilber von K bis M um $\frac{1}{2}$ Zoll fällt: so steigt es in DE um $\frac{1}{2}$ Zoll von L bis N, und eben so viel steigt der Liquor in FG, von P bis Q. Demnach wird H bis R steigen, und HR $= 81$ PQ wird $40\frac{1}{2}$ Zoll betragen. Weil nun die Säule NQ $=$ LP ist: so würde jede dieser Säulen einerley Queckſilber-Säule tragen, wenn beyde in gleichen Höhen einerley eigene Schwere behielten. Diese Voraussetzung findet aber hier nicht statt, indem der specifisch schwerere Theil NF der Säule NQ, grösser, als LH ist. Die Säule NQ trägt also etwas mehr, als LP, und das gewöhnliche Barometer ist schon etwas über 1 Zoll gefallen, wenn H bis R gestiegen ist. Umgekehrt, wenn K bis S, um $\frac{1}{2}$ Zoll steigt: so fällt auch L bis I, und P bis O um $\frac{1}{2}$ Zoll, H aber bis V um HV $= 40\frac{1}{2}$ Zoll. Es ist wieder die Säule IO eben so hoch, als LP, aber der specifisch leichtere Theil ist grösser, als er vorhin war. Daher trägt sie nicht völlig so viel Queckſilber, als LP trug. Also wird die Differenz von der Atmosphäre getragen, und das gewöhnliche Barometer ist schon über 1 Zoll gestiegen, so wie H bis V um $40\frac{1}{2}$ Zoll gesunken ist. Deswegen muß FV über 81 Zoll lang seyn; und wenn die Veränderung im gewöhnlichen Barometer etwas über 2 Zoll beträgt: so beträgt sie hier auf 81 Zoll.

Diese Arten von Barometer aber sind sehr wandelbar; besonders das letzte, weil das sehr flüchtige Naphta sehr schnell ausdünstet. Ueberdem werden die leichten Liquors bey zunehmender Wärme sehr stark ausgedehnt, und bey kälterer Luft verdichtet; so, daß diese Barometer bey einerley Druck der Luft und verschiedener Wärme, nicht einerley Höhe erreichen.

43 §.

Es wird also die Hauptabsicht der Barometer, nemlich die Messung des Drucks der Atmosphäre durch die einfache Torricellianische Röhre am besten erreicht, und die übrigen Einrichtungen dienen mehr zum Vergnügen; als daß sie von einem erheblichen Nutzen seyn könnten. Aber auch bey dem einfachen Barometer muß man die Würkung der Wärme auf das Queckſilber mit in Betrachtung ziehen, wenn man aus der jedesmahligen Höhe der Säule, die von der Atmosphäre getragen wird, die eigentliche Grösse des Drucks genau herleiten will. Die Wärme dehnt auch das Queckſilber aus, und macht, daß es im Sommer specifisch leichter, als im Winter ist. Daher stehet bey eben dem Druck der Atmosphäre das Barometer im Sommer höher, als im Winter, und man müste eigentlich für jeden bestimten Grad der Wärme die eigene Schwere des Queckſilbers wissen, wenn man aus der Höhe desselben im Barometer den jedesmahligen Druck der Atmosphäre genau herleiten wollte.

Wie man sich in solcher Absicht helfen müsse, werden die folgenden Untersuchungen näher ergeben, da dann auch noch von einigen besondern Einrichtungen der Barometer Nachricht ertheilet werden soll. Die

neueste

neueste hieher gehörige Schrift von Verbesserung, und dem Gebrauch der Barometer, ist folgende: M. l. A. de Luc, Citoyen de Genéve, Traité sur l'Atmosphére et sur les barometres. Dies Werk ist dem Herrn de la Lande im Jahr 1762 von der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Paris zur Prüfung übergeben, und er theilt davon in der Connoissance des mouv. celestes A. 1765. p. 200-221. einen Auszug mit. Die wichtigste Veränderung, welche Hr. de Luc mit dem Barometer vorgenommen hat, ist diese, daß er das untere Gefäß ganz verwirft. Sein Barometer bestehet aus einer ge- 119
bogenen Röhre ABC, wovon beyde Schenkel AB und Fig.
BC gleich weit sind. Jeder Schenkel hat seine eigene Abtheilung auf der Tafel, und beyde Abtheilungen nehmen bey einer und eben derselben Horizontallinie DE ihren Anfang. Bey der einen, am längern Schenkel, werden die Abtheilungen aufwärts, bey der andern unterwärts gezehlt, und man muß die Zahlen, woran beyde Oberflächen stehen, zusammen addiren, um den Abstand beyder Oberflächen, als die eigentliche Barometer-Höhe, zu erhalten. Alle nöthige Handgriffe und Vortheile, die bey der Wahl der Röhren, bey der Reinigung des Queckfilbers, beym Füllen der Röhren u. s. w. zu beobachten sind, werden von dem Hrn. de Luc in der angeführten Schrift umständlich beschrieben. Bisher ist mir nicht bekannt, ob sie schon gedruckt worden.

Der IV. Abschnitt.

Vom Thermometer und dessen Gebrauch.

44 §.

Es ist im 48 §. der Hydrostatik bereits angemerkt worden, daß die Wärme fast aller bekannten Körper eigene Schwere ändre, weil sie ihre Masse in einen grössern Raum ausbreitet. Die Luft ist hievon keinesweges ausgenommen; sondern diese Würkung der Wärme ist viel mehr bey der Luft ungemein beträchtlich. Die Wärme vermehrt zugleich die Federkraft der Luft, so daß nicht nur eine bestimte Masse Luft, wenn sie warm ist, einen grössern Raum einnimmt; sondern auch einer dichtern kalten Luft, das Gleichgewicht hält. Dies beweisen sehr viele Versuche, die man leicht anstellen kan. Wenn man eine Lammsblase, worin sehr wenig Luft ist, fest zubindet, sie hierauf einem Kohlfeuer nähert, und und auf allen Seiten nach und nach erwärmet: so wird sie sich nach und nach ausdehnen. Wird sie stark erhitzt, jedoch ohne sie zu verbrennen, und es ist Luft genug in ihr vorhanden; so wird sie zerspringen.

45 §.

Wir können es zwar empfinden, wenn die Luft; oder ein andrer Körper merklich wärmer; oder kälter wird; allein einen geringen Unterscheid der Wärme nehmen wir so leicht nicht wahr. Will man es wissen, ob die jetzige Wärme genau eben so

groß

groß sey, als diejenige, die man zu einer andern Zeit; oder bey einem andern Körper angemerkt hat: so muß man eigene zu diesem Zweck dienliche Werkzeuge zubereiten, welche man gewöhnlich Thermometer nennt. Ueberhaupt beruhet ihre Einrichtung darauf, daß man voraussetzt, einerley Körper, er mag übrigens feste, oder flüßig seyn, werde von einerley Wärme allemahl in denselben Raum ausgedehnt. Weil aber ein Körper merklicher, als der andre von der Wärme ausgedehnt wird: so schicken sich diejenigen am besten zu dieser Absicht, bey welchen diese Würkung der Wärme am leichtesten bemerkt werden kan.

46 §.

Wenn man eine gläserne Röhre AB, die sich in 120
eine Kugel BDF, oder statt dessen in einen Cylinder Fig.
endiget, bis an eine gewisse Stelle H der Röhre, mit einer flüßigen Masse füllt, und hierauf die Kugel erwärmet, so steigt die flüßige Masse in der Röhre höher. So wie die Kugel aber wieder erkältet: so fällt die flüßige Masse in der Röhre wieder herunter, und dies desto tiefer je kälter die Kugel wird. Befestiget man demnach eine solche Röhre mit der Kugel auf einer hölzernen, oder metallenen Tafel; so kan man die Stellen bemerken, wie hoch die flüßige Masse bey einer gewissen Wärme der Kugel gestanden hat, und das auf solche Art eingerichtete Werkzeug kan ein Thermometer abgeben. Es ist zwar an sich gleichviel, welche flüßige Masse man zu dieser Absicht erwählen will, weil alle, sowohl flüßige, als feste Körper desto mehr ausgedehnt werden, je mehr man sie erwärmt. Inzwischen hat doch die eine vor der andern, wegen besondrer Ursachen den

Vorzug. Eine für unsre Empfindung ziemlich starke Wärme nennen wir Hitze, so wie wir eine sehr geringe Wärme für unsre Empfindung Kälte nennen. Will man die Stellen an der Röhre bemerken, wo die flüßige Masse bey starker Hitze, oder starker Kälte stehen bleibt: so muß sie wegen der ersten Ursache so beschaffen seyn, daß sie die Hitze ertragen kan, ohne daß sie zu kochen anfängt, und in Dünste aufgelöst wird; und wegen der letzten Ursache muß sie von einer starken Kälte nicht wie Wasser in Eis verwandelt werden.

47 §.

Bey den ersten Thermometern, die man im Anfange des vor. Jahrhundertes machte, war die Luft selbst die flüßige Masse, welche durch ihre Ausdehnung, oder Zusammenziehung die Veränderungen der Wärme und Kälte anzeigte. Nur war damit eine andre flüßige Masse verbunden, welche von der Luft bewegt ward. Gemeiniglich hält man den Cornelium Drebbel aus Alknaer in Nord-Holland für den Erfinder der Thermometer; obgleich andre dem Robert Fludd die Erfindung zuschreiben. Die älteste Einrichtung dieses Drebbelischen Thermometers
121 war folgende. Die ledige Kugel mit der Röhre AB
Fig. wird so viel erwärmet, daß ein Theil der darin befindlichen Luft heraus tritt. Man steckt darauf das offene Ende B der Röhre in die im Gefäß CD enthaltene flüßige Masse. Wenn nun die Kugel erkältet, so wird ein Theil dieses im Gefäß CD enthaltenen Liquors in die Röhre hineintreten, weil die äussere Luft nun stärker darauf drückt, als die in der Kugel befindliche Luft, deren Federkraft nun schwächer ist,

wider-

widerstehen kan. Wenn man alles so einzurichten sucht, daß der Liquor bey temperirter Luft etwa bis an die Mitte H der Röhre steigt: so wird nachdem bey grösserer Wärme der Liquor fallen, und bey grösserer Kälte steigen. Der Liquor muß bey starker Kälte nicht frieren, deswegen vermischte man gemeines Wasser mit Scheidewasser. Damit aber dieser Liquor in der Röhre, die nur sehr eng seyn muß, desto besser zu erkennen sey, muste er gefärbt seyn. In solcher Absicht löste man in dem Scheidewasser Meßing auf, wovon das Wasser eine grüne Farbe erhielte. Man sehe des Herrn *Hennert* Traité des Thermometres a la Haye 1758. p. 3. 4. imgleichen folgende zu Amsterdam im Jahr 1688 bekannt gewordene Schrift: Traité des barometres, thermometres et Notiometres ou Hygrometres, deren Verfasser sich genannt hat.

48 §.

Ob diese Erfindung gleich sehr sinnreich ist, und dergleichen Thermometer geringe Veränderungen der Wärme bald anzeigen, indem die Federkraft der Luft leicht geändert wird: so thun dennoch diese Arten von Thermometer der Absicht kein völliges Genüge. Der Druck der äussern Luft auf die Oberfläche des Liquors im Gefässe CD ist bey einerley Wärme bald stärker, bald schwächer. Daher stehet der Liquor in der Röhre bey einerley Wärme nicht auf einerley Höhe, wenn die äussere Luft, das eine mahl stärker oder schwächer, als das andre mahl drückt. Hiezu kommt noch dies, daß der Liquor selbst von der Wärme ausgedehnt, und von der Kälte verdichtet wird. Man hat übrigens die äusserliche Einrichtung dieser Art

Thermometer verschiedentlich verändert, ohne doch diesem Fehler abzuhelfen. Leupold hat 10 verschiedene Arten davon im Theatr. Stat. III. §. 79., beschrieben, und gezeichnet. Am meisten Aehnlichkeit bekömmt es mit den jetzt gewöhnlichen Thermo-
122 metern, wenn die Röhre bey B wiederum aufwärts
Fig. gebogen, und bey C an derselben eine zweyte Kugel C angeschmolzen wird, die bey D offen ist. Diese Kugel C ist ohngefähr halb mit dem obbeschriebenen Liquor angefüllt, der sich in die Röhre BH begiebt, und wechselsweise sinkt; oder steigt, wenn in dem Raum AH Luft befindlich ist. Dies Thermometer kan man auf einer Tafel befestigen, und auf derselben willkührliche Abtheilungen anbringen. Unten wird die Einrichtung eines Luft-Thermometers beschrieben werden, worauf die Aenderungen in der Federkraft der äussern Luft keinen Einfluß haben.

49 §.

Bey dem Florentinischen Thermometer, welches seit der Mitte des vor. Jahrhunderts bekannt ist, und dessen Erfindung der Akademie der Wissenschaften zu Florenz zugeschrieben wird, daher es auch den Namen hat, bleibt die Luft ganz weg. Man fand, daß unter den übrigen bekannten flüßigen Massen, der Weingeist zwar nicht so stark, als die Luft, aber doch noch beträchtlich genug ausgedehnt werde, daß sein Steigen und Fallen in einer Röhre, wie AD in
120 der 120 F. die Veränderungen der Wärme anzeigen
Fig. könne. Dies Thermometer ward nach folgender Vorschrift eingetheilt. Man bemerkte die Stelle, wo es zu einer temperirten Jahrszeit, ohne den Sonnenstrahlen ausgesetzt zu seyn, stehen blieb. Um

diese Stelle zu finden, trug man es auch wohl in einen Keller. Bey dieser Stelle setzte man o, und brachte nachmahls aufwärts und unterwärts willkührliche Abtheilungen an, deren gewöhnlich 100 aufwärts, und ebenfalls 100 unterwärts gezehlt wurden. Jene nannte man die Grade der Wärme, diese die Grade der Kälte. Die Florentinischen Akademici richteten indessen die Thermometer nicht immer auf einerley Art ein. Man findet die Beschreibung davon in den Tentamin. Academiæ del Cimento p. 2. sqq. So gut diese Thermometer waren, die Veränderung der Wärme anzudeuten, so wenig war man im Stande mehrere dergleichen Thermometer zu machen, die bey einerley Wärme einerley Grade zeigten, so daß man hätte versichert seyn können, wenn dergleichen Thermometer an entfernten Orten einerley Grad zeigten, daß auch würklich die Wärme einerley sey. Endlich aber brachte ein geschickter Künstler Daniel Gabriel Fahrenheit aus Danzig gebürtig, der durch Verfertigung der Thermometer seinen Unterhalt suchte, dergleichen Thermometer zu wege, die bey einerley Wärme auch einerley Grade zeigten, und deren mehrere allemahl mit einander übereinstimmten.

50 §.

Anfangs füllte Fahrenheit seine Thermometer gleichfalls mit gefärbten Weingeist, und er nahm für die Grenze der grösten Kälte diejenige an, welche er in dem strengen Winter des Jahrs 1709 zu Danzig beobachtet hatte. Er fand, wenn er Schnee- und Salmiak-Salz zu gleichen Theilen vermischte, und die Kugel in dies Gemische setzte, daß der Liquor allemahl

lemahl in einerley Thermometer bis auf einerley Stelle fiel, und dies war grade diejenige, auf welche es bey der grösten Winter-Kälte des Jahrs 1709 gefallen war. Daher nahm Fahrenheit diese Stelle für die Grenze der grösten Kälte an, und bezeichnete sie auf der Tafel mit 0. Im Jahr 1680 hatte Halley schon vorgeschlagen, man solle statt des Weingeistes die Thermometer mit Queckſilber füllen. Diesem Vorschlage folgte Fahrenheit seit dem Jahr 1709. Um eine bestimmte Grenze der grösten Hitze zu erhalten, erwärmte er das Thermometer nach und nach, bis auf diejenige Hitze, bey welcher das Queckſilber zu kochen anfängt, und bemerkte dies auf der Tafel als den grösten Grad der Hitze, den das Thermometer anzeigen kan. Den Zwischenraum zwischen diesen beyden Grenzen der grösten Kälte, und grösten Hitze theilte er in 600 gleiche Theile; oder so genannte Grade, und brachte auf solche Art am ersten Thermometer zu wege, welche in allen Veränderungen mit einander übereinstimmen.

51 §.

Zu dieser Vollkommenheit sind die Fahrenheitischen Thermometer freylich nur nach und nach gelanget. Anfangs behielte Fahrenheit in kleinen Thermometern noch den Weingeist bey, und die an demselben angebrachte Tafel erstreckte sich von der vorhin angeführten Grenze der grösten Kälte bis zu dem Grade der natürlichen animalischen Wärme des Bluts. Dieser Zwischenraum war in 24 grössere Grade getheilt, und jeder dieser Grade in 4 kleinere, zusammen 96 Abtheilungen. Herr von Wolf beschreibet zwey mit Weingeist gefüllte, vom Fahren-

heit

heit selbst auf diese Art eingerichtete Thermometer im II Theil der nützl. Vers. V Cap. 71 §. und in den Actis Erud. v. J. 1714. S. 380. Fahrenheit hielte nach der Zeit die mit Queckſilber gefüllte Thermometer für besser. Und weil die grossen Thermometer mit der vorhin angeführten Tafel von 600 Graden, theils kostbar, theils bey Beobachtungen der Wärme der Luft nicht so groß nöthig waren; überdem auch bey manchen physicalischen Versuchen mit dem Thermometer kein grösserer Grad der Wärme; als bis auf die Hitze des kochenden Wassers, zu prüfen, vorkam: so verfertigte er kleinere mit einer Tafel von 212 Graden, von dem im 22 §. angeführten höchsten Grade der Kälte bis auf die Hitze des kochenden Wassers. Ob er nun gleich geglaubt hatte, der im Winter des Jahrs 1709 beobachtete Grad der Kälte sey vielleicht der höchste, den die Luft in dem gemäßigten Erdstrich annähme: so ward er doch in den folgenden Jahren eines andern überzeugt. Und daher erweiterte er seine Tafel auch unter 0, oder derjenigen Grenze, auf welche das Thermometer in dem mit Salmiak-Salz vermengten Schnee, stehen bleibt.

52 §.

Diese Art Thermometer beschreibt **Musschenbröck** Tentam. Exper. Nat. Acad. del Cimento p. 8. seq. und eben dieser Naturforscher legt in der Introd. ad Phil. Nat. T. II. §. 1567, und 1570 den Mercurial-Thermometern vor den mit Weingeist gefüllten, unter andern folgende Vorzüge bey. Der Weingeist verliere mit der Zeit sehr viel von seiner Flüßigkeit, und werde immer weniger von eben dem Grade der Wärme ausgedehnt, je älter er geworden.

Da-

Dagegen sey das wohlgereinigte Queckſilber dieſen Aenderungen gar nicht unterworfen. Aus eben dieſer Urſache hat Halley das Queckſilber angeprieſen. Philoſ. Transact. N. 197. Comm. Petrop. T. IX. p. 345. Hiezu kommt noch zweytens, daß das Queckſilber die Wärme geſchwinder, als der Weingeiſt annimmt, und daher die Queckſilber-Thermometer empfindlicher, als die mit Weingeiſt gefüllten ſind; und drittens, daß der Weingeiſt bey einem viel geringern Grade der Wärme, als die Hitze des kochenden Waſſers iſt, ſchon aufbrauſet, und in Dämpfe aufgelöſt wird.

Von dem Fahrenheitiſchen Thermometer findet man übrigens noch in folgenden Schriften Nachricht. *Martine* diſſertation ſur la chaleur avec des obſervations nouvelles ſur la conſtruction et la comparaiſon des Thermometres a Paris 1751. *Griſchow* Thermometra comparata accuratius atque harmonica in den Miſcellan. Berol. T. VI. N. V. p. 267.

53 §.

Um eben die Zeit, da die Fahrenheitiſchen Thermometer allgemein bekannt wurden, war in Frankreich auch der Herr von Reaumur damit beſchäftiget, dieſe Werkzeuge zu gröſſerer Vollkommenheit zu bringen. Er behielte den Weingeiſt bey, ſchwächte ihn aber mit Waſſer, wodurch er in den Stand geſetzt ward, einen gröſſern Grad der Wärme, bis auf die Hitze des kochenden Waſſers anzunehmen. Die dabey zu beobachtenden Regeln erklärt er ſelbſt in den Memoires de l' Acad. de Paris Ao. 1730. Nollet in den leçons de Phyſique exp. IV. T. Lect. XIV. preiſet dieſe Einrichtung ſehr an, wenigſtens in

Absicht des gemeinsten meteorologischen Gebrauchs. Es fällt ihm schwer, mit Halley und Musschenbroeck zu glauben, daß die Kraft, sich auszudehnen, und wieder zu verdichten, bey dem Weingeist sich mit der Zeit vermindern sollte. Er hat mit verschiedenen Thermometern 15 jährige Versuche angestellt, und keine Veränderung bemerken können. Er führt überdem das auf dem Königl. Observatorio seit mehr als 40 Jahren befindliche *de la Hirische* Thermometer, als ein Beyspiel an, und versichert, man habe dergleichen Veränderungen daran noch nicht wargenommen. Vielleicht ist diese Verschiedenheit der Erfahrungen in dem Umstande zu suchen, daß die von Halley und Musschenbroeck beobachteten Thermometer oben nach Art der Florentinischen offen, das de la Hirische aber, und die übrigen vom Nollet beobachteten, hermetisch sigillirt gewesen. In einem hat also der Weingeist ausdampfen, und also seine Masse selbst nach und nach kleiner werden können, welchem Fehler die letztern nicht unterworfen gewesen.

54 §.

Weil man bemerkt hat, daß selbst das Queckſilber mit der Zeit ausdämpfe: so muß, um dies zu verhindern, die Röhre der Queckſilber-Thermometer ebenfalls oben zugeschmolzen seyn. Hiebey aber kommt noch dieser Umstand in Betrachtung. Dafern man die Röhre bey A zuschmelzt (120 F.), wenn 120
der Liquor in der Röhre etwa bis H stehet; so bleibt Fig.
der Raum AH mit der natürlichen Luft angefüllt. Steigt nun der Liquor bey grösserer Wärme über H hinauf: so wird die zwischen A und H befindliche Luft in einen engern Raum gepreſt, und widersteht daher

der

der Ausdehnung des Liquors desto mehr, je höher er durch die Wärme hinauf getrieben wird. Dies könnte verursachen, daß der Liquor die Höhe nicht erreichte, zu welcher er steigen würde, wenn der Raum AH keine Luft enthielte. Soviel die Versuche lehren, lassen sich die gewöhnlichen Liquores, womit man die Thermometer füllt, nicht zusammen drücken, und also wäre noch die Frage, ob die zusammengepreste Luft in so fern hinderte, daß der Liquor die gehörige Höhe nicht erreichte. Allein sie wird wenigstens den Druck des Liquors auf die inwendige Fläche der Kugel vermehren, und weil diese aus einem sehr dünnen elastischen Glase bestehet: so wird der stärkere Druck ihren Umfang erweitern, und auf solche Art verursachen, daß der Liquor die gehörige Höhe nicht erreicht. Um diesen Fehler zu vermeiden, muß man so verfahren. Die Kugel wird so weit erhitzt, bis der Liquor bis oben an A steigt, und in diesem Augenblick wird die Oefnung bey A auf die gewöhnliche Art zugeschmolzen.

55 §.

Die übrige Einrichtung des Reaumurischen Thermometers kommt auf folgende Umstände an. Reaumur untersucht zuforderst den Punct C der Röhre, wo der Weingeist stehen bleibt, wenn die Kugel in ballenden Schnee, oder thauend Eis gesetzt wird, und hier setzt Reaumur die o. Dieser Punct heist der Gefrier- oder Aufthaue-Punct (punctum congelationis, vel regelationis), weil das Thermometer in freyer Luft diesen Grad zeiget, wenn es entweder so kalt wird, daß das Wasser zu frieren anfängt, oder, wenn es nach vorhergegangenen Frostwetter so

gelinde

gelinde wird, daß das Eis aufzuthauen anfängt. Hierauf sucht er das Verhältniß des inwendigen Raums der Kugel zum inwendigen Raum der Röhre, da dann zu merken ist, daß hier der Kürze wegen der untere Theil der Röhre BC mit zur Kugel gerechnet wird. Nachdem vorher die ledige Röhre gewogen ist, fülle man sie bis an einen gewissen Punct E mit Queckſilber, und wäge sie nochmahl so erfährt man nicht allein das Gewicht des noch von D bis C in der Kugel und Röhre befindlichen Queckſilbers; sondern auch das Gewicht, der in dem Theil der Röhre CE befindlich gewesenen Queckſilber-Säule. Das Verhältniß dieser Gewichte ist mit dem Verhältniß der Räume CD und CE einerley. Man kan demnach durch Hülfe der Regel Detri finden, wie viele solcher Theile den Raum CE ausmachen, wovon 1000 dem Raum CD gleich sind. Gesetzt dies wären 60 Theile: so muß man die Länge CE in 60 gleiche Theile eintheilen, vorausgesetzt, daß die Röhre durchaus von gleicher Weite sey.

Steigt nun der Liquor im Thermometer über die Höhe C hinauf: so zeigen die dabey gesetzten Abtheilungen, um wieviele tausend Theile desjenigen Raums, den der Liquor im ballenden Schnee einnimmt, die jetzige Wärme ihn ausgedehnt habe.

56 §.

Man wird finden, wenn der mit Wasser geschwächte und gefärbte Weingeist so zubereitet worden, wie es Hr. Reaumur am oben angeführten Orte vorschreibt, daß sich derselbe von dem Gefrierpunct bis zur Hitze des kochenden Wassers um $\frac{80}{1000}$ des Raums ausdehne, den er im ballenden Schnee ein-

nahm. Wenn demnach E der Punct der Hitze des siedenden Wassers ist: so bekommt die Tafel zwischen o und E, 80 so genannte Grade, die man denn auch unter C gegen die Kugel zu fortsetzt. Zehlt man demnach diese Grade von der o an unterwärts: so kan man sie in Absicht auf die vorigen, als negativ betrachten. Sie werden Grade der Verdichtung seyn, so wie jene Grade der Verdünnung des Liquors waren. Dies ist die wesentliche Einrichtung des Reaumurschen Thermometers, wodurch sich dasselbe von dem Fahrenheitischen, und den übrigen bekannten unterscheidet. Es ist daher das kein Reaumursches Thermometer, was mit Queckfilber gefüllt zwischen dem Gefrierpunct und dem Punct des siedenden Wassers 80 Grade hat. Denn keinesweges dehnt sich das Queckfilber von der Kälte des thauenden Eises bis zur Hitze des siedenden Wassers um $\frac{80}{1000}$ seines Umfangs aus. Diese Ausdehnung beträgt etwa nur $\frac{15}{1000}$ des Umfangs, wenn man aus den verschiedenen Bestimmungen der Naturforscher ein Mittel nennt.

57 §.

Hieran hat man wohl, bey Verfertigung der Vergleichungs-Tafeln verschiedener Thermometer sich nicht allemahl erinnert. (M. s. *de Bergen* Comment. de Thermometris mensuræ constantis Norimb. 1757. §. 27. *Hell* Ephem. Astron. A. 1764. p. 243 u. a. m.) Gewöhnlich setzt man mit den angeführten Schriftstellern den Unterscheid des Reaumürschen und Fahrenheitischem Thermometers blos in der verschiedenen Anzahl der Grade zwischen dem Gefrierpunct und der Hitze des siedenden Wassers; und in dieser Vor-

Voraussetzung kan man nur sagen, daß 80 Reaumürsche Grade mit 180 Fahrenheitischen einerley seyn, oder 1 Reaumürscher Grad $2\frac{1}{4}$ Fahrenheitische halte. Diese Vergleichung ist allein hinlänglich, wenn beyde Thermometer mit einerley Liquor, also entweder beyde mit geschwächten Weingeist, von einerley Zubereitung; oder beyde mit Queckſilber gefüllt sind. Wenn aber das Reaumürsche mit Weingeist, und das Fahrenheitische mit Queckſilber gefüllt ist: so ist diese Vergleichung keinesweges hinlänglich. Wenn nemlich ein Thermometer mit geschwächten Weingeist, das andre mit Queckſilber gefüllt ist, und man hat auf jedem den Gefrierpunct sowohl, als den Punct des siedenden Wassers gesucht; man hat ferner den Abstand beyder Puncte in eine gleiche Anzahl z. E. 80 Grade getheilt: so werden beyde Thermometer bey einerley Wärme dennoch keinesweges einerley Grade zeigen, weil die Ausdehnung beyder flüßigen Massen sich nicht nach einerley Gesetz richtet. Daher genügt es nicht, wenn ein Witterungsbeobachter anzeigt, das von ihm gebrauchte Thermometer sey ein Reaumürsches gewesen. Dies ist darum zweydeutig, weil es nun schon durch die Gewohnheit eingeführt ist, auch Queckſilber-Thermometer alsdenn Reaumürsche zu nennen, wenn sie zwischen dem Gefrier- und Siede-Punct in 80 Grade getheilt sind.

58 §.

Herr *de la Lande* gehet in diesem Stücke allen Beobachtern mit seinem Exempel vor, wenn er in seiner Connoiſſance des mouv. celeſtes die zu Paris auf dem Obſervatorio angeſtellten Beobachtungen des Thermometers anführt. Er unterläſt nicht zu

wiederholten mahlen zu erinnern, daß das Reaumürsche Thermometer, womit die Beobachtungen gemacht worden, mit Weingeist angefüllt sey. M. s. die Connoissance des mouv. celestes pour l'Année 1762 p. 212. A. 1764. p. 207. Will man also die von ihm erzehlten Beobachtungen nach der gewöhnlichen Vorschrift auf das Fahrenheitische reduciren: so giebt das Resultat nichts weiter, als die Zahl der Grade, die ein mit eben der Art des geschwächten Weingeistes gefülltes Thermometer zeigen würde, wenn es zwischen dem Gefrier- und Siedepunct in 180 Theile getheilt würde, und man um 32 solcher Grade unter dem Gefrierpunct zu zehlen anfienge. Aber es folgt nicht, daß ein Queckfilber-Thermometer eben so viele Grade würde gezeigt haben. Ein Beyspiel davon, wie weit man sich hier irren könnte, giebt folgende Beobachtung. Herr *de la Lande* erzehlt in der Connoiss. des mouv. celest. A. 1763. p. 207, man habe zu Paris im Jahr 1760 die gröste Hitze am 19 Jul. gegen 4 Uhr Nachmittags von 32 Graden nach dem Reaumürschen Thermometer beobachtet. Reducirt man dies nach der gewöhnlichen Art aufs Fahrenheitische Thermometer: so erhält man $32 \times 2\frac{1}{4} + 32 = 104$ Fahrenh. Grade. Nun zeigt das Fahrenheitische Thermometer bey der animalischen Wärme des Bluts nur 96 Grade; also könnte man verführt werden, zu glauben, es sey zu der angeführten Zeit um 8 Fahrenheitische Grade wärmer gewesen. Allein das Reaumürsche Thermometer muß bey der animalischen Wärme schon $32\frac{1}{2}$ Grade zeigen (Nollet Leçons de Phys. Exp. T. IV. Lect. XIV.) Daher hat würklich die Luft noch nicht einmahl völlig den eigentlichen Grad der animalischen

lischen Wärme gehabt. Hieraus ergiebt von selbst, daß man entweder ein andres Thermometer durch das Reaumürsche verstehen müsse, als Reaumür selbst angegeben hat: oder daß man auch gar keine Vergleichung zwischen dem Fahrenheitischen und Reaumürschen anstellen könne, bevor man die Gesetze kennt, nach welchen sowohl das Queckſilber; als auch der gefärbte Weingeist sich bey veränderter Wärme ausdehnt. Braun hat im VII Tom. Nov. Comm. Petrop. eine Vergleichungstafel mitgetheilt. In derselben ist das Reaumürsche Original-Thermometer von dem mit Queckſilber gefüllten gehörig unterschieden.

59 §.

Wenn Reaumür bey seinen Thermometern dem Weingeist den Vorzug vor andern flüßigen Massen einräumte: so geschahe es vornemlich aus folgenden Ursachen. Einmahl dehnt sich der Weingeist bey eben der Wärme viel stärker aus, als das Queckſilber, und daher kan die Röhre bey eben der Kugel weiter seyn, als wenn man das Queckſilber erwählt, ohne daß die Abtheilungen sehr klein ausfallen. Ferner ist das Queckſilber in engen Röhren, die man bey demselben, dafern die Kugel nicht sehr groß seyn soll, erwählen muß, schwer zu erkennen. Aber den Weingeist kan man so dunkel färben, als man will, und dadurch sehr kenntlich machen. Weil nun das Reaumürsche Thermometer nach des Erfinders Absicht nur vornemlich zu meteorologischen Beobachtungen dienen sollte: so konnte der geschwächte Weingeist genügen, wenn er gleich keinen grössern Grad der Hitze als des kochenden Wassers, anzunehmen fähig, auch der Gefahr, bey recht strenger Kälte zu

erfrieren, (die jedoch in den gemäßigten Erdstrichen nicht zu besorgen ist), ausgesetzt war. Bey solchen Versuchen haben demnach die Queckſilber-Thermometer einen unstreitigen Vorzug, bey welchen man höhere Grade der Hitze, als des siedenden Wassers, und weit strengere Grade der Kälte, als des mit Salmiak vermengten Eises prüfen will. Herr *de l'Isle* behielte in solcher Absicht das Queckſilber bey, gedachte aber übrigens darauf, an seinem Thermometer eine Tafel anzubringen, die wie die Reaumürsche, keine willkührliche Abtheilungen zwischen zweenen sonst bekannten Puncten enthielte, sondern vielmehr gleichfalls zeigte, um wieviele Theile des ganzen Umfangs, den die ganze Masse Queckſilber bey einer bestimmten Temperatur ausfüllt, dieselbe Masse bey einer grössern Wärme oder Kälte ausgebreitet oder verdichtet würde. Er bringt zu dem Ende das Thermometer in die Hitze des siedenden Wassers, und untersucht, um wieviele Theile seiner ganzen Masse, das Queckſilber sich verdichte, wenn es hierauf in ballenden Schnee gesetzt oder sonst in eine andre bekannte Temperatur gebracht wird. Hiebey setzt er voraus, daß man dies in solchen Theilen suche, wovon 10000, oder auch wohl 100000 die ganze Masse ausmachen.

60 §.

Nach seiner Vorschrift wird die Sache so bewerkstelliget. Man füllet Kugel und Röhre mit wohl gereinigtem Queckſilber bis an das äusserste Ende der Röhre. Bey dieser Arbeit muß man sich in einem solchen Zimmer befinden, und man muß sie zu einer solchen Zeit vornehmen, daß man versichert

seyn kan, die Temperatur der Luft werde sich in der kurzen Zeit nicht merklich ändern, die zu der ganzen Arbeit nöthig ist. Ist das leere Thermometer nun vor dem Füllen gewogen worden; und man wiegt nunmehr das angefüllte: so kennet man das Gewicht des in demselben befindlichen Queckſilbers. Endlich bringt man das Thermometer nach und nach in die Hitze des siedenden Wassers, fängt mit aller Sorgfalt das aus der Röhre heraustretende Queckſilber auf, und wiegt es gleichfals. Wenn nun das Queckſilber, nachdem das Thermometer in die vorige Temperatur gebracht worden, bis in H fällt: so weis 120
man das Verhältniß der Räume AH und AD, wel- Fig.
ches mit dem Verhältniß, der in diesen Räumen bey einerley Temperatur, befindlich gewesenen Gewichte des Queckſilbers, einerley ist. Demnach läst sich durch die Regel Detri finden, wieviele solcher Theile der Raum AH enthält, deren 10000 den Raum AD ausmachen. In eben so viele Theile nun, als man durch die Regel Detri für den Raum AH herausbringt, wird dieser Raum getheilt, und man schreibt oben bey A die 0, so, daß man von A nach H unterwärts zehlt. Diese Theile trägt man auch unter H fort, so weit man es für nöthig findet. Auf solche Art zeigt nun das Thermometer jedesmahl, um wieviele zehntausend Theile seiner ganzen Masse das mit dem siedenden Wasser gleich stark erhitzte Queckſilber, von einer Wärme verdichtet werde, die geringer, als die Hitze des siedenden Wassers ist. M. s. Miscel. Berol. Contin. II. p. 343. *de l'Isle* Memoires pour servir a l'histoire et au progres de l'Astronomie à Petersb. 1738. *de la Lande* Connoiss. des mouv. celest. A. 1764. p. 208 seq. *Hennert* Traité des Thermometres p. 97. seq. 61 §.

61 §.

Wenn man genau weis, um wieviele Theile seiner ganzen Masse das mit dem siedenden Wasser gleich stark erhitzte Queckſilber verdichtet werde, wenn es bis auf die Kälte des thauenden Eises abgekühlet ist: so läst sich eine Vergleichung zwischen dem Fahrenheitischen und Delisischen Thermometer anstellen. Fahrenheit hat gefunden, wenn das Queckſilber von der Kälte des thauenden Eises bis zur Hitze des siedenden Wassers erwärmet werde, daß es sich um 180 solcher Theile ausdehne, wovon 11156 die ganze Masse ausmachen. M. s. Muſſchenbröck Introd. ad Phil. Nat. §. 1569. v. Segners Naturlehre §. 332. Wenn demnach der Raum des in der Hitze des siedenden Wassers befindlichen Queckſilbers 11336 Theile hält: so wird es um 180 solcher Theile, durch die Abkühlung bis auf die Kälte des thauenden Eises verdichtet. Die Regel Detri giebt 11336:180 = 10000:158. Also würde das Delisische Thermometer von dem Punct des siedenden Wassers bis zum Punct des thauenden Eises, 158 Grade zehlen. Allein nach den Erfahrungen anderer ist die Verdichtung nicht völlig so stark. Nach dem Nollet Leçons de Phyſique exp. T. IV. Lect. XIV. Exp. III. wird das Queckſilber von der Kälte des Eises bis zur Hitze des siedenden Wassers nur um 14 tausend Theile seiner Masse ausgedehnt. Die Regel Detri würde demnach 1014:14 = 10000:138 geben, und man hätte zwischen den beyden bemerkten Grenzen nur 138 Theile. Das Mittel zwischen beyden Zahlen wäre 148, und gewöhnlich nennt man die Zahl 150. Nach dem de l'Isle selbst sind es 153, so daß nach dem Delisischen Thermometer der Gefrier-

punct

punct in den 150sten oder eigentlich den 153sten Grad fällt. M. s. *Hell* Ephem. Astron. A. 1764. p. 243. sq. *de la Lande* Connoiss. des mouv. celest. A. 1762. p. 144. *Grischow* Miscellan. Berol. T. VI p. 275. setzt für diese Grenze 146 bis 148 Grade des Delislischen Thermometers, welches aber Hennert Traité des Thermometres p. 167. als unrichtig verwirft, und dafür 153 setzt.

Behält man die Zahl 150 bey: so werden 180 Fahrenheitische Grade, 150 Delislischen gleich seyn, oder 6 Fahrenheitische 5 Delislischen. Zeigte also das Delislische 106 Grad, und man wollte den übereinstimmigen Grad des Fahrenheitischen wissen: so müste man die Rechnung so führen. Von 150 abgezogen 106 läst 44. Ferner $5:6 = 44:52\frac{4}{5}$. Hiezu 32 addirt, giebt $84\frac{4}{5}$ Fahrenheitische Grade. Weil diese Arten von Thermometern mit einerley Liquor angefüllet werden: so fallen hier die Erinnerungen weg, welche oben bey Vergleichung des Reaumürschen mit dem Fahrenheitischen nöthig waren.

Nach Musschenbröcks Vergleichung Introd. ad Phil. Nat. §. 1568. p. 629. harmonirt der 210 Grad des Delislischen Thermometers mit dem 40 Grade unter 0 des Fahrenheitischen. Also wären 210 Delislische Grade = 252 Fahrenheitischen, welches mit der vorigen Vergleichung übereinkommt. Weil aber eigentlich das Delislische Original-Thermometer den 153 Grad im Gefrierpunct hat, so sind 180 Fahrenheitische Grade 153 Delislischen, oder 20 Fahrenheitische 17 Delislischen Graden gleich, so daß man das vorige Exempel so rechnen müste. Von 153 abgezogen 106 läst 47. Ferner $17:20 = 44:51\frac{13}{17}$. Hiezu 32 addirt giebt $83\frac{13}{17}$ Fahrenh. Grade.

62 §.

Die bisher beschriebenen Arten der Thermometer sind die bekanntesten, und es sind auch jetzt noch die drey letzten, nemlich das Fahrenheitische, Reaumürsche und Delislische, die gebräuchlichsten. Nur ist dabey dies zu bemerken, wie es gegen die erste Einrichtung Reaumürs fast durchgängig eingeführt sey, daß man durch ein Reaumürsches ein mit Queckfilber gefülltes Thermometer verstehe, dessen Tafel zwischen dem Gefrier- und Siede-Punct des Wassers in 80 gleiche Theile getheilt ist. Wenn man alles genau nehmen will; so sind diese Thermometer noch verschiedenen Mängeln unterworfen, die man zu bestimmen, gar nicht im Stande ist, und denen man auch schwerlich abhelfen wird. Die Wärme dehnt nemlich nicht allein den Liquor; sondern zugleich die Kugel und Röhre, etwas aus. Daher steht z. E. bey der grösten Sommer-Hitze das Thermometer etwas niedriger, als es stehen würde, wenn die Kugel und Röhre eben die Grösse behielten, die sie bey der grösten Winter-Kälte hatten. Daß würklich das Glas solchen Veränderungen unterworfen sey, davon kan man sich unter andern durch folgenden Versuch versichern. Man senke ein Thermometer schnell in einen viel wärmern Liquor, als die äussere Luft ist: so wird das Queckfilber anfangs einige Grade fallen, und gleich darauf steigen. Setzt man aber das Thermometer in einen viel kältern Liquor, als die äussere Luft ist; so steigt das Queckfilber im ersten Augenblick einige Grade, und fällt bald darnach. Man wird diese Erscheinung vornemlich alsdenn wahrnehmen, wenn die Kugel aus einem etwas dicken Glase bestehet, und sie rührt ohne Zweifel daher,

her, weil das Glas von der Wärme oder Kälte schneller, als das darin befindliche Queckſilber, ausgedehnt, oder verdichtet wird. M. ſ. Hiſt. de l'Acad. de Paris A. 1705. p. 12. und 128. Comment. Petrop. T.III. p. 242.

Hiezu kommt noch dies, daß nach den Geſetzen der Hydroſtatik die Kugel von dem liquor deſto ſtärker gedruckt wird, je höher er in der Röhre ſteigt. Weil aber die Kugel aus einem ſehr dünnen elaſtiſchen Glaſe beſtehet, welches einem ſtärkern Druck mehr nachgiebt; ſo wird auch aus dieſer Urſache der liquor bey zunehmender Wärme niedriger ſtehen, als wenn die Geſtalt der Kugel ganz unveränderlich dieſelbe bliebe, die ſie in der gröſten Kälte war. Wenn übrigens Thermometer ſolche Werkzeuge ſeyn ſollen, die dazu dienen, eine gegebene Wärme mit einer andern, als der Einheit zu vergleichen, und die Gröſſe jener gegen dieſe durch eine Zahl auszudrücken: ſo verdienen alle bisher beſchriebene Thermometer dieſen Namen mit Unrecht. Sie dienen nur zu erkennen, ob eine Wärme gröſſer, oder kleiner, als die andre ſey, und ob dieſer Unterſcheid viel oder wenig betrage. Daher hat der Hr. v. Wolf nebſt andern, dieſe Werkzeuge lieber Thermoſcopia nennen wollen.

63 §.

Bey dem allen haben doch dieſe Werkzeuge in vieler Abſicht einen ungemeinen Nutzen. Bevor man Thermometer hatte, war man gar nicht im Stande, von der Temperatur der Luft zu urtheilen; noch weniger konnte man ſich getrauen, ſonſt in andrer Abſicht einen beſtimmten Grad der Wärme zuwege zu bringen, ohne der Gefahr ausgeſetzt zu ſeyn, daß

man

man der Sache zu viel, oder zu wenig gethan habe. Der Naturkundiger und Scheidekünstler arbeitet nach der Anleitung, die ihm das Thermometer giebt, mit mehrerer Gewißheit und bessern Erfolg, und der Meßkünstler wird dadurch in den Stand gesetzt, es zu einem sehr hohen Grad der Schärfe und Richtigkeit bey seinen Messungen zu bringen, weil ihm die Fehler nun nicht mehr verborgen bleiben, die von den Veränderungen der Werkzeuge wegen geänderter Temperatur der Luft herrühren. Wenn man hiemit zugleich den mediciniſchen, diätetiſchen und öconomiſchen Nutzen dieſer Werkzeuge verbindet, vermöge deſſen man in Krankenzimmern, in Wohnzimmern, in Gewächshäuſern, die in jedem Fall zuträgliche Temperatur zuwege bringen kan: ſo wird man kein Bedenken tragen, dieſen Werkzeugen in der Claſſe der gemeinnützigen Erfindungen eine vorzügliche Stelle einzuräumen. Es iſt hier zwar eigentlich der Ort nicht, alle Entdeckungen zu erzehlen, wozu die Thermometer Gelegenheit gegeben haben. Indeſſen werden folgende Nachrichten dazu dienen, über die Stärke der Hitze und Kälte deſto beſſer zu urtheilen, die das Thermometer in dieſem, oder jenem beſondern Fall anzeigt.

64 §.

Das Fahrenheitiſche Thermometer zeigt 32 Grad beym angehenden Froſt- oder Thau-Wetter, nachdem es im Steigen oder Fallen dieſe Grenze erreicht. Wenn es 48 Grad beym Steigen erreicht hat: ſo iſt die Luft ſchon leidlich temperirt. Beym 60 Grad fängt die Sommer-Wärme an, und es iſt auch im Winter die Temperatur von 60 bis 66 Grad für die eingeheizten Zimmer der Geſundheit am zuträglichſten.

sten. Eben diese Wärme erfordern die Orangen-Bäume im Winter, und man muß es auch selbst im Krankenzimmer nicht über 66 Grad steigen lassen. Bey einer Wärme von 72 Graden brüten die Seidenwürmer aus. In den hiesigen Gegenden erreicht es bey der grösten Sommerhitze gewöhnlich 84 bis 86 Grad, wenn es nemlich im Schatten hängt. Im warmen Blute lebendig aufgeschnittener Thiere zeigt es 96 Grad, und eben diese Höhe erreicht es, wenn der Mensch die Kugel an die wärmsten bedeckten Theile seines Körpers bringt. Zur Ausbrütung der Hüner-Eyer wird eine Wärme von 100 Grad erfordert. Eine grössere Wärme müssen auch warme Bäder nicht haben, ob man gleich im Wasser, wenn es bis auf 124 Grad erhitzt ist, noch ohne Verletzung die Hand halten kan. Bey einer Wärme von 140 Graden schmelzt Wachs, und eine Hitze von 180 Grad bringt rectificirten Weingeist zum kochen, wie die Hitze von 212 Graden das Wasser. Oele kochen nur allererst bey einer Hitze von 600 Graden, so wie das Queckſilber.

65 §.

Bey der grösten Winterkälte fällt es in den hiesigen Gegenden gewöhnlich, auf 10 bis 8 Grad. Doch ist das eben noch keine ausserordentlich ungewöhnliche Kälte, wenn das Thermometer bis auf 0 fällt. Nur pflegte diese Kälte ordentlicher Weise nur einige Tage anzuhalten. Ist die Kälte von längerer Dauer, so ist es für die hiesigen Gegenden schon ein strenger Winter, und er wird schon ausserordentlich strenge, wenn das Thermometer 6 bis 8 Grad unter 0 fällt, wie im Januar des Jahrs 1767 unterschiedliche mahle geschahe. Bey so scharfer und noch etwas

schärferer Kälte pflegte gemeiner Brandtwein, und geschwächter Weingeist schon zu gefrieren, daher die Queckſilber-Thermometer allein gebraucht werden können, noch höhere Grade der Kälte zu unterſuchen. Im Jahr 1759 am 26 Dec. a. St. iſt zu Petersburg das Thermometer auf 40 bis 43 Grad, (Comm. Nov. Petrop. T. X. p. 362.) und zu Tornea, wie Hr. v. Meauperruis berichtet (Figure de la Terre p. 58.) bis auf 52 Grad unter o gefallen, da auch die mit Weingeiſt gefüllten Thermometer gefroren ſind. In Siberien fällt es zuweilen bis 88 Grad unter o. Ja Hr. Gmelin erzehlt in der Vorrede zu ſeiner Flora Siberica, es habe am 5ten Jan. des Jahrs 1735 frühe um 6 Uhr zu Jeniſea 126 Grad unter o geſtanden. Man würde wohl nicht leicht vermuthet haben, daß ſelbſt das Queckſilber durch die Kälte ſo verdichtet werden könne, daß es dadurch in ein feſtes Metall, wie Waſſer in Eis verwandelt würde, wenn nicht die Verſuche mit dem Thermometer veranlaſſet hätten, daß man dieſe Entdeckung gemacht hätte. Es war im December des Jahrs 1759, als verſchiedene Mitglieder der Rußiſch-Kayſerlichen Academie zu Petersburg, nemlich die Herrn Braun, Aepinus, Lomonoſow, Kruſius, Zeiher, Model über die künſtliche Kälte Verſuche anſtellten, die man durch eine Vermiſchung von Schnee mit allerhand Salzen, und corroſiviſchen Liquoren zuwege bringt. Man vermiſchte unter andern Schnee mit rauchenden Salpetergeiſt, und das Queckſilber fiel, da man die Kugel in dieſe Maſſe ſetzte, bis auf 390 Grad unter o, oder 500 Grad unter dem Siedepunct nach der Deliſliſchen Abtheilung. Es ward hierauf zu einem feſten Metall, und da man die Ku-

gel zerbrochen hatte, ließ es sich mit dem Hammer zu einer dünnen Platte schlagen. In der freyen, damals sehr kalten Luft nahm es seine Flüßigkeit wieder an, nachdem 20 Minuten Zeit verflossen waren. M. s. Braun de admirando frigore artificiali, quo mercurius congelatus est. Petrop. 1760.

66 §.

Es sind nicht allein die flüßigen Körper von der Beschaffenheit, daß sie von der Wärme ausgedehnt, und von der Kälte verdichtet werden. Auch feste Körper dehnen sich bey grösserer Wärme aus, und nehmen erkältet einen kleinern Raum ein. Weil es bey vielen practischen Arbeiten, vornemlich bey genauen Messungen sehr darauf ankommt, die Grösse der Veränderungen zu kennen, welche die festen Körper von der Wärme und Kälte leiden; so ist man darauf verfallen, solche Werkzeuge von Metall zu verfertigen, womit man die in solcher Absicht dienlichen Versuche anstellen kan. Diese Werkzeuge heissen Pyrometer. Ihre Einrichtung kommt darauf an. Eine metallene Stange wird mit einem Räderwerk so verbunden, daß sie vermittelst desselben einen Zeiger drehet, indem sie durch die Wärme verlängert wird. Musschenbroeck beschreibt ein solches Pyrometer in den Tentam. Exper. Nat. Acad. del Cimento P. II. p. 12. sqq. und noch eine andre Einrichtung desselben in der Introd. ad Phil. Nat. § 1527 p. 610. Vermittelst des ersten ließ sich eine Verlängerung der Stange von $\frac{1}{1250}$ ja von $\frac{1}{2500}$ eines Rheinländischen Zolles unterscheiden. Man hat auch in Engelland ähnliche metallene Thermometer gemacht, die so eingerichtet sind, daß vermittelst ei-

nes

nes Räderwerks kleine Veränderungen der Wärme sehr kenntlich werden. Cronwell Mortimer machte seine Erfindung im Jahr 1746 und 47 in den Transact. Angl. bekannt. Eben dergleichen Thermometer sind zu Reinharz in Obersachsen unter der Aufsicht des Churfächsischen Herrn Geh. Raths des H. R. R. Grafen von Löser in grosser Vollkommenheit verfertiget worden, von deren Einrichtung Herr Prof. Titius nach des Herrn Grafen eigener sehr schönen Zeichnung in folgender Schrift Nachricht giebt. Thermometri metallici ab inventione Comitis *Loeseri* descriptio Auct. Titio Lipf. 1765. Im Tom. IX. Comment. Nov. Petrop. hat Hr. Zeiher eine neue Einrichtung eines solchen metallenen Thermometers angegeben.

67 §.

Wenn man mit der bisherigen Anleitung zum Gebrauche der Thermometer dasjenige verbindet, was im V und VI Abschnitt der Hydrostatik von der eigenen Schwere, der flüßigen sowohl als der festen Körper, ist ausgeführet worden: so ergiebt sich daraus, wie nothwendig es sey, daß die Körper, deren eigene Schweren man vergleichen will, unter einerley Wärme verglichen werden, weil jeder Körper bey zunehmender Wärme specifisch leichter wird, als zuvor. Man vergleiche hiemit den 48 §. der Hydrostatik. Daß diese Veränderung der eigenen Schwere der Körper allerdings beträchtlich sey, beweisen die Versuche, welche Homberg und Eisenschmidt angestellet haben. Musschenbroeck theilt im 1417 §. 562 S. der Introd. ad Phil. Nat. folgende Versuche aus dem Eisenschmidt mit.

Ein

Ein Pariser Cubic-Zoll	hat gewogen im Sommer Unz.	Dr.	Gr.	im Winter Unz.	Dr.	Gr.
Queckſilber	7	1	66	7	2	14
Vitriol-Oel	0	7	59	0	7	71
Vitriol-Geiſt	0	5	33	0	5	38
Salpeter-Geiſt	0	6	24	0	6	44
Salz-Geiſt	0	5	49	0	5	55
Aquafort	0	6	23	0	6	35
Eßig	0	5	15	0	5	21
Deſtillirter Eßig	0	5	11	0	5	15
Weingeiſt	0	4	32	0	4	42
Kuhmilch	0	5	20	0	5	25
Fluß-Waſſer	0	5	10	0	5	13
Brunnen-Waſſer	0	5	11	0	5	14
Deſtillirtes Waſſer	0	5	8	0	5	11

Es iſt zu merken, daß hiebey diejenige Eintheilung der Pariſer Unze zum Grunde liege, welche im 200 § der Rechenkunſt angeführt iſt, vermöge welcher ein Scrupel in 24 Gran, alſo ein Drachma in 72, und die Unze in 576 Gran getheilt wird. Wären nach einem richtigen Thermometer die Grade der Wärme und Kälte angemerkt: ſo würden dieſe Verſuche noch nützlicher ſeyn.

68 §.

Fahrenheit hat gefunden, daß ſich die Maſſe des Queckſilbers von der Kälte des thauenden Eiſes bis zur Hitze des ſiedenden Waſſers, um 180 ſolcher Theile ausdehne, wovon 11156 die ganze Maſſe ausmachen (61 §.) und dies beträgt etwa den 62 Theil der Maſſe. Setzt man dieſe Erfahrung als richtig voraus: ſo läſt ſich nun dasjenige ergänzen,

was oben in der Lehre vom Barometer (43 §.) noch unvollständig bleiben muste; nur wird dabey vorausgesetzt, daß man denjenigen Grad der Wärme genau kenne, bey welchem die eigene Schwere des Queckfilbers ist gesucht worden. Man kan alsdenn die jedesmahl beobachtete Barometer-Höhe, auf diejenige reduciren, auf welche das Queckfilber bey derjenigen Wärme würde gestiegen seyn, unter welcher man die eigentliche Schwere gesucht hat. Hier sind nun freylich die Naturforscher bisher noch nicht sorgfältig genug zu Werke gegangen. Bey denen, die ich habe nachschlagen können, finde ich den Grad der Wärme nicht angemerkt, bey welchem sie das Gewicht eines Cubikzolles Queckfilber gesucht haben. Musschenbröck hat die eigene Schwere der von ihm geprüften Körper im April, Julius, und August-Monath gesucht (Introd. ad Phil. Nat. §. 1415) gesteht aber im 1417 §., daß er anfangs nicht aufs genaueste auf den Grad der Wärme, und andre hieher gehörige Umstände gesehen habe. In der That scheinet auch eine so grosse Sorgfalt in Versuchen von der Art unnöthig zu seyn, die der Naturforscher nur in der Absicht aufzeichnen will, damit sie andern zur Nachricht dienen sollen, von dem Verhältniß der eigenen Schwere verschiedener Körper zu urtheilen. Dergleichen Versuche dienen nur beynahe als Regeln, weil die einzelnen Stücke von jeder Art gewiß noch in Ansehung der Dichtigkeit, um ein geringes unterschieden sind, und man wird schwerlich behaupten können, daß zwey Stücke Metall von einerley Art, bey völlig einerley Wärme, völlig einerley Dichtigkeit haben. (Mollet Leçons de Phyf. exp. T. II. Lect. VIII.) Wer sich demnach darauf völlig verlassen will, daß

die

die Rechnungen richtig sind, welche er auf die von ihm beobachteten Barometer-Höhen bauet, der muß die eigene Schwere des Queckſilbers, womit er sein Barometer füllet, bey einem bestimmten Grade der Wärme selbst suchen.

69 §.

Um nun ein Beyspiel zu haben, wie man bey der Rechnung zu Werke gehen müsse, nehme man nach Musschenbroecks Versuchen an, ein Rheinl. Cub. Fuß Queckſilber wäge 859 Pf. 8 Unz. Troy-Gewicht (35 §) und zwar sey dies die eigene Schwere des Queckſilbers in einer Wärme von 60 Graden nach dem Fahrenheitischen Thermometer: so enthält bey dieser Wärme der Umfang dieser Masse Queckſilber 11184 solcher Theile, wovon der Umfang eben dieser Masse nur 11156 Theile enthält, wenn das Queckſilber bis auf die Kälte des thauenden Eises erkältet ist. Demnach würde bey diesen Voraussetzungen, die im 35 §. angestellte Berechnung des Drucks der Luft nur alsdenn richtig seyn, wenn das Fahrenheitische Thermometer 60 Grad zeigt, und in allen andern Fällen einer Verbesserung bedürfen. Gesetzt, das Barometer steht auf 28 Zoll bey einer Kälte von 32 Fahrenheitischen Graden: so ist der Druck der Luft etwas stärker, als 2005 Pf. 8 Unzen. Denn dies wäre der Druck einer 28 Zoll hohen Säule, bey einer Wärme von 60 Graden. Man findet aber leicht nach der Regel Detri, wie viel höher diese Säule in der Wärme von 60 Graden seyn würde, wenn man schliest 11156 : 11184 = 28 Zoll zur vierten Zahl 28.07 Zoll. Nun drückt eine Säule von 1 Zoll Höhe auf 1 Quadrat-Fuß mit einem Gewicht

von 71 Pf. 10 Unzen in der Wärme von 60 Grad. Folglich ist der Druck einer Säule von 0,07 Zoll Höhe = 5 Pf. 022 Unz. und der wahre Druck der Atmosphäre auf 1 Quadratfuß bey 32 Fahrenheitischen Graden, und der Barometer-Höhe von 28 Zoll, ist 2010 Pf. 8,22 Unz.

Delisle bringt daher die jedesmahlige Barometer-Höhe auf diejenige, die es bey eben dem Druck der Luft erreichen würde, wenn das Queckſilber bis auf den Grad der Wärme des ſiedenden Waſſers erhitzt wäre. Stünde z. E. das Barometer auf 28 Zoll, wenn das Delisliſche Thermometer 150 Grad zeigt, alſo das Queckſilber um $\frac{15}{100}$ oder $\frac{3}{200}$ ſeiner Maſſe verdichtet iſt, ſo wird auch die Barometer-Höhe um $\frac{3}{200}$ niedriger ſeyn, als ſie bey der Hitze des ſiedenden Waſſers wäre. Man muß alſo $\frac{3}{200}$ 28 Zoll oder $\frac{84}{50}$ Zoll, d. i. $5\frac{1}{25}$ Lin. zur Höhe von 28 Zoll addiren, um diejenige zu haben, auf welcher das Queckſilber in der Hitze des ſiedenden Waſſers ſtehen würde. Um nun daraus auf den Druck der Luft zu ſchlieſſen, muß man wiſſen, wie ſchwer ein Cubicfuß Queckſilber ſeyn würde, wenn es bis auf eben den Grad der Wärme erhitzt wäre.

70 §.

In der That iſt es mühſam, dieſe Correctionen in jedem beſondern Fall zu ſuchen; und eben dies hat veranlaſſet, daß man darauf bedacht geweſen iſt, die Abtheilung auf der Tafel des Barometers ſo einzurichten, daß dieſe Correctionen dabey in Betrachtung gezogen werden, damit das Barometer den jedesmahligen Druck der Luft unmittelbar zeige, und man der Rechnung überhoben ſeyn könne. Eine ſol-

Einrichtung hat Hr. M. C. F. Ludolff in einer Abhandlung: Maniere de construire une echelle de barometre, qui indique directement la veritable pression de l'air, et qui corrige les defauts causés par les alterations que la chaleur de l'air fait eprouver au mercure angegeben. Sie stehet in der Histoire de l'Academie de Berlin A. 1749. p. 33. und es wird der Mühe nicht unwerth seyn, diese in der That sehr sinnreiche Einrichtung hier näher zu beschreiben. Sie verdienet, daß sie von geschickten Künstlern zu ihrer Vollkommenheit gebracht werde, und daß man vornemlich die Richtigkeit der vom Hrn. Ludolf gebrauchten Voraussetzungen durch genaue Versuche prüfe.

§. 1

Seine erste Voraussetzung gründet sich auf Amontons Versuch (Histoire de l'Acad. de Paris A. 1704) vermöge dessen das Queckſilber sich um $\frac{1}{113}$ seines Umfangs ausdehnen soll, wenn es aus der grösten Winter-Kälte, in die grösste Sommerhitze gebracht wird. Er nimmt ferner für die grösste Winterkälte diejenige an, bey welcher das Reaumürsche Queckſilber-Thermometer 14 Grad unter o stehet, und für die grösste Sommerhitze, diejenige, bey welcher es 22 Grad über o steigt. Dies wären nach dem Fahrenheitischen Thermometer etwa die Grenzen von o Grad, bis 82 Grad. Dividirt man aber 11124 durch 82: so giebt dies den Quotienten 135, so daß nach Fahrenheits Beobachtung die Ausdehnung des Queckſilbers zwischen diesen Grenzen nicht so viel, sondern etwa nur $\frac{1}{135}$ des ganzen betragen würde. Nach Fahrenheits Versuchen würde man diese Grenzen etwas erweitern, und von o Grad, bis auf 96

Grad, also nach der Reaumürschen Scale bis auf 28 Grad über o erstrecken müssen.

Das Queckſilber selbst nimmt Hr. Ludolf 13½ mahl schwerer, als Wasser an, und setzt den Rheinl. Cubicfuß Wasser 64 Pf. 7 Unz. 2 Drachm. schwer. Dies sind die Zahlen, welche Hr. v. Wolf nach dem Apotheker-Gewichte gefunden hat (Hydrost. 49 §.). Vermöge dieser Vorausſetzung wiegt ein Cubicfuß Queckſilber 870 Pf. 1 Unz. 7 Drachmen, und ein Cubiczoll Queckſilber 8 Unzen 27 Gran. Weil nun die Versuche der Naturforscher über die eigene Schwere der Körper bey mittelmäßiger Wärme geschehen: so nimmt er an, es sey das angeführte Gewicht eines Cubicfusses Queckſilber die eigene Schwere desselben bey 13 Grad Wärme, nach dem Reaumürschen Thermometer. Nun hat man zu Berlin die gröſte Barometer-Höhe von 29 Zoll 7 Linien, und die kleinste von 27 Zoll 2 Linien beobachtet. Wäre also beydes bey einer Wärme von 13 Graden geschehen, so wäre der Druck der Atmosphäre auf 1 Quadratzoll im ersten Fall, 14 Pf. 14 Unz. 2 Dr. 38 Gr. und im zweeten Falle 13 Pf. 10 Unz. 6 Dr. 53 Gran.

Statt dieser beyden Höhen sucht Hr. Ludolf ein paar andre, bey welchen einmahl der Druck grade 14 Pf. 15 Unz. und hiernächst grade 13 Pf. 11 Unz. beträgt. Da nun eine Queckſilber-Säule auf einem Quadratzoll, in der Höhe von 1 Zoll, 8 Unzen 27 Gran; oder 3867 Gr. wiegt: so giebt die Rechnung 3867 Gr: 14 Pf. 15 Unz. = 1 Zoll zur vierten Zahl 29 Zoll 7,99 Linien, oder fast 29 Zoll 8 Lin. Herr Ludolf hat die Zahl 29 Zoll 7 Lin. 5 Scrupel angegeben. Allein dies ist wohl ein Rechnungsfehler. Denn eine Säule von 29⅔ Zoll Höhe wiegt 114721 Gran,

Gran, oder 14 Pf. 15 Unz. 1 Gran, wie die umgekehrte Rechnung giebt, wo 1 Gran noch zu viel herauskommt, weil es eigentlich nicht ganz genau volle 8 Lin. waren. Man findet überdem 3867 Gran: 13 Pf. 11 Unzen = 1 Zoll zur vierten Zahl 27 Zoll 2,2 Lin. Der Unterscheid beyder Höhen beträgt 2 Zoll 5,8 Lin. (H. Ludolf hat 2 Zoll 5,3 Lin. wegen des vorhin bemerkten Rechnungs-Fehlers) so wie der Unterscheid der Pressungen 20 Unzen ist.

Wenn demnach die Atmosphäre auf 1 Quadratzoll mit 13 Pf. 11 Unzen prest, so steht bey 13 Grad Wärme das Barometer 27 Zoll 2,2 Lin. hoch. Zwischen den beyden angenommenen Grenzen von 14 Grad unter 0, und 22 Grad über 0, fallen 36 Grade; zwischen 14 Grad unter 0, und 13 Grad über 0 aber $27 = \frac{3}{4}$ 36 Grade. Also läst sich nun finden, wie hoch das Barometer in der Kälte von 14 Grad unter 0 stehen würde, wenn der Druck der Atmosphäre 13 Pf. 11 Unz. bleibt. Es sey diese Höhe $= x$, so ist $x + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{11} x = 27$ Zoll 2,2 Lin. oder $x + \frac{3}{440} x = 326{,}2$ Lin., also $x = 324{,}1$ Lin. $= 27$ Zoll 0,1 Lin., und dies wäre die Barometer-Höhe bey 13 Pf. 11 Unzen Pressung der Atmosphäre in der Kälte von 14 Gr. unter 0. Diese Höhe ist von der, bey 13 Grad über 0, um 2,1 Lin. unterschieden. Hievon ist der dritte Theil 3,7 Lin. Demnach ist bey eben dem Druck der Atmosphäre bey 22 Grad Sommer-Wärme, die Barometer-Höhe 27 Zoll, 2,9 Lin. und der ganze Unterscheid der grösten und kleinsten Höhe bey eben dem Druck von 13 Pf. 11 Unzen beträgt 2,8 Lin.

72 §.

Auf diese Voraussetzungen gründet sich nun fol-

gende Einrichtung der zum Barometer gehörigen
123 Tafel. Es ist FG ein Stück der gewöhnlichen Ein-
Fig. theilung nach dem Rheinländischen Maaß. Ferner
ist AB eine Horizontallinie 27 Zoll, 0,1 Lin. hoch über
die Oberfläche des Queckſilbers im untern Gefässe
erhaben. Diese Linie muß 3 bis 4 Zoll lang seyn,
und man theilt sie in 36 gleiche Theile. Diese Theile
zählt man von B nach A, so wie die Grade des Re-
aumürschen Thermometers 14,13 - - - - 0,1,2 - - -
bis 22. Auf AB setzt man AC senkrecht. Auf die-
ser senkrechten Linie nimmt man das Stück AD =
2,8 Lin. und DC = 2 Zoll 5,8 Lin. (statt 2 Zoll, 5,3
Lin. wie es Ludolf hat). Aus B setze man auch BE
= DC auf AB senkrecht, und theile nun sowohl DC
als auch BE in 20 gleiche Theile. Man ziehe die
zusammengehörigen Theilungspuncte mit den gräden
Linien BD, KL u. s. f. bis EC, zusammen, und setze
bey B 13 Pf. 11 Unz. bey K 13 Pf. 12 Unz. u. s. f.
bey jedem folgenden Theilungspunct eine Unze mehr:
so kommen bey E 14 Pf. 15 Unz. Nun muß das
ganze Viereck FH beweglich seyn, so daß es sich auf
der Horizontallinie AB hin und her schieben läst.
Wenn man nemlich dies Viereck so stellt, daß derje-
nige Punct von AB hinter der Röhre fällt, welcher
zu dem Grade des Reaumürschen Thermometers ge-
hört, den letzteres jetzt anzeigt: so darf man nur die-
jenige von den Querlinien AB, KL, u. s. f. bemerken,
welche die Oberfläche des Queckſilbers in der Röhre
berührt, da dann zur Seite das Gewicht stehet, dem
jetzt die Pressung der Atmosphäre gleich ist. Die
Zwischen-Räume zwischen den Querlinien theilt man
leicht nach dem Augenmaasse etwa in 4 Theile, so
daß mun nach $\frac{1}{4}$ Unzen schätzen kan. Bey dieser

Ein-

Einrichtung muß nun entweder das untere Gefäß sehr weit in Vergleichung mit der Röhre seyn; oder man muß unter demselben eine Schraube anbringen, damit es nebst der Röhre höher, und niedriger geschoben, und die Oberfläche des Queckſilbers jedesmahl an diejenige Horizontallinie auf der Tafel gebracht werden könne, bey welcher die Abtheilung anfängt.

Der V. Abschnitt.

Von der Dichtigkeit und der Federkraft der Luft in verschiedenen Höhen über der Erdfläche.

73 §.

Es erhellet schon aus dem am Ende des 11 §. angeführten Versuch, daß die Federkraft der Luft desto stärker werde, je mehr man die Luft zusammendrückt. Wird die Luft zugleich erwärmt: so trägt auch diese Erwärmung zur Vermehrung der Federkraft der Luft das ihrige bey 44 §. Aber diese von der Wärme gewürkte Verstärkung der Federkraft, muß jetzt noch bey Seite gesetzt werden: es soll die jetzige Untersuchung allein darauf abzielen, das Gesetz ausfündig zu machen, nach welchem die Federkraft der Luft sich ändert, wenn ihre Dichtigkeit nicht dieselbe bleibt, und eben die Masse Luft bey ungeänderter Wärme, entweder in einen engern Raum gebracht, oder in einen grössern Raum ausgebreitet wird.

74 §.

Man wird am natürlichsten vermuthen, daß die Elasticität der Luft ihrer Dichtigkeit proportional sey, und daß, z. E. eine doppelt so dichte Luft halb so viel Federkraft besitze, als die von einfacher Dichte. Ob diese Regel richtig sey, läst sich durch Schlüsse allein nicht ausmachen; man muß Versuche zu Hülfe nehmen, und den Erfolg mit der Voraussetzung vergleichen.

124 Fig. Es sey AB eine durchaus gleich weite Röhre, wie die Torricellianische. Sie sey zwar oben bey A verschlossen, aber so, daß man sie öfnen könne. Wenn diese nun gehörig, wie ein Barometer gefüllt ist; so setze man, die Queckfilber-Säule stehe bis E, und AE sey die Torricellianische Leere. Man nehme die Röhre aus dem Gefässe CD so heraus, daß man die untere Oefnung mit dem Finger verschliest. Wenn anfangs die untere Oefnung F nicht unmittelbar auf dem Boden des Gefässes gestanden hat, so kan man mit dem Finger unter fassen, ohne daß die Queckfilber-Säule unter E sinkt, wenn man die Röhre heraus nimmt. Nun öfne man A, damit die Luft den Raum AE ausfülle; verschliesse A von neuen, und setze hierauf die Röhre eben so wieder, wie vorhin in das Gefäß CD. Nun wird die Luft in AE sich, vermöge ihrer Federkraft ausbreiten, und das Queckfilber wird etwa bis G tiefer herunter fallen, so lange bis der äussere Druck der Atmosphäre dem Druck der Queckfilber-Säule BG mit der Federkraft der in AG enthaltenen Luft zusammen genommen gleich ist. Wenn nun die eigentliche Barometer-Höhe BE = *a* ist: so ist die Federkraft der natürlichen Luft dem Gewichte einer Queckfilber-Säule von der Höhe *a*

gleich

gleich (d. i. die Luft drückt auf jede Fläche so stark, als wenn eine Queckſilber-Säule von der Höhe *a* darauf ſtünde.) So ſtark iſt demnach die Federkraft der in dem Raum AE eingeſchloſſenen Luft. Nachdem aber dieſe Luft in den Raum AG ausgebreitet worden, ſey $EC = x$, und $AE = b$: ſo wird $AG = b + x$. Nun drückt die Atmoſphäre noch eben ſo ſtark, wie vorhin, nemlich mit dem Gewicht einer Queckſilber-Säule von der Höhe *a*. Die Federkraft der verdünnten Luft AG ſey dem Druck einer Queckſilber-Säule von der Höhe *e* gleich: ſo iſt $e + a - x = a$, und folglich $e = x$. Nun verhalten ſich die Dichtigkeiten der in den Räumen AE und AG eingeſchloſſenen Maſſen Luft umgekehrt, wie dieſe Räume (Stat. 8 §.). Dafern alſo die im Anfange dieſes §. angenommene Vorausſetzung richtig iſt: ſo hat man $a : e = AG : AE$, oder $a : x = b + x : b$, folglich wird $xx + bx = ab$, und $x = -\frac{1}{2}b \pm \sqrt{(ab + \frac{1}{4}bb)} = -\frac{1}{2}b \pm \sqrt{(a + \frac{1}{4}b)b}$. Die Gleichung wird quadratiſch, und x kan daher zweene Werthe haben, wovon der eine poſitiv; der andre negativ iſt, aus einer ähnlichen Urſache, wie im 444 §. Geom. Hier aber ſucht man den poſitiven Werth, und dieſer iſt $x = \sqrt{(a + \frac{1}{4}b)b} - \frac{1}{2}b$.

Es ſey $AE = b = 2$ Zoll, und $BE = a = 28$ Zoll: ſo wird $EG = x = \sqrt{(28\frac{1}{2} \cdot 2)} - 1 = \sqrt{57} - 1 = 6{,}55$ Z. $= 6$ Zoll $6\frac{3}{5}$ Lin. Stellt man dieſen Verſuch würklich an: ſo findet man, daß der Erfolg allemal mit der Vorausſetzung übereinſtimme. Herr Bouguer hat dieſen Verſuch auch in ſolchen Höhen angeſtellt, wo die Luft viel dünner, als an der Oberfläche der Erde iſt, auf Bergen nemlich, in Höhen von mehr als 2400 Toiſen, wo das Barometer nur 15

Zoll

Zoll 11 Lin. hoch stand, und der Erfolg ist allemahl derselbe gewesen. Mem. de l'Acad. de Paris A. 1753. *Bouguer* Figure de la Terre Introd. Relation abregée du voyage au Peru pag. XXXIX. Man vergleiche auch *s'Gravesand* Elem. Physic. Lib. IV. Cap. IV. Tab. 63. Fig. 5.

75 §.

Diese Versuche aber beweisen nur, daß die Elasticität der Luft in solchen Fällen ihrer Dichte proportional sey, wenn ihre Dichtigkeit die natürliche nahe an der Oberfläche der Erde nicht übertrift. Also bleibt noch die Frage: ob eben das Gesetz auch bey grössern Dichtigkeiten statt habe. Es sey AEBC eine aus dreyen graden Stücken bey B und E rechtwinklicht zusammengesetzte Röhre, die beyden Schenkel BC und AE stehen lothrecht, und BE liegt wagrecht. Der lange oben bey C offene Schenkel BC sey etwa 8 Fuß; der kurze bey A zugeschmolzene Schenkel AE aber sey etwa 12 Zoll lang. Man fülle bey C in dem langen Schenkel so viel Queckfilber, daß die wagrechte Röhre BE damit angefüllt wird: so befindet sich in dem Raum AE natürliche Luft, deren Federkraft dem Gewichte einer Queckfilber-Säule von der Höhe *a* gleich ist, wenn *a*, wie vorhin, die Barometer-Höhe bedeutet. Füllet man aber bey C mehr Queckfilber hinein, so daß es in dem langen Schenkel bis F stehet: so wird es zwar auch in den kurzen Schenkel treten, und etwa bis G steigen. Aber EG wird kleiner, als BF bleiben, weil die eingeschlossene Luft dem fernern Steigen des Queckfilbers widerstehet. Wenn nun GH wagrecht ist: so ist die Luft AG von zweenen Kräften zusammengedruckt, davon eine dem natürlichen Druck der

125 Fig.

At-

Atmosphäre, die andre dem Druck der Queckſilber-Säule HF gleich iſt. Man ſetze die Federkraft der eingeſchloſſenen Luft $= E$, die Höhe $HF = f$, und $EG = BH = x$, ſo iſt $E = a + f - x$. Die Höhe AE ſey $= b$, ſo erhält man $a : E = AG : AE$ oder auch $a : a + f - x = b - x : b$, dafern allemahl die Federkraft der Dichte proportional iſt. Aus dieſer Proportion folgt $f - x : a = x : b - x$ (189 §. Geom.) und dies giebt die Gleichung $ax = (f - x)(b - x)$ oder $xx - (a + b + f)x = -bf$; alſo $x = \frac{1}{2}(a + b + f) \pm \sqrt{(\frac{1}{4}(a + b + f)^2 - bf)}$. Beyde Wurzeln ſind poſitiv; aber hier iſt nur die kleinſte von beyden brauchbar; weil ſie allemal kleiner, als b ſeyn muß.

Es ſey $a = 28$ Zoll, $b = 12$ Zoll. Wenn überdem $f = 18$ Zoll, ſo wird $a + b + f = 58$, $\frac{1}{4}(a + b + f)^2 = 841$, $bf = 216$, $\sqrt{(\frac{1}{4}(a + b + f)^2 - bf)} = 25$, alſo $x = EG = 4$ Zoll. Wenn $f = 34$ Zoll iſt: ſo giebt eben die Rechnung $a + b + f = 74$, $\frac{1}{4}(a + b + f)^2 = 1369$, $bf = 408$, $\sqrt{(\frac{1}{4}(a + b + f)^2 - bf)} = 31$, alſo $x = EG = 6$ Zoll. Wenn ferner $f = 93$ Zoll iſt, ſo wird $a + b + f = 133$, $\frac{1}{4}(a + b + f)^2 = 4422,25$, $bf = 1116$, $\sqrt{(\frac{1}{4}(a + b + f)^2 - bf)} = 57,5$, folglich $x = EG = 9$ Zoll. Mariot in der Hydraul. 2 Diſcurs 157 S. der Ueberſ. hat Verſuche angeſtellt, welche mit dieſer Rechnung völlig übereinſtimmen. In dem letzten Verſuch, wo $f = 93$ Zoll, und $x = EG = 9$ Zoll war, blieb für AG nur 3 Zoll. Alſo war die Luft 4mahl dichter, als die natürliche. Bis auf dieſe Grenze hat man noch keine Abweichung des angenommenen Geſetzes in der Erfahrung wahrgenommen. Allein bey gröſſern Dichtigkeiten der Luft ſtimmt die Erfahrung mit demſelben nicht mehr überein, ſondern die Federkraft wächſt in einem

grössern Verhältniß, als die Dichtigkeit, wie man auch wohl zum voraus vermuthen können. M. s. Musschenbroeck Introd. ad Phil. Nat. T. II. § 2107. Jac. Bernoulli de gravitate aetheris oper. T. I. p. 93. 94. T. II. n. 103. art. 15.

76 §.

Wenn also wenigstens das angenommene Gesetz der Dichtigkeit und Federkraft der Luft in der Atmosphäre selbst statt hat: so läst sich daraus eine Regel herleiten, nach welcher man von der Dichte der Luft in verschiedenen Entfernungen von der Oberfläche der Erde bestimmter urtheilen kan. Es sey ABCD eine Luft-Säule, die sich von der Oberfläche der Erde AD bis an das äusserste Ende BC der Atmosphäre erstreckt. Ihre Höhe AB sey in so viel gleiche Theile AE, EF, FG, u. s. f. als man will, getheilt. Man nehme an, daß die durch E, F, G, H, u. s. f. mit AD parallel gezogenen Linien, so viele wagrechte Flächen vorstellen; und setze, daß jede Schichte Luft, zwischen zwoen solchen wagrechten Flächen von gleichförmiger Dichtigkeit sey. Der Fehler, der bey dieser Voraussetzung begangen wird, ist desto geringer, je kleiner die gleichen Theile AE, EF, u. s. f. genommen werden. Nun sollen die Ausdrücke P. BA, P. BE u. s. f. die Gewichte der Säulen bezeichnen, deren Höhen BA, BE u. s. f. sind. Eben so lasse man p. AE, p. EF, p. FG, u. s. f. die Gewichte der Schichten bedeuten, denen die Höhen AE, EF, u. s. f. zugehören, und endlich sollen δ. AE, δ. EF, δ. FG, u. s. f. die Dichtigkeiten eben dieser Schichten anzeigen. Nun erhält man nach dem 74 §. folgende Proportionen.

126 Fig.

δ. AE:

$\partial.AE:\partial.EF = P.BE:P.BF$
$\partial.EF:\partial.FG = P.BF:P.BG$ u. s. f.

Aber auch

$\partial.AE:\partial.EF:\partial.FG = p.AE:p.EF:p.FG$,

weil die Dichtigkeiten dieser Schichten gleichförmig angenommen werden, und die Schichten selbst gleich groß sind. Also ist auch

$p.AE:p.EF:p.FG$ etc. $= P.BE:P.BF:P.BG$ etc.

Da nun

$p.AE = P.BA - P.BE$
$p.EF = P.BE - P.BF$
$p.FG = P.BF - P.BG$ etc.

so erhält man

$P.BA - P.BE : P.BE - P.BF = P.BE:P.BF$
$P.BE - P.BF : P.BF - P.BG = P.BF:P.BG.$

Verwechselt man die mittlern Glieder; und schliest componendo (189 §. G.): so folgt, es sey

$P.BA:P.BE = P.BE:P.BF$
$P.BE:P.BF = P.BF:P.BG$ u. s. f.

Eben so wird

$P.BF:P.BG = P.BG:P.BH$ u. s. f.

Demnach folgen diese Gewichte in geometrischer Proportion nach einander, und folglich sind auch die Dichtigkeiten der Schichten AE, EF, u. s. f. in geometrischer Progreßion, und zwar, wie aus der Natur der Sache klar ist, in abnehmender Progreßion.

77 §.

Verbindet man hiemit die Eigenschaften der zusammengesetzten Verhältnisse, so ergiebt sich daraus ferner, es sey

$$\frac{P.BA}{P.BF} = \frac{(P.BA)^2}{(P.BE)^2}, \quad \frac{P.BA}{P.BG} = \frac{(P.BA)^3}{(P.BE)^3}$$

u. s. f. und

und es verhalten sich die Höhen EA, FA, GA u. s. f., wie die Logarithmen der Verhältnisse $\frac{P.BA}{P.BE}$, $\frac{P.BA}{P.BF}$ u. s. f. Aber die Verhältnisse dieser Gewichte sind mit den Verhältnissen der Barometer-Höhen in den Schichten AE, EF, u. s. f. einerley. Demnach darf man nur eine solche Höhe, wie AE, aus der Beobachtung kennen, um welche man erhaben seyn muß, wenn das Barometer um eine bestimmte Differenz fallen soll: so kan man nachdem nicht allein für jede andre Höhe wissen, wie tief sich daselbst das Barometer senke; sondern auch umgekehrt, aus der in jeden zwoen Stationen z. E. K und E beobachteten Barometer-Höhe wissen, wie hoch die höchste Station K über die andre E erhaben sey. Hierauf gründet sich die gewöhnliche Mariottische Regel, die Höhe der Berge vermittelst des Barometers zu messen, die auch Newton Princip. Phil. Nat. Math. L. II. Pr. 21 seqq. vorträgt.

Es stehe nemlich das Barometer unten bey A auf 28 Zoll, oder 336 Linien hoch; bey G aber eine Linie niedriger; also 335 Linien hoch, und AG sey aus einer Beobachtung bekannt. Wenn nun in K das Barometer n Linien hoch stehet: so hat man

$$l\frac{BA}{BG} : l\frac{BA}{BK} = AG : AK, \text{ oder } l\frac{336}{335} : l\frac{336}{n} = AG : AK.$$

Dafern nun alle Beobachtungen darinnen übereinkämen, wie hoch man über der Erdfläche, wo das Barometer 28 Zoll hoch stehet, erhaben seyn müsse, damit es um eine Linie falle: so wäre dies eine ungemein artige und leichte Methode, die

Höhe der Berge zu messen. Sie würde allgemein richtig seyn, wenn die Federkraft der Luft, von keiner andern Ursache, als dem Gewichte der auf sie drückenden höhern Luft, abhienge, und das Mariottische Gesetz (74 §.) allgemein richtig wäre. Aber einige Beobachtungen setzen die Höhe AG, bey welcher das Barometer um 1 Lin. fällt, auf 63=64 Fuß (*Hermanni* Phoronom. L. 2. Cap. 8. p. 203. seqq.) andre auf 76=78 Fuß (*Musschenbræck* Addit. ad Tentam. Acad. del Cimento Part. I. p. 54.); wiederum andre noch anders, wovon man beym Lulof in der Einleitung zur physikalischen und mathematischen Erkenntniß der Erdkugel, 444 u. f. §. Nachrichten antrift. Allein ohne Zweifel rührt dies davon her, daß man bey diesen Versuchen nicht alle Umstände immer in Betrachtung gezogen hat, die hier nothwendig grosse Aenderungen verursachen müssen. Einmahl gehört hieher die Verschiedenheit der Wärme, und überdem auch dieser Umstand, daß man zu einer Zeit an eben dem Orte eine grössere, zur andern Zeit eine kleinere Höhe finden muß, wenn die Barometer=Höhe in der untersten Station das eine mahl nicht grade eben diejenige ist, wie das andre mahl.

78 §.

Nach den besten Beobachtungen sinkt das Barometer, dafern es in der untersten Station 28 Zoll hoch steht, und die Wärme $16\frac{3}{4}$ Grad nach dem Reaumürschen Thermometer beträgt, um 1 Linie, wenn es 77,67 Pariser Fusse erhaben wird. Dies vorausgesetzt, erhält man aus dem vor. §. die Proportion $l\frac{336}{335} : l\frac{336}{n} = 77,67 : AK$, da dann

AK die Höhe ist, bey welcher das Barometer n Linien hoch stehet, und zwar erhält man AK in Pariser Fussen ausgedrückt. Verlangt man diese Höhe in Toisen: so darf man nur die 77,67 Fuß auf Toisen bringen, indem man mit 6 dividirt, und man erhält 12,945 Toiſ. und die Proportion $l\frac{336}{335} : l\frac{336}{n}$ $= 12{,}945 : AK$ giebt AK in Toisen. Nun aber ist

$$l\,336 = 2{,}5263393$$
$$l\,335 = 2{,}5250448$$
$$l\tfrac{336}{335} = 0{,}0012945$$

Demnach wird

$$0{,}0012945 : l\frac{336}{n} = 12{,}945 : AK,$$

und wenn man das erste und dritte Glied mit 12,945 dividirt: so erhält man $\frac{1}{10000} : l\frac{336}{n} = 1 : AK$,

und $AK = 10000\, l\frac{336}{n}$. Wäre die unterste Station nicht in A; sondern, wo man will, in E, und stünde daselbst das Barometer m Linien hoch: so erhielte man $EK = 10000\, l\frac{m}{n}$. Dies giebt folgende sehr leichte Regel:

Man drücke beyde gefundene Barometer-Höhen in Linien aus; suche die Differenz der Logarithmen dieser beyden Zahlen, und multiplicire sie mit 10000: so hat man die Höhe der einen Station über der andern in Toisen ausgedrückt.

Will man demnach Brüche von Toisen nicht in Be-

Betrachtung ziehen: so darf man nur die ersten 5 Ziffern der Logarithmen, die Charakteristik mitgerechnet, gebrauchen, und diese als ganze Zahlen betrachten.

79 §.

Bouguer hat diese Regel in der schon angeführten Voyage au Perou auf der XXXIX. S. in der Anmerkung; meinet aber, man müsse von der nach dieser Regel herausgebrachten Zahl $\frac{1}{30}$ derselben subtrahiren, um die Höhe, die man sucht, genau zu haben; weil die Regel sonst mit seinen geometrischen Messungen nicht übereinstimmte, und man findet weitläuftige Untersuchungen über die Ursache dieser Abweichung der Erfahrung von der herausgebrachten Regel in den Mem. de l'Acad. de Paris A. 1733. u. 1753. Herr *de la Lande* glaubt in der schon angeführten connoissance des mouv. celestes A. 1765. p. 215., daß die Schwürigkeiten vom Hrn. de Luc in seiner, bereits angezeigten Schrift insgesammt glücklich seyn gehoben worden. Man hat einmahl bisher keine so gute Barometer gehabt, daß man die verschiedenen Höhen derselben genau genug messen können: man hat auch fürs zweyte die Gesetze nicht gekannt, nach welchen die Wärme die Federkraft der Luft verändert. Herr de Luc schliest aus seinen Versuchen, daß die herausgebrachte Regel, bey einer Wärme, von $16\frac{3}{4}$ Reaumürschen Graden richtig sey. Bey andern Temperaturen aber müsse man für jeden Reaumürschen Grad $\frac{1}{215}$ der gefundenen Höhe, bey geringer Wärme abziehen, und bey grösserer Wärme zusetzen.

Herr de Luc fand auf dem St. Petri Thurm zu Genua die Barometer-Höhe 321,18 Lin., unten am Fusse des Thurms 323,87 Linien, und das Reaumürsche Thermometer zeigte $8\frac{1}{2}$ Grad. Demnach giebt die Rechnung.

$l\,323{,}87 = 2{,}5103707$
$l\,321{,}18 = 2{,}5067485$

und es wäre die Höhe = 36,222 Toisen, oder 217,332 Fuß. Dies durch 215 dividirt, giebt 1,011 Fuß. Und weil $16\frac{3}{4} - 8\frac{1}{2} = 8\frac{1}{4} = \frac{33}{4}$; so erhält man $1{,}011 \times \frac{33}{4} = 8{,}341$ Fuß. Dieses von 217,332 Fuß abgezogen, läst 209,991 Fuß, als die gesuchte Höhe. Hr. de la Lande bringt 218,4 Fuß heraus, und setzt hinzu, diese Höhe sey nur um 5 Zoll unterschieden von derjenigen, die man durch genaue Messungen gefunden habe. So hat Herr de Luc mehr, als 400 Beobachtungen angestellt, und allemahl eben die genaue Uebereinstimmung der würklichen Messung mit der nach seiner Regel herausgebrachten Zahl befunden. Wenn dies seine Richtigkeit hat: so bedarf man keiner andern Voraussetzungen, um die Fehler zu verbessern, die bey der Mariottischen Regel übrig bleiben, wenn die Wärme dabey nicht mit in Betrachtung gezogen wird, und diese Regel des Hrn. de Luc ist allen übrigen, die sonst ersonnen, und grösstentheils auf wilkührliche Voraussetzungen gebauet sind, weit vorzuziehen: wie man aus Lulofs Einleitung zur Math. und Phys. Kenntniß der Erdkugel im 196 u. f. §§. sehen kan.

80 §.

Wenn man sich beständig um gleiche Entfernungen in einerley Verticallinie von der Erde erhebt: so

sind

sind die daselbst beobachteten Barometer-Höhen in einer abnehmenden geometrischen Progreßion (76 §). Es sey *a* die erste; *ma* die zwote Barometer-Höhe; wo *m* einen eigentlichen Bruch bedeutet: so werden die folgenden in dieser Reihe fortgehen

$$a,\ ma,\ m^2a,\ m^3a,\ m^4a \ldots\ldots m^n a$$

Die Differenzen dieser Höhen

$$(1-m)a,\ (1-m)ma,\ (1-m)m^2a,\ (1-m)m^3a \text{ ꝛc.},$$

gehen gleichfals in einer geometrischen Progreßion fort, und das Verhältniß eines jeden Gliedes zum folgenden ist in beyden Reihen einerley (216 §. A.R.) Wenn also, z. E. in H das Barometer nur halb so hoch stehet, als in B, und man erhebt sich von H nach I, so wird es nur halb so viel fallen, als wenn man sich von A nach E erhebt. Ist der Unterscheid IK der Höhen der beyden Stationen, von H nach I, sehr klein, so wird der Unterscheid, um welchen das Barometer fällt, indem man sich von H nach I erhebt, beynahe eben so groß seyn, als wenn man sich weiter von I nach K wieder erhebt, und IK = HI ist. Demnach muß man sich in H doppelt so weit erheben, als in A, wenn das Barometer beyde mahl gleich viel fallen soll, dafern es in H nur halb so hoch, als in A steht. Man wird diese Schlüsse leicht allgemeiner machen, und sich dadurch von der Regel überzeugen: **Wenn man das Barometer aus verschiedenen ungleich hohen Ständen, z. E. *F* und *M* so viel weiter erheben will, daß es beyde mahl um eine gleiche Differenz z. E. eine Linie fällt: so verhalten sich die Höhen, um welche man es erheben muß, umgekehrt wie die** 126 Fig.

Barometer-Höhen in beyden Ständen *F* und *M*.

81 §.

Man setze, das Barometer stehe in H 28 Zoll, oder 336 Linien hoch, und falle um 1 Linie, wenn man es 77,66 Fuß höher bringt; in einem andern Stande M stehe es *n* Linien hoch, und man sucht wie viel es erhoben werden muß, damit es gleichfals eine Linie falle. Die gesuchte Höhe sey $= x$: so hat man

$$77{,}66 \text{ F.} : x = \frac{1}{336} : \frac{1}{n} \text{ (70 §)},$$

$$\text{also } \frac{x}{336} = \frac{77{,}66}{n}, \text{ und } x = \frac{77{,}66 \times 336}{n}$$

$$= \frac{26094}{n} \text{ Fuß.}$$

Diese Rechnung könnte dienen, die Höhe einer Station auch ohne den Gebrauch der Logarithmen-Tafeln zu finden, wenn sie nur nicht in solchen Fällen zu weitläuftig würde, wenn der Unterscheid der Barometer-Höhen sehr groß ist. Bey einem Unterscheid von wenigen Linien liesse sich diese Rechnung gebrauchen, wenn man etwa keine Logarithmen-Tafeln zur Hand hätte.

Gesetzt, man wollte wissen, wie hoch ein Ort, wo das Barometer 333 Linien hoch steht, über einen andern liegt, wo es 336 Linien, oder 28 Zoll hoch steht: so giebt die Rechnung

$$\frac{26094}{336}$$

$\frac{26094}{336}$ = 77,66 Fuß

$\frac{26094}{335}$ = 77,88 =

$\frac{26094}{334}$ = 78,13 =

Summe 233,67 Fuß.

Eben diese Zahl giebt die Regel des 78 §.

82 §.

So gut nun auch diese Regel mit der Erfahrung übereinstimmt, wenn des Hrn. de Luc Verbesserungen dabey angebracht werden, so wenig kan man sicher seyn, daß sie auch bey solchen Höhen noch statt finden werde, welche die höchsten Berge übertreffen. Mariots Gesetz der Dichtigkeit der Luft findet bey starken Zusammenpressungen nicht mehr statt; und man hat alle Ursache zu glauben, daß es auch bey sehr stark verdünnter Luft nicht mehr statt habe. Es giebt vermuthlich Grenzen der Verdünnung sowohl, als auch der Verdichtung der Luft, welche die Natur nicht überschreitet. Die Höhe der ganzen Atmosphäre müste unendlich groß seyn, wenn das angenommene Gesetz seine allgemeine uneingeschränkte Richtigkeit hätte. Dies wird man schwerlich annehmen können. Aber eben deswegen, weil es noch nicht hat ausgemacht werden können, wie weit das bisherige Verfahren die Höhen zu berechnen, in sehr stark verdünnter Luft bestehen könne; so läst sich die eigentliche Höhe der Atmosphäre nicht bestimmen. Die Regel des 68 §. ergiebt, daß das Barometer in einer Höhe von 25263,393 Toisen nur 1 Linie hoch stehen würde, wenn es an der Oberfläche der Erde 28 Zoll hoch steht, und eine Wärme von 16$\frac{3}{4}$ Reau-

mürschen Graden vorausgesetzt wird. Man kan diese Höhe von 25263,393 Toisen, oder 211580 Par. Fuß etwa für die ganze Höhe der Atmosphäre annehmen, und kan ziemlich versichert seyn, daß über diese Höhe gewiß keine Luft von merklicher Elasticität mehr vorhanden sey. Es ist nemlich ein ziemlich hoher Grad der Wärme von $16\frac{3}{4}$ Fahrenheitischen Graden, dabey vorausgesetzt worden. Je höher man aber in die Luft hinauf kommt, desto kälter ist ihre Temperatur. Daher wird allerdings die Höhe bis dahin, wo das Barometer nur eine Linie hoch stehet, niedriger seyn müssen, als sie nach der vorigen Rechnung herauskommt. Eben deswegen kan man nun um so mehr die gefundene Zahl von 211580 Par. Fuß ohngefähr für die Höhe der ganzen Atmosphäre annehmen.

83 §.

Herr Halley nimmt an, wenn das Barometer auf der Oberfläche der Erde 30 Englische Zoll hoch stehe; und man erhebe sich um 915,33 Engl. Fusse; so falle das Barometer um einen Zoll. Demnach erhält man aus dem 77 §. die Proportion $l\frac{30}{29} : l\frac{30}{n} = 915{,}33 : AK$, und wenn man die Barometer-Höhe n in Zollen ausdrückt, so findet man AK in Fussen. Es ist aber $l\frac{30}{29} = 0{,}0147232$, also wird $0{,}0147232 : l\frac{30}{n} = 915{,}33 : AK$, und wenn man das erste und dritte Glied durch 915,33 dividirt: so wird $0{,}00001608 5 : l\frac{30}{n} = 1 : AK$.

Dies

Dies ist Halleys Regel, worauf sich die Berechnung folgender Tafel gründet.

Barometer-Höhe in Zollen	Höhe der Station in Fussen
30 - - - -	0
29 - - - -	915
28 - - - -	1863
27 - - - -	2845
26 - - - -	3864
25 - - - -	4923
20 - - -	10947
15 - - -	18715
10 - - -	29662
5 - - -	48378
1 - - -	91831
0,5 - - -	110547
0,25 - - -	129262
0,1 - - -	154000
0,01 - - -	216169
0,001 - - -	278338

Der VI. Abschnitt.

Von der Dichtigkeit der Luft nahe an der Erdfläche.

84 §.

Wenn man die Dichtigkeit, oder eigene Schwere der Luft, mit der Dichtigkeit andrer Körper vergleichen will; so muß man vor allen Dingen er-

wägen, daß eine allgemeine Bestimmung dieser Art, die ein für allemahl, wie bey gleichartigen Körpern zur Richtschnur dienen könne, hier gar nicht statt habe. Denn einmahl ist die Dichtigkeit der Luft in verschiedenen Entfernungen von der Oberfläche der Erde nicht einerley, und fürs zweyte bleibt nicht einmahl in einerley Höhe die Dichtigkeit der Luft beständig dieselbe. Die Luft wird bey grösserer Kälte dichter, und bey grösserer Wärme dünner. Man könnte daher die Dichtigkeit der Luft bey einer bestimmten Höhe über der Oberfläche des Meeres, und bey einer bestimmten Temperatur z. E. bey einer Wärme von etwa 60 Fahrenheitischen Graden, die mittlere Dichtigkeit der Luft nennen, und wenn diese gefunden wäre: so liesse sich damit die Dichtigkeit der Luft in einer andern Höhe, bey einer andern Wärme vergleichen.

85 §.

Das Gewicht einer Masse Luft zu finden, die bey einer gegebenen Wärme, in gegebener Höhe einen bestimmten Raum ausfüllt.

Aufl. Man versehe ein metallenes, oder gläsernes Gefäß, das eine etwas beträchtliche Grösse hat, mit einer Röhre und Hahn, und richte die Röhre so ein, daß man sie an derjenigen Röhre der Luftpumpe, wo sich der Teller befindet, anschrauben kan. Man wäge vermittelst einer schnellen und genauen Wage dies Gefäß mit der darin befindlichen Luft, welche mit der äussern einerley Dichtigkeit und Wärme hat. Hierauf schraube man das Gefäß an der Röhre der Luftpumpe fest, verschliesse den Hahn, und leere es so viel möglich aus. Man wäge das Gefäß, ohne

den

den Hahn zu öfnen, von neuen: so zeiget der Ueberschuß des vorigen Gewichts über das jetzige, wie schwer die ausgepumpte Luft sey (7 §.) Wenn man nun die geometrische Grösse von dem innern Raum des Gefässes, nebst den Abmessungen der Luftpumpe kennet; so suche man nach dem 27 §. das Verhältniß der Dichtigkeit der im Gefässe noch zurücke gebliebenen Luft zur Dichtigkeit der natürlichen: so kan man nach dem 8 §. Stat. die Gröfse des Raums finden, den die zurückgebliebene Luft ausfüllte, da sie mit der natürlichen noch einerley Dichtigkeit hatte. Die Grösse dieses Raums von der inwendigen Gröfse des Gefässes abgezogen, giebt die Grösse des Raums, den die ausgepumpte Luft vor der Auspumpung im Gefässe ausfüllte, woraus nun das Gewicht eines Cubic-Fusses von eben der Luft leicht gefunden wird. Wenn man eine sehr gute Luftpumpe zur Hand hat, so läst sich die Luft so weit aus dem Gefässe herausziehen, daß der noch zurückbleibende Theil ganz unbeträchtlich wird.

86 §.

Herr von **Wolf** hat diesen Versuch angestellt. Das Gefäß war eine kupferne Kugel, und ihr Durchmesser hielte im Lichten 132 Decimal-Linien Rheinl. Maaß. Der Ueberschuß des Gewichts der mit Luft angefüllten über das Gewicht der von Luft ausgeleerten Kugel war 1 Unz. 3 Drachmen 44 Gran, oder 704 Gran. Aus dem Durchmesser der hohlen Kugel von 132 Linien findet sich ihr gröster Kreis $132 \times 3{,}14\ldots = 414{,}5$ Linien, seine Fläche = 13678,5 Quadr. Lin., und der Kugel-Inhalt = 1203708 Cub. Linien. Demnach wägen 1203708

Cub.

Cub. Lin. Luft 704 Gran, und das Gewicht von 1000000 Cub. Linien, oder 1 Cub. Fuß, ist 585 Gran. Daher würde 1 Duod. Cubic-Zoll Luft 0,3385 Gran wägen. Weil nun Hr. v. Wolf einen Cub. Fuß Wasser 495000 Gran schwer befunden hat, (49 §. Hydrost.) so wäre das Wasser 846 mahl schwerer, als die Luft. Nach dem Leupold soll in eben dem Gewicht ein Cub. Fuß Wasser 518400 Gran wägen, also wäre das Wasser 886 mahl schwerer, als die Luft. De Volder hat durch ein ähnliches Verfahren das Wasser 970 mahl schwerer als die Luft befunden. Das Gefäß war eine gläserne Kugel. Sie war mit Luft gefüllt 7 Pf. 1 Unz. 2 Dr. 48 Gr. von Luft ausgeleert 7 Pf. 1 Unz. 1 Dr. 31 Gr. und mit Wasser angefüllt, 16 Pf. 12 Unz. 7 Dr. 14 Gr. schwer. Daher war das Gewicht der in ihr befindlichen Luft 1 Dr. 17 Gr. oder 77 Gran, das Gewicht einer eben so grossen Menge Wasser 9 Pf. 11 Unz. 5 Dr. 43 Gr. oder 74743 Gr. und man findet $7\frac{4}{7}\frac{7}{7}\frac{4}{7}\frac{3}{7} = 970\frac{5}{7}\frac{3}{7}$. Andre Naturforscher haben noch andre Verhältnisse zwischen den Dichtigkeiten des Wassers und der Luft angegeben, die überall von einander sehr abweichen. Galiläus setzte das Wasser 400 mahl, und Mersennus 1346 mahl schwerer, als die Luft. Diese beyden Bestimmungen weichen am weitesten von einander ab. Boyle findet in seinen Exper. Physico mechanicis das Wasser 938 mahl schwerer als Luft. Homberg fand das Wasser 800 mahl schwerer, änderte aber verschiedene mahl seine Meynung (Acta Erud. A. 1695 p. 282. Mem. de l'Acad. des sc. 1693). Halley fand es 860 mahl; Hawcksbee 885 mahl schwerer. Musschenbröck giebt im 2059 § der Introd. ad Phil. Nat.

Nat. T. II. die Grenzen, 606 und 1000 an. Er fand dies Verhältniß am 3 Nov. 1756. wie 931 zu 1. Das Mittel zwischen den beyden Grenzen wäre 803, oder etwa 800, so daß man die mittlere Dichtigkeit der Luft etwa auf $\frac{1}{800}$ der Dichtigkeit des Wassers schätzen kan.

Hiemit stimmt auch Gravesands Bestimmung überein. Nach seinen Versuchen wägen 283 Cubiczoll Luft etwa 100 Gran, bald etwas mehr, bald etwas weniger, nach der verschiedenen Beschaffenheit der Luft (Phys. Elem. Math. Lib. IV. Cap. V. § 2164.) Also werden 1728 Cubiczoll, oder 1 Cubicfuß Luft 610,6 Gran wägen. Aber ein Cubicfuß Wasser wiegt nach seiner Bestimmung 487360 Gran (50 § Hydrost.) und man findet $\frac{487360}{610,6} = 798$, oder fast 800. Demnach kan man annehmen, daß die mittlere Dichtigkeit der Luft nahe an der Oberfläche der Erde bey mittelmäßiger Wärme etwa 800 mahl geringer, als die Dichtigkeit des Wassers sey.

87 §.

Wegen der Verschiedenheit des Wassers, der Luft, und der verschiedenen Würkungen der Wärme und Kälte, ist hier nicht mehr Uebereinstimmung zu erwarten, dafern die Naturforscher, die zu verschiedenen Zeiten, und an verschiedenen Orten die Versuche anstellen, nicht bey einerley Wärme, durch Hülfe des Thermometers, und bey einerley Barometer-Höhe, wozu man etwa die von 28 Pariser Zollen erwählen könnte, den Versuch machen, und so viel möglich, einerley Art von Wasser, am besten wohl filtrirtes Regenwasser brauchen. Es sind aber nicht alle diese Umstände von den obgenannten Naturforschern

schern in Betrachtung gezogen worden. Das würkliche Auspumpen der Luft vermittelst der Luftpumpe aus den metallenen oder gläsernen Gefässen, ist hier allemahl das sicherste. Sonst kan man auch die Luft heraustreiben, indem man die Gefässe erhitzet. Boyle ließ Glasphiolen mit einem dünnen Halse verfertigen, die in dem Augenblick, da sie aus dem Feuer kamen, hermetisch sigillirt wurden. Diese waren also von Luft ziemlich leer. Er wog sie in diesem Zustande, und brach hierauf die Spitze des Halses ab, daß die Luft hereintreten konnte, da sie denn noch mahl zusammt dem abgebrochenen Halse gewogen wurden, um das Gewicht der hineingetretenen Luft zu erfahren. Wenn diese Glasphiolen nicht eine ziemliche Grösse haben; so wird das Gewicht der hineingetretenen Luft sehr geringe seyn, und ein kleiner Fehler in Bestimmung ihres Gewichts wird sehr beträchtlich, wenn man sie gebrauchen will, die Dichtigkeit der Luft mit der Dichtigkeit des Wassers zu vergleichen. Nimmt man grosse Gefässe, die selbst sehr schwer sind, so wird die Wage dadurch sehr belästigt; die Friction des Wagebalkens wird stärker, und die Wage giebt nicht so leicht einen Ausschlag: wiewol der Hr. v. **Wolf** versichert, daß er bey seinem Versuche eine so schnelle Wage gebraucht habe, die noch zuletzt von 2 Gran einen merklichen Ausschlag gegeben habe. Um aber diesen Ausschlag bey schweren Gefässen desto empfindlicher zu machen, schlägt **Jac. Bernoulli** (Oper. T. I. n. XI.) vor, das Gefäß im Wasser abzuwägen. Weil nun das Wasser einen grossen Theil des Gewichts trägt: so wird der Wagebalken nicht so sehr belästigt werden, obgleich auf eine andre Art die Bewegung des Wa-

gebalkens,

gebalkens, nemlich von dem Widerstande des Wassers, etwas mehr wieder gehindert wird.

88 §.

Jeder Körper wiegt in freyer Luft weniger, als im leeren Raum, und der Unterscheid beträgt so viel, als das Gewicht einer Menge Luft, die mit dem Körper einerley Raum ausfüllt (22 §. Hydrost.) Zwey ungleich grosse Körper, die in freyer Luft einander die Wage halten, werden es im leeren Raum nicht thun. Der grössere wird den Ausschlag geben, weil er in freyer Luft mehr von seiner Schwere verlohren hatte, als der kleinere. Daher beträgt das, was der grössere im leeren Raum am Gewicht gewinnt, mehr, als was der kleinere gewinnt. Man muß also das wahre Gewicht eines Körpers von seinem scheinbaren in freyer Luft unterscheiden. Wenn man die Dichtigkeit derjenigen Luft jedesmahl genau wüste, worin ein Körper von bekannter Grösse abgewogen worden: so liesse sich das wahre Gewicht dieses Körpers, welches er im leeren Raum haben würde, leicht finden. Man dürfte nur das Gewicht einer eben so grossen Masse Luft suchen, und dies zum Gewicht des Körpers addiren: so würde die Summe sein wahres Gewicht seyn.

Wenn ein Cubic-zoll Eisen 2338 Gran (50 §. Hydrost.) also ein Cubic-Fuß 4040064 Gran, oder 526 Pf. 7 Dr. 26 Gr. wiegt, und ein Cubicfuß Luft 585 Gr. (83 §.) oder 1 Unz. 1 Dr. 45 Gr. so wiegt ein Cubicfuß Eisen eigentlich 526 Pf. 1 Unz. 9 Dr. 11 Gr.

89 §.

89 §.

Es läst sich also keine ganz genaue Abwägung der Körper in freyer Luft bewerkstelligen, ohne nur solcher, die bey gleichem Gewicht auch gleich groß sind. Ein Käufer, dem eine Ware zugewogen wird, die specifisch schwerer, als das Gegengewicht ist, bekommt weniger, als er eigentlich haben soll; und wenn die Waare specifisch leichter, als das Gegengewicht ist, so bekommt er mehr: vorausgesetzt, daß er eigentlich die Waare nach ihrem wahren Gewicht kauft. Wenn die Dichtigkeit des Eisens sich zur Dichtigkeit des Queckſilbers, wie 7645 zu 13593 verhält (46 §. Hydrost.): so ist eine Masse Queckſilber, die eben so viel, als ein Cubicfuß Eisen wiegt, $\frac{7645}{13593}$ 1728 = 971,865 Cubiczoll groß, und eine solche Masse verliert in der Luft $\frac{971{,}865 \times 585}{1728} = 329$ Gr. oder 5 Dr. 29 Gr. also 256 Gr. oder 4 Dr. 16 Gr. weniger, als das eiserne Gegengewicht. Wenn nun der Käufer so viel haben soll, als ein Cubicfuß Eisen im leeren Raum wiegt: so bekommt er 4 Dr. 16 Gr. zu wenig. Wenn man das Queckſilber in einen eben so grossen Raum, als das eiserne Gegengewicht füllet, ausbreiten könnte; so würde man noch 4 Dr. 16 Gr. zusetzen müssen, um es mit dem eisernen Gegengewicht ins Gleichgewicht zu bringen. Ein Pfund Federn ist also in der That schwerer, als ein Pfund Bley, wenn nemlich beydes in freyer Luft gegen einander abgewogen ist.

90 §.

Diese Betrachtungen dienen zugleich, eine gewisse Methode zu prüfen, der sich einige ältere Naturforscher

scher, als Riccioli (Almag. Nov. Lib. II. Cap. 5. p. 55.) und andre, bedient haben, und die selbst Boyle in den Prolegom. der Paradox. Hydrost. zu billigen scheint. Man wog eine mit Luft angefüllte Blase und suchte das Gewicht eben dieser Blase, wenn die Luft herausgedrückt war. Der Unterscheid sollte das Gewicht der in der Blase befindlich gewesenen Luft anzeigen.

So fand Riccioli das Gewicht einer leeren Ochsenblase 4 Scrupel 4 Gran, und ihr Gewicht, nachdem sie aufgetrieben worden, war 4 Scrupel 6 Gran. Daraus schliest Riccioli die eingeblasene Luft habe 2 Gran gewogen. Allein Jac. Bernoulli Oper. T. I. n. XIII. und Wolf Nützl. Vers. 1 Th. 5 Cap. 132 §. haben gewiesen, daß diese Methode unbrauchbar sey, indem die mit Luft angefüllte Blase nicht mehr, und nicht weniger, als die leere Blase wägen kan, vorausgesetzt, daß die Luft in der Blase mit der äussern gleiche Dichtigkeit habe. Es hat damit eine ganz andre Bewandniß, als mit solchen Gefässen, die wenn sie von Luft ausgeleeret sind, eben die Gestalt und Grösse behalten, die sie hatten, da sie mit Luft angefüllt waren. Die körperliche Grösse eines solchen Gefässes, ohne die innere Höhlung, sey S, und die Grösse der Höhlung sey V, das Gewicht des Gefässes, $= P$, und das Gewicht des flüßigen, so den Raum V ausfüllt, $= Q$: so ist das Gewicht des, mit dem flüßigen angefüllten Gefässes $= P + Q$. Das Gewicht einer Masse des flüßigen, die den Raum S ausfüllt, sey $= x$: so ist des leeren Gefässes Gewicht im flüßigen $= P - (Q + x)$, und des vollen, $= P + Q - (Q + x)$, und der Unterscheid ist Q, nemlich das Gewicht des flüßigen, so den

Raum V ausfüllt. Dies bestätigen auch die Versuche. Wenn man ein leeres verschlossenes Gefäß ins Wasser hängt, und mit einem Gegengewichte ins Gleichgewicht setzt, hierauf aber das Gefäß unter dem Wasser öfnet, damit das Wasser hinein dringen kan: so bekommt das Gefäß den Ausschlag. (s'*Gravesand* Phys. Elem. Math. Lib. III. cap. I. §. 1412.) Dagegen ist das Gewicht des leeren Gefässes im flüßigen, wenn es wie eine Blase zusammen fällt $= P - x$, und eben dieses Gefässes Gewicht im flüßigen, wenn es angefüllt ist, wird $= P + Q - (Q + x) = P - x$, welches mit dem vorigen einerley ist.

91 §.

Wenn eine Blase stark aufgeblasen wird, so wird die Luft in der Blase dichter, als die äussere Luft im natürlichen Zustande ist, und deswegen wird eine solche stark aufgetriebene Blase etwas weniges mehr wägen, als wenn sie ledig ist. Dieser Ueberschuß des Gewichts beträgt aber nur so viel, als der Ueberschuß des Gewichts der in der Blase befindlichen verdichteten Luft, über eine Masse natürlicher Luft, die eben den Raum füllen würde. Daher kommt es, daß Riccioli und Boyle die Luft so leicht machen; jener nemlich 10000 mahl, und dieser 7500 mahl leichter als Wasser, wie Wolf a. a. O. deutlicher, als Bernoulli zeigt. Der Altorfische Sturm, welchen Bernoulli und Wolf beyde hieher rechnen, scheint von diesem Fehler gewisser massen frey zu seyn. Er braucht im colleg. curios. Tent. III. §. XV. pag. 17. den Versuch mit den aufgetriebenen Blasen dazu, überhaupt zu zeigen, daß die Luft schwer sey,

welches

welches richtig daraus folgt. Er setzt aber hinzu: et gravem esse aërem et *gravitare in proprio loco* h. e. in ipso aëre, und dies letzte hätte freylich einer genauern Bestimmung bedurft.

Der VII. Abschnitt.

Vom Manometer und Hygrometer.

92 §.

Weil die Wärme die Luft verdünnet, so wie die Kälte sie verdichtet: so wird an einem und eben demselben Ort die Dichtigkeit der Luft nicht allemahl einerley seyn. Ein Werkzeug, welches dazu dienet, die Veränderungen anzuzeigen, welche die Dichtigkeit der Luft leidet, heist ein **Manometer**. Otto von Guericke hat das erste Manometer erfunden, und solches in einem Briefe dem gelehrten Jesuiten Caspar Schotten im Jahr 1661 mitgetheilt, der es in seiner Technica curiosa Lib. I. cap. 21. p. 45. bekannt gemacht, woselbst auch p. 47 bis 53 Guerickens Brief abgedruckt ist. Jedoch hat der Erfinder die Würkungen des Barometers und Manometers noch nicht genau genug unterschieden, ob es gleich gewiß ist, daß das Guerickische Manometer immer noch den Vorzug vor denjenigen behält, die andre nach der Zeit angegeben haben. Die Einrichtung ist folgende.

93 §.

127 Fig. Man läst eine hohle kupferne Kugel AB verfertigen, die wenigstens einen Fuß im Durchmesser hält. Je grösser der Umfang der Kugel, und je dünner die metallische Schale ist, desto besser ist es. Aus dieser Kugel wird die Luft ausgepumpet, sie wird hiernechst fest verküttet, oder zugeschmolzen, weil man dem blossen Verschliessen mit dem Hahn in der Länge nicht trauen darf. In Ermangelung einer Luftpumpe läst sich die Luft auch durchs Feuer heraustreiben, wenn man sie auf glüenden Kohlen legt. In diesem Fall darf die Kugel nur eine sehr kleine Oefnung haben, die man hiernechst, wenn die Kugel hinlänglich erhitzet ist, zuschmelzet. Weil aber die Kugel eine starke Hitze auszustehen hat: so muß sie mit Schlagloth; und nicht mit Schnell-Loth gelöthet seyn, weil das letztere leicht fliesset. Die von Luft ausgeleerte Kugel hängt man an den einen Arm eines schnellen Wagebalkens auf, und bringt sie mit einem Gegengewicht ins Gleichgewicht. Wird nun die Luft dünner, als sie vorher war: so trägt sie einen kleinern Theil vom Gewichte der Kugel, als vorher; daher giebt die Kugel den Ausschlag. Wird aber die Luft dichter, als sie vorher war: so trägt sie einen grössern Theil vom Gewichte der Kugel, und das Gegengewicht giebt den Ausschlag. Das Gegengewicht muß so klein seyn, als sich thun läst, weil die Luft ebenfalls einen Theil desselben trägt, der desto kleiner ist, je weniger Raum es einnimmt. Wäre es eben so groß, als die Kugel: so würde die Wage sich gar nicht ändern, wenn sich gleich die Dichtigkeit der Luft änderte. Ein maßiv goldenes Gegengewicht würde das beste seyn, wenn es nicht

zu kostbar wäre. Man nimmt deswegen ein bleyernes Gegengewicht, weil das Bley nechst dem Golde und Queckſilber das ſchwerſte Metall iſt.

94 §.

Um nun zu erfahren, wieviel die Vermehrung, oder Verminderung der Dichtigkeit der Luft in dem einen, oder dem andern Fall jedesmahl betrage, müſte man durch zugelegte Gewichte das Gleichgewicht der Wage wieder herſtellen. Dieſer Mühe kan man ſich durch folgende Einrichtung überhebeu. Oben bey F an der Scheere, worin die Zunge des Wagebalkens ſpielt, wird ein Bogen angebracht, deſſen Mittelpunct in den Bewegungspunct des Wagebalkens fällt, ſo daß die Zunge ſelbſt einen beweglichen Halbmeſſer deſſelben abgiebt. Wenn nun dieſer Bogen in ſeine Grade und Minuten gehörig abgetheilet wäre, ſo daß der Anfang der Abtheilungen zu beyden Seiten in die Verticallinie fiele: ſo würde die Spitze der Zunge jedesmahl die Gröſſe des Winkels zeigen, um welcher die Zunge von der Verticallinie abweicht. Nun könnte man zwar aus dieſem Winkel das Uebergewicht vermöge der im 92 §. Stat. feſtgeſetzten Gründe berechnen, wenn die Abmeſſungen der Wage genau bekannt wären. Allein, weil man dieſe Abmeſſungen ſchwerlich ſo genau, als hier erfordert würde, finden kan: ſo iſt es am beſten, wenn man durch Verſuche ausmacht, wie groß der Winkel ſey, um welchen die Zunge von der Verticallinie abweicht, wenn man ein Gewicht auf der einen, oder andern Seite zulegt. In ſolcher Abſicht legt man auf die Kugel einen Gran, oder noch wohl ein kleiner Gewicht, wenn die Wage ſchnell genug

ist, und bemerkt an dem Bogen EH den Punct, worauf die Zunge weiset. Man legt auf solche Art immer mehr solcher kleiner Gewichte zu, und bemerkt jedes mahl, wie weit die Zunge abweicht, bis der gröste Ausschlag erfolget, der vermuthlich statt finden kan.

95 §.

Wenn man die Kugel vor dem Auspumpen mit der darin befindlichen Luft gewogen, und wie im 85 §. vorgeschrieben ist, ihre damahlige Dichtigkeit mit der Dichtigkeit des Wassers verglichen hat: so erkennet man in jedem andern Falle vermittelst des Manometers ihre jetzige Dichtigkeit. Dies ist auch eigentlich der Nutzen, welchen man von dem Auspumpen der Luft aus der Kugel erhält. Sonst wäre nur nöthig, die Kugel aller Orten so fest zu verschliessen, daß die innere Luft mit der äussern gar keine Gemeinschaft habe. Könnte man nun die Kugel sowohl im leeren Raum als auch in freyer Luft abwägen, so würde dadurch die damahlige Dichtigkeit der Luft sehr genau gefunden werden. Uebrigens würde nun die Kugel, an der Wage gehörig aufgehängt, eben die Dienste, wie die luftleere Kugel thun, um die Aenderungen in der Dichtigkeit der äussern Luft zu erfahren. Halley hat wahrgenommen, daß die Luft in Engelland, bey der grösten Sommerhitze um $\frac{1}{13}$ dünner, und bey der grösten Winterkälte um $\frac{1}{20}$ dichter sey, als bey mittelmäßiger Temperatur (Acta Erud. Suppl. T. 2. Sect. 9. p. 435.)

96 §.

Varignon hat ein andres Manometer angegeben (Memoires de l'Acad. de Paris A. 1705. Acta

Erud. 1707. p. 306. 307.) welches auch Wolf in den nützl. Vers. 2 Th. 4 Cap. 51 §. beschreibt. Allein derjenigen Fehler zu geschweigen, welche Wolf a. a. O. daran tadelt: so leistet dies Werkzeug der verlangten Absicht eigentlich gar kein Genüge. Es bestehet aus einem lothrecht stehenden cylindrischen gläsernen Gefässe BC; an demselben ist bey C eine gebogene Röhre, wie CDEFG angeschmolzen, und bey G befindet sich ein andres Gefäß, das bey A offen ist. In BC ist Luft, und in der Röhre CDEFG, Wasser. Man muß durch ein Zeichen, etwa bey D bemerken, wie hoch das Wasser zu der Zeit stand, da das Instrument verfertiget ward: so weiß man, wie groß der Raum BCD sey, den die Luft bey ihrer damahligen Dichtigkeit füllte. Bey grösserer Wärme wird sich die Luft in BC ausbreiten, und das Wasser wird sinken. Bey grösserer Kälte aber wird sich die Luft in BC in einen engern Raum ziehen, und das Wasser wird steigen. Aus der Veränderung des Raums aber, den die Luft in BC füllet, erkennt man die Veränderung ihrer Dichtigkeit, und diese ist, wie Varignon voraussetzt, mit der Veränderung der Dichtigkeit der äussern Luft einerley. Allein die Richtigkeit dieser letzten Voraussetzung könnte man noch wohl in Zweifel ziehen. Die eingeschlossene Luft wird einen kleinern, oder grössern Raum einnehmen, nachdem die Federkraft der äussern Luft grösser, oder kleiner wird. Wie wenn nun bey einerley Wärme die Dichtigkeit der äussern Luft sich ändern könnte, ohne daß ihre Federkraft stärker, oder schwächer würde. Dies würde das Werkzeug nicht anzeigen. Wenn aber die Federkraft sich änderte, und die Dichtigkeit dieselbe bliebe, so würde

128 Fig.

das Wasser in der Röhre, wie im Barometer, steigen oder fallen. Herr v. Wolf hat a.a.O. 54§. die Einrichtung dieses Werkzeugs zu verbessern gesucht. Er macht die untere Röhre kürzer, damit es nicht nöthig sey, sie so vielmahl zu biegen, und bringt statt des Wassers nur etwas weniges Queckſilber hinein, welches übrigens eben so, wie im Varignonischen Manometer von der eingeschlossenen Luft bewegt wird. Es bleibt aber bey dieser Einrichtung derselbe Zweifel übrig. Das Instrument ist zugleich ein Barometer, so wie das Drebbelische Thermometer, womit es, wie auch Hr. v. Wolf a.a.O. 5 Cap. 57. 58§. selbst erinnert, die gröste Aehnlichkeit hat. Eigentlich erkennt man also aus den Aenderungen desselben die Aenderungen der Dichtigkeit der im Gefäß BC eingeschlossenen Luft, und kan davon nicht unmittelbar auf eben die Aenderungen in der Dichtigkeit der äussern Luft schliessen. Diese letztern zeiget das Guerickische Manometer richtig an, und leistet also der eigentlichen Absicht ein völliges Genüge.

97§.

Es sind aber vornemlich dreyerley Ursachen, welche die Dichtigkeit der Luft nahe an der Erdfläche ändern: 1) die auf derselben liegende Last der höhern Luft, 2) die Wärme oder Kälte, und 3) die von der Erde aufsteigenden Dünste, die sich mit der Luft vermischen. In der That ist die Luft, besonders diejenige, so sich nahe an der Erdfläche befindet, eine Vermischung von allerhand sehr verschiedenen körperlichen Theilchen, die wenn wir gleich viele derselben nicht sehen, ihr Daseyn dennoch durch den Geruch, und allerhand andre Würkungen verrathen.

Viele

Viele dieser Theilchen lassen sich von den übrigen wieder absondern, und man muß sie deswegen von demjenigen, was eigentlich reine Luft ist, unterscheiden. Man kan alle diese in der Luft befindlichen fremden Theilchen durch den Namen der Dünste von der reinen Luft unterscheiden.

98 §.

Man siehet daraus, daß eigentlich nicht die Dichtigkeit der reinen, sondern einer mit Dünsten vermischten Luft durch das im 85 §. beschriebene Verfahren gefunden werde; und man müste Mittel in Händen haben, die Dünste von der reinen Luft ganz abzusondern, wenn man die Dichtigkeit der reinen Luft bey einem bestimmten Druck und in einer bestimmten Wärme untersuchen wollte. Weil indessen die Luft nicht immer mit gleich vielen, und vielleicht zuweilen mit gar keinen Dünsten vermischt ist, so käme es auf ein Werkzeug an, welches in soweit mit dem Manometer eine Aehnlichkeit hätte, daß es die Aenderungen in der Menge, der in der Luft befindlichen Dünste anzeigte. Wäre man mit einem solchen Werkzeug versehen, so würde man den obgedachten Versuch über die eigene Schwere der Luft zu einer solchen Zeit anzustellen haben, wenn dasselbe anzeigte, daß wenige oder gar keine Dünste in der Luft vorhanden wären. Die meisten derselben gehören in die Classe der wässerichten, und sind nichts anders als aufgelöstes Wasser. Ihre Würkungen, wenn sie sich wieder verdichten, bestehen darin, daß sie in Gestalt des Thaues, Regens, Schnees, u. s. f. wieder herunter fallen. Nun giebt es vielerley Körper in der Natur, die durch die Feuchtigkeit der Luft sehr

verändert werden, indem sich die Nässe in ihre Zwischen-Räumchen zieht. Es werden nemlich diese Körper dadurch nach allen Seiten ausgedehnt, und ziehen sich wieder zusammen, wenn sie trocken werden; ein und eben derselbe Körper ist schwerer, oder leichter, nachdem er feucht oder trocken ist, so daß man aus dergleichen Veränderungen, die mit den Körpern in freyer Luft vorgehen ohngefehr urtheilen kan, wie die Feuchtigkeit der Luft zu oder abgenommen habe. Ein zu dieser Absicht dienliches, und mit einem bequemen Zeiger versehenes Werkzeug, heist ein Hygrometer.

99 §.

Ohne Zweifel würde ein Hygrometer seiner eigentlichen Absicht am besten ein Genüge thun, wenn man vermittelst desselben erfahren könnte, wie viele Dünste mit einer bestimmten Menge Luft zu gewisser Zeit vermischt wären. In solcher Absicht könnten diejenigen Körper dienen, welche die Dünste aus der Luft an sich ziehen, und verursachen, daß sie wieder in Wasser zusammen fliessen, dahin alle Salze gehören, die man aus der Asche der Pflanzen ziehet. Man müste einen Theil der Luft so einschliessen, daß sie mit der äussern gar keine Gemeinschaft hätte. In dies Behältniß müste man eine Wage hängen, und in eine ihrer Schalen so viel trockene Potasche legen, daß sie einen in die andre Schale gelegten Gewicht die Wage hielte. Nun würde sich nach und nach der gröste Theil der eingeschlossenen Dünste verdicken, und dies würde an der Wage einen Ausschlag verursachen, woraus man die Menge der in der eingeschlossenen Luft befindlich gewesenen Dünste abnehmen

men könnte. Doch verspricht dies Verfahren keine vollkommene Richtigkeit; und weil es viel Schwürigkeit hat, die eingeschlossene Luft so genau zu verwahren, daß sie mit der äussern gar keine Gemeinschaft haben kan: so pflegte man sich zu begnügen, wenn man nur überhaupt weiß, ob die Luft feucht oder trocken sey. Man stellet daher eine solche Wage an die freye Luft, und weil man vornemlich zur Absicht hat, die Aenderungen zu erfahren, welche die Luft in Ansehung ihrer Feuchtigkeit, oder Trockenheit leidet, so legt man in die eine Schale so etwas, das nicht allein die Feuchtigkeit leicht an sich ziehet, sondern auch bald wieder fahren läst, wenn die Luft trocken wird. Hiezu erwählet man gewöhnlich einen Schwamm, oder etwas Baumwolle, löst im Wasser oder Eßig etwas Ammoniac-Salz oder Weinstein-Salz auf, feuchtet hiemit den Schwamm oder die Baumwolle an, die hiernechst an einem schattichten Ort wieder austrocknen muß.

100 §.

Das Holz dehnet sich nach der Länge seiner Fäden zwar nur wenig in feuchter Luft aus, aber diese Fäden selbst entfernen sich, wenn sie feucht werden, ungemein merklich von einander. Eine gedrehete Schnur oder Saite wird in der Feuchtigkeit etwas kürzer, und die von der Feuchtigkeit zuwege gebrachte Aufschwellung verursacht, daß sie sich aufwickelt, welches letztere vornemlich merklich ist. Man kan demnach ein dünn gehobeltes, und gehörig eingefastes Brett, ein an einer Schnur oder Saite aufgehangenes Gewicht, leicht mit einem Zeiger versehen, und die ganze Einrichtung so machen, daß diese Din-

ge statt eines Hygrometers dienen. Herr v. Wolf beschreibt im Tom. II. Elem. Math. Aërom. Cap. VII. §. 220. verschiedene dergleichen Einrichtungen, imgleichen Leupold im Theatro Aërostatico im VII Cap. 288 S.

Der VIII. Abschnitt.

Von der Dichtigkeit und Federkraft der Luft bey verschiedener Wärme, und dem Luft-Thermometer.

101 §.

Die Federkraft der Luft hängt beydes zugleich von der Wärme und der auf sie drückenden Last ab. Man kan beyde Veränderungen mit Herrn Lambert so unterscheiden, wenn man sagt, daß die Federkraft durch die Wärme verstärkt, und durch die Zusammenpressung vergrössert werde. Durch den Druck bringt man mehr Lufttheilchen in einerley Raum, die bey einerley Wärme einerley Federkraft haben: durch die Wärme aber wird die Dehnkraft eines jeden Lufttheilchen verstärkt. M. s. Herr Lamberts Abhandlung von den Barometerhöhen und ihren Veränderungen 35 §., in den Abhandlungen der Churfürstlich-Bayerschen Akademie der Wissenschaften, III B. II Th. 89 S.

102 §.

Bey dem Mariottischen Gesetz von der Dichtigkeit und Federkraft der Luft in verschiedenen Höhen (≈ 4. 75 §.) wird vorausgesetzt, die Wärme sey in allen Höhen einerley; ja da auch mehr oder weniger Dünste allerdings die Dichtigkeit der Luft ändern: so wird bey dem erwehnten Gesetz vorausgesetzt, daß auch die Dünste in eben dem Verhältniß ausgebreitet seyn, wie die Dichtigkeit der reinen Luft abnimmt. Alles beydes findet in der Natur nicht statt. Die Wärme ist unten gröſſer als oben, und die untere Luft nahe an der Erdfläche ist mit schwerern und mehrern Dünsten als die obere angefüllt, die gröſſere Wärme macht die untere Luft dünner, als nach dem Mariottischen Gesetz seyn sollte; wegen mehrerer Dünste aber ist sie dichter, als es diesem Gesetz gemäß wäre. Wenn diese beyden Abweichungen von der Regel grade gleichviel ausmachten, so würde Mariotts Regel völlig richtig bleiben. Jede dieser Abweichungen mag übrigens soviel sie wolle betragen, so erhellet, daß eine die andre zum Theil aufhebe.

103 §.

Es ist zwar das Gesetz, nach welchem die Dichtigkeit der Luft von ihrer Wärme abhängt, nicht zuverläßig bekannt: indessen scheint es, daß man berechtiget sey, folgende Sätze anzunehmen.

Bey gleicher Dichtigkeit der Luft verhält sich die Wärme, wie ihre Federkraft; so daß eine doppelt so warme Luft, doppelt soviel Federkraft besitzt, als eine halb so warme Luft, wenn beyde einerley Dichtigkeit haben.

Bey gleicher Masse der Luft, und bey gleichem Druck wächst die Wärme in dem Verhältniß des Raums, durch welchen sie die Luft ausdehnet; so daß bey gleichem Raum und Druck die Dichtigkeit sich umgekehrt wie die Wärme verhält.

Diese Sätze sind zwar von den Naturlehrern noch nicht durchgängig als richtig angenommen: indessen hat auch niemand ihre Unrichtigkeit bewiesen, seitdem der Herr Dan. Bernoulli in der Hydrodynamica Sect. X. §. 8. den ersten Satz zum Grunde gelegt hat. Wenn aber der erste Satz seine Richtigkeit hat, so ist der zweete eine Folge desselben. Es dehne nemlich eine grössere Wärme eine bestimmte Masse Luft bey einerley Druck in einen doppelten Raum aus, so wird ein nochmahl so grosses Gewicht erfordert, sie in den vorigen Raum zu pressen (74. 75 §); also ist ihre Federkraft, folglich ihre Wärme doppelt so groß geworden. Eben diese Sätze hat Hr. Lambert in der schon angeführten Abhandlung von den Barometer-Höhen und ihren Veränderungen im 40-42 §. zum Grunde gelegt.

104 §.

Man erhält vermittelst dieser Grundsätze ein Hülfsmittel, einen Grad der Wärme mit dem andern zu vergleichen; und von der eigentlichen Grösse einer jeden andern Wärme zu urtheilen, wenn ein bestimmter ein für allemahl bekannter Grad der Wärme als die Einheit, oder das Maaß festgesetzt ist. Bernoulli schlägt in solcher Absicht a. a. O. den Grad der Hitze des kochenden Regenwassers vor: er hat befunden, daß zu Petersburg die Wärme des kochenden

den Wassers, die gröste Sommerwärme der Luft, und ihre geringste Wärme bey der grösten Winterkälte, sich fast wie die Zahlen 6, 4 und 3 verhalten. Am 25 Dec. a. St. des Jahrs 1731 da er die grösste Kälte eben dieses Jahrs zu Petersburg beobachtet hat, verhielte sich die Federkraft der Luft zur Federkraft einer eben so dichten bis auf die Hitze des kochenden Wassers erwärmten Luft, wie 523 zu 1000. Aber am 21 Jan. 1733 war die Federkraft der Luft bey der grösten Winterkälte, nicht völlig halb so groß als die Federkraft der eben so dichten bis auf die Hitze des kochenden Wassers erwärmten Luft.

105 §.

Das Drebbelische Thermometer (47 §) würde also ein vollkommen gutes Wärmemaaß abgeben, wenn es so eingerichtet werden könnte, daß die Aenderungen in der Federkraft der äussern Luft auf die eingeschlossene keine Würkung hätten. Man kan indessen ein Luft-Thermometer, das den gedachten Veränderungen nicht unterworfen ist, folgendermassen zuwege bringen. Man schmelze die Oefnung H 115
an der Kugel eines gemeinen Barometers zu, so hat Fig.
man ein Luft-Thermometer, und die Vollkommenheit desselben beruhet vornemlich darauf, daß oben in der Torricellischen Leere AG nicht die geringste Luft zurück geblieben seyn muß. Die in dem Raum EHF eingeschlossene Luft wird bey grösserer Wärme eine grössere, bey geringerer Wärme eine niedrigere Queckfilber-Säule tragen: und wenn die Kugel in Vergleichung mit der Röhre sehr groß ist, so bleibt der Raum, den die Luft darin ausfüllt, also ihre Dichtigkeit, in beyden Fällen beynahe einerley. Demnach

nach verhält sich die Höhe dieser Queckſilber-Säulen, beynahe wie die zugehörige Wärme. M. ſ. *Hermanni* Phoron. Lib. II. Cap. XXIV. Prop. LXXXV. Schol. p. 377.

106 §.

Um aber bey jeder verſchiedenen Wärme die eingeſchloſſene Luft genau in einem Raum von einerley Gröſſe zu erhalten, mache man die Einrichtung ſo, daß die Röhre AB an der Tafel in jede gegen den Horizont ſchiefe Lage E*a* gebracht werden kan. Wenn nun die Hitze des ſiedenden Waſſers der höchſte Grad der Wärme iſt, den das Thermometer zeigen ſoll: ſo hänge man es vertical in ſiedendes Waſſer, und bemerke die Stelle M der Röhre, bey welcher die höchſte Fläche des Queckſilbers ſtehen bleibt. Bey geringerer Wärme wird nun das Queckſilber ſo hoch nicht ſteigen, wenn die Röhre vertical ſteht, und es wird die eingeſchloſſene Luft in einen engern Raum preſſen. Neigt man aber die Röhre auf die Seite in die Lage E*a*, ſo wird das Queckſilber in der Röhre gegen den Punct *a* zu rücken. Man neige die Röhre ſo lange, bis das Queckſilber, ſo im verticalen Stande an G ſtand, wieder bis *g* gerückt, und E*g* = EM iſt; ſo iſt *g* derſelbe Punct, bey dem es im ſiedenden Waſſer in verticaler Lage ſtand. Daher füllt nun die Luft in der Kugel auch grade den Raum aus, den ſie im ſiedenden Waſſer ausfüllte; und wenn F*h* die erweiterte Oberfläche des Queckſilbers in der Kugel, *gh* aber auf ihr ſenkrecht iſt: ſo verhält ſich die Hitze des ſiedenden Waſſers zur gegenwärtigen Wärme der eingeſchloſſenen Luft, wie die Höhe EM zur Höhe *hg*.

107 §.

107 §.

Weil der Grad der Hitze des siedenden Wassers nicht allemahl vollkommen übereinstimmig dürfte gefunden werden; so kan man auch jeden andern Grad der Wärme für die Einheit oder das Maaß annehmen, und völlig übereinstimmige Thermometer auf folgende Art zu wege bringen.

Bey einerley Dichtigkeit und Federkraft ist die Wärme der Luft einerley. Man nehme also diejenige Wärme für die Einheit, die in der Luft bey einer gewissen Dichtigkeit und Federkraft statt hat, z. E. diejenige, bey der das Barometer 28 Zoll hoch steht, und ein Cubic-Fuß Luft 600 Gran wiegt. Will man nun ein Luft-Thermometer verfertigen, so muß man die Dichtigkeit der Luft zu derselben Zeit suchen, und zugleich die Barometer-Höhe beobachten. Wenn alsdenn die Röhre gehörig mit Queckſilber gefüllt, und hierauf zugeschmolzen ist; so muß man zuforderst an der Röhre einen Punct *g* bemerken, den das Queckſilber bey einer ziemlich grossen Hitze erreicht, wenn die Röhre vertical stehet. Dies wird alsdenn der gröste Grad der Hitze seyn, den das Thermometer zeigen kan. Man kan auch den Punct *g* ganz willkührlich annehmen, dafern man sich nicht etwa zum voraus davon versichern will, daß das Thermometer einen gewissen Grad der Hitze z. E. des siedenden Wassers noch zeigen könne. Hat man nun zur Zeit dieses Versuchs einen Cubic-Schuh Luft 500 Gran schwer, und das Barometer 29 Zoll hoch befunden; so neige man hierauf die Röhre, bis das Queckſilber *g* erreicht, und bemerke die Höhe *gh*; so gehört diese Höhe der Wärme der Luft zu, die bey derselben statt hat, wenn ein Cubic-Schuh 500 Gran

wiegt, und das Barometer 29 Zoll hoch steht. Hieraus findet man leicht die derjenigen Wärme zugehörige Höhe, welche das Maaß jeder andern Wärme seyn soll. Bey dieser soll nemlich das Barometer 28 Zoll hoch stehen, und ein Cubic-Schuh Luft 600 Gran wägen. Es sey diese gesuchte Höhe $= x$, und die Höhe $= y$, welche der Wärme zugehört, bey der die Dichtigkeit der Luft 500 Gran ist, und das Barometer 28 Zoll hoch steht, so hat man

$$500 : 600 = gh : y$$

$$28 : 29 = y : x \text{ (103 §.)}$$

folglich wird $x = \frac{29.600}{28.500} gh$. Wird nun diese Höhe x in 100 oder 1000 Theile getheilt, so werden diese Theile die Grade des Luft-Thermometers abgeben, und es werden alle auf eben die Art eingerichteten Thermometer mit einander übereinstimmen. Man sehe Bernoulli Hydrodyn. Sect. X. §. 10.

108 §.

Bey dieser von Daniel Bernoulli a. a. O. angegebenen Einrichtung des Luft-Thermometers ist es beschwerlich, daß man die Röhre jedesmahl gegen den Horizont neigen muß. Herr von Segner schlägt deswegen eine verbesserte Einrichtung vor, die von dieser Unbequemlichkeit frey ist, bey welcher die Röhre beständig den verticalen Stand behalten kan. M. s. dessen Programma de æquandis thermometris aëreis Gœtting. 1739. Man bemerke den Punct M, bey dem das Queckſilber im siedenden Wasser steht, oder bey einem andern angenommenen Grade der Wärme, womit man die übrigen vergleichen will; und es sey $EM = Eg = a$. Bey einem andern

andern geringern Grade der Wärme neige man das Thermometer in die Lage E*a*, bis das Queckſilber bis *g* reicht, und es ſey die verticale Höhe $gh = b$. Steht nun bey eben der Wärme und verticalen Stande der Röhre das Queckſilber bey G, ſo ſey $EG = c$; und man hat $GM = a - c$. Iſt ferner der Querſchnitt der Röhre $= ee$, ſo iſt der Röhre GM Inhalt $= (a - c)ee$. Der Raum, den die Luft in der Kugel füllte, da das Queckſilber bey M ſtand, ſey $= S$, ſo füllt eben dieſe Luft den Raum $S - (a - c)ee$, wenn das Queckſilber bey G ſteht, weil nun die Queckſilber-Säule GM auch noch in die Kugel hineingetreten iſt, alſo der Raum, den jetzt die Luft darin einnimmt, um ſo viel kleiner ſeyn muß. Bey einem gröſſern Grade der Wärme, als derjenige iſt, ſo das Queckſilber bis M hebt, ſteigt G über M hinauf, und der Raum, den jetzt die Luft in der Kugel füllt, iſt um das Stück GM, ſo nun $= c - a$ iſt, gröſſer als S. Demnach muß dieſer Raum nun $= S + (c - a)ee$ geſetzt werden. Aber dieſer Ausdruck iſt mit dem vorigen einerley, nur daß in dieſem Fall $c > a$ iſt, ſtatt deſſen, daß im erſten Fall $c < a$ war. Die Dichtigkeit der eingeſchloſſenen Luft ſey $= \delta$, wenn die Röhre die geneigte Lage hat; ihre Dichtigkeit bey eben der Wärme ſey $= \Delta$, wenn die Röhre vertical ſteht, ſo iſt $\delta : \Delta = b : c$ (74 §). Aber auch $\delta : \Delta = S - (a - c)ee : S$, alſo $S - (a - c)ee : S = b : c$, folglich $bS = cS - (ac - cc)ee$, und dies giebt

$$\frac{S}{ee} = \frac{(a - c)c}{c - b}.$$

109 §.

Man nenne nun *c* die der Höhe *b* zugehörige reducirte Höhe, und nehme willkührlich eine andre Höhe *p*

an, in der das Queckſilber bey einer andern Wärme und geneigter Lage der Röhre erhalten würde: ſo läſt ſich die dazu gehörige reducirte Höhe ſo finden. Man darf nur in der obigen Gleichung nur p ſtatt b und q ſtatt c ſchreiben, ſo hat man $pS = qS - (aq - qq)ee$, oder $eeqq - (aee - S)q = pS$, folglich $qq - \left(a - \frac{S}{ee}\right) q = \frac{pS}{ee}$, und dieſe Gleichung giebt $q = \frac{1}{2}\left(a - \frac{S}{ee}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{pS}{ee} + \frac{1}{4}\left(a - \frac{S}{ee}\right)^2\right)}$.

Da nun im vor. § der Werth des Bruchs $\frac{S}{ee}$ gefunden iſt, ſo darf man ihn hier nur ſubſtituiren, um g zu finden. Wegen der Zweydeutigkeit des Wurzelzeichens iſt aber zu bemerken, daß q allemahl gröſſer als p gefunden werden müſſe, weil jene Säule von einer dichtern Luft als dieſe, bey einerley Wärme getragen wird. Jedoch gilt dies leztere nur, ſo lange die Höhe q einer Wärme zugehört, die kleiner iſt, als die der Höhe a zugehörige Wärme. Für gröſſere Grade der Wärme verhält es ſich umgekehrt. Für die Höhe p hat nemlich die eingeſchloſſene Luft einerley Dichtigkeit mit derjenigen, die der Höhe a zugehört, für die Höhe q aber nun eine geringere Dichtigkeit, alſo iſt nun $q < p$. Uebrigens ergiebt ſich q aus eben der gefundenen Gleichung, weil die obigen Schlüſſe alle ihre Richtigkeit behalten, wenn gleich EG > EM angenommen wird, wie bereits im vor. §. iſt angemerkt worden.

110 §.

Ein ſolches Luft-Thermometer, wenn es mit dem Barometer gehörig verbunden wird, kan zugleich die Dienſte

Dienste eines Hygrometers, und dies noch dazu weit vorzüglicher als die gemeinen Hygrometer leisten. Es kan dazu dienen, die Veränderungen der Dichtigkeit und des Gewichtes der Dünste zu finden, die sich in der untern Luft aufhalten. Wenn man von zweyen übereinstimmenden Barometern das eine oben auf einem Thurm oder Berg, das andre am Fuß desselben aufhängt, so daß jenes zwo bis drey Linien tiefer als dieses stehet; so erhellet, daß der Unterscheid zwischen diesen beyden Barometer-Höhen derjenigen Columne Luft das Gleichgewicht halte, die zwischen beyden liegt. Das Gewicht dieser Columne Luft wird sich auf dreyfache Art ändern.

I) Bey einerley Druck der obern Luft, und einerley Wärme wächst das Gewicht dieser Luft-Säule, wenn sich die Dünste in derselben aufhäufen. Wenn demnach das obere Barometer sich gar nicht ändert, auch das Thermometer denselben Grad der Wärme zeigt, dennoch aber das untere Barometer steigt oder fällt; so rührt diese Aenderung allein von den Dünsten her, die sich im ersten Fall anhäufen, im zweyten aber zerstreuen:

II) Bey gleicher Wärme und gleicher Masse der Dünste wird diese Luftsäule desto schwerer, je mehr sie von der aufliegenden Last der obern Luft gedruckt wird. In dieser Absicht also wächst ihr Gewicht in einerley Verhältniß mit der Höhe des obern Barometers.

III) Bey gleichem Druck und gleicher Masse der Dünste nimmt das Gewicht eben der Luftsäule ab, wenn die Wärme zunimmt, und die Veränderung ist in umgekehrter Verhältniß der Wärme.

Um den jedesmahligen Grad der Wärme für diese Luftsäule aus der Beobachtung richtig zu haben, dürfte es wohl nöthig seyn, bey jedem Barometer ein Luft-Thermometer zu haben, weil oben die Wärme schon etwas geringer als unten seyn wird. Aus beyden beobachteten Graden der Wärme kan man alsdenn ein Mittel für die Wärme der ganzen Columne annehmen: da sich dann folgende Regeln ergeben, nach welchen man die beyden letzten Fälle auf den ersten bringen, und so allemahl von der in der untern Luft enthaltenen Menge Dünste urtheilen kan.

III §.

Man nehme an, das Luft-Thermometer sey so eingerichtet, daß es bey temperirter Wärme 1000 Grade zeigt: man setze ferner beyde Barometer sind bey eben der Wärme aufgehangen, und das oberste habe zu der Zeit 28 Zoll hoch gestanden: so war der Unterscheid der Barometerhöhen eine Queckfilbersäule, die mit der Luftsäule zwischen den Barometern bey temperirter Wärme und einem Druck von 28 Zoll das Gleichgewicht hielte. Nun mag zur andern Zeit bey andrer Wärme und andrer Höhe des obern Barometers der Unterscheid der Barometer-Höhen seyn, welcher er wolle, so kan man ihn allemahl auf denjenigen reduciren, der bey eben der Menge von Dünsten in temperirter Wärme und beym Druck von 28 Zoll statt haben würde. Es sey nemlich die Höhe des obern Barometers $= a$, der Unterscheid von der Höhe des untern $= d$, die beobachtete Wärme von n Graden, der Unterscheid der Höhen, welcher bey temperirter Wärme, und dem Druck von

28 Zoll beobachtet wäre, $= \delta$; so hat man $d : \delta = \frac{a}{n} : \frac{28}{1000}$ (108 §), folglich $\delta = \frac{28.n}{1000.a} d$.

Um soviel nun dieser Unterscheid zur einen Zeit grösser ist, als zur andern, um soviel hat das Gewicht der Dünste und ihre Dichtigkeit zugenommen.

112 §.

In der That aber ist es beschwerlich, die Beobachtung auf diese Art anzustellen, und man kan eben dasselbe erhalten, wenn man statt des höhern Barometers das Guerickische Manometer braucht. Das Gewicht von soviel Luft, als mit der Kugel am Manometer einerley Raum ausfüllt, muß man in einem Fall durch eine Beobachtung bestimmen. Wenn man nach dem 85 §. die eigene Schwere der Luft für diesen Fall sucht, und den Durchmesser der Kugel genau kennet, so ist das Gewicht von so viel Luft leicht gefunden. Wenn man Kürze halber annimmt, der Raum der Kugel sey ein Cubic-Fuß, so wird sich das Gewicht von soviel Luft ohngefehr auf 600 Gran belaufen. Für jede andre Zeit wird das Manometer anzeigen, um wieviel das Gewicht von 1 Cubicfuß Luft zu oder abgenommen habe. Dies Gewicht läst sich nun jedesmahl in ein andres verwandeln, welches bey der Barometerhöhe von 28 Zoll und derjenigen temperirten Wärme beobachtet wäre, bey der das Luft-Thermometer 1000 Grade zeigt. Es sey nemlich P das beobachtete Gewicht von derjenigen Masse Luft, die mit der Kugel am Manometer einerley Raum füllt; die Barometerhöhe sey $= a$, die Wärme nach dem Luft-Thermometer von n Graden: aber Π sey dasjenige Gewicht, welches bey der Ba-

rometer-Höhe von 28 Zoll, und in der Wärme von 1000 Graden beobachtet wäre: so hat man $\frac{a}{n} : \frac{28}{1000} = P : \Pi$, also $\Pi = \frac{28 . n . P}{1000 . a}$. Soviel Grane dies Gewicht zu einer Zeit grösser oder kleiner ist, als zur andern, soviel hat das Gewicht der Dünste in einem der Kugel gleichen Raum zu oder abgenommen.

113 §.

Man siehet leicht, daß sich das Wolfische Manometer (96 §) hier nicht statt des Guerickischen brauchen lasse. Das Guerickische zeigt die Aenderungen in der Dichtigkeit der äussern Luft: das Wolfische nur die Aenderungen in der Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft. Letztere enthält auch Dünste, aber ihre Masse bleibt mit der Masse der eingeschlossenen reinen Luft beständig. Beyde dehnen sich auf eine gleichförmige Art aus, wenn entweder die Wärme grösser, oder der Druck der äussern Luft geringer wird. In freyer Luft ändert sich das Verhältniß zwischen der reinen Luft und den Dünsten: im Wolfischen Manometer bleibet dies Verhältniß beständig so, wie es zur Zeit der Verfertigung war. Wenn man den Raum, den die Luft in demselben bey einer bestimmten temperirten Wärme und bey dem äussern Druck von 28 Zoll einnimmt, in 1000 Theile theilt, und hiernach die übrige Abtheilung einrichtet, so läst sich dies Manometer mit dem Guerickischen zusammen statt des Luft-Thermometers und Barometers gebrauchen.

Das Wolfische Manometer zeige n Grad, und ein Cubic-Fuß der jetzigen Luft habe das Gewicht P, welches das Guerickische Manometer ergeben wird; ferner

Ferner sey Π das Gewicht eines Cubicfusses der jetzigen Luft, wenn der Druck 28 Zoll, und die Wärme eben diejenige wäre, wornach das Wolfische Manometer regulirt ist. Wäre nun die gegenwärtige Luft in das Wolfische Manometer eingeschlossen worden, so hätte sich ihre Dichtigkeit in dem Verhältniß n: 1000 geändert. Will man also ihre Dichtigkeit haben, die ihr beym Druck von 28 Zoll, und in temperirter Wärme zukommen würde, so darf man nur rückwärts schliessen $1000 : n = P : \Pi$, und man erhält $\Pi = \frac{n.P}{1000}$.

114 §.

Diese Lehren vom 110 bis 113 §. sind wiederum aus Hr. Lamberts Abhandlung von Barometerhöhen und ihren Veränderungen genommen. M. s. den 140-163 §. in der Abhandl. der Churf. Bayerschen Akademie der Wissenschaften III B. 2ter Th. 135-142 S. Eben daselbst 145-147. S. theilt Hr. Lambert aus den Actis Helveticis eine Tafel mit von den zu Basel und la Ferriere en Erguel zu gleicher Zeit beobachteten Barometerhöhen für alle Tage des Jenners 1756, wie auch den Stand des Luft-Thermometers und die jedesmahlige Witterung. Dies dient eine Probe zu geben, wie man aus dergleichen Beobachtungen auf die veränderliche Masse der Dünste in der untern Luft schliessen könne.

Es war am	Barom. zu Basel	Barom. zu Ferriere	Unterschied	Therm. zu Basel
2 Jan. Ab.	318. 2	299. 0	25, 2	967
4 Jan. Ab.	322. 2	294. 0	28, 2	962
5 Jan. Morg.	317. 2	292, 0	25, 2	972
29 Jan. Morg.	330, 5	301, 5	29, 0	944

Reducirt man diese Unterschiede der Barometerhöhen auf den 1000sten Grad des Luft-Thermometers, und den Druck von 28 Zoll oder 336 Lin., so so erhält man

für den 2 Jan. Ab. $= \frac{336.967.25,2}{1000.299} = 27,94$ Lin.

den 4 Jan. Ab. $= \frac{336.962.28,2}{1000.294} = 31$ Lin.

den 5 Jan. Morg. $= \frac{336.972.25,2}{1000.292} = 28,19$ Lin.

den 29 Jan. Morg. $= \frac{336.944.29,0}{1000.301,5} = 30,51$ Lin.

Demnach verhielt sich die reducirte Dichtigkeit der Luft am 4ten Jan. zu der am 2ten Jan. wie 10 zu 27,94. Der Unterscheid 3,06 macht ohngefehr den zehnten Theil der grössern Dichtigkeit aus. Es ist also die Luft zwischen Ferriere und Basel am 4 Jan. um den 10ten Theil ihres Gewichts mehr als am 2 Jan. mit Dünsten angefüllt gewesen.

Die Mechanik,

oder

allgemeine Theorie von der Bewegung fester Körper.

Der I. Abschnitt.

Von

der gleichförmigen Bewegung und der Trägheit der Körper.

1 §.

Wenn man von der Bewegung eines festen Körpers ein richtiges Urtheil fällen will: so muß man für allen Dingen erwägen, daß ein jedes Theilchen des Körpers, jeder Punct desselben, seine eigene Bewegung haben könne. Deswegen kan man von der Bewegung des ganzen Körpers alsdenn allererst urtheilen, wenn man die Bewegung aller seiner Puncte kennet. Der leichteste Fall, welcher bey dieser Untersuchung vorkommen kan, ist der, wenn alle Puncte des Körpers in graden Linien fortgehen, die einander parallel sind. In diesem Fall darf man nur die Bewegung eines einzigen Puncts kennen, so kennet man zugleich die Bewegung des ganzen Körpers. Dies ist die Ursache, weswegen man in der Mechanik mit Betrachtung der Bewegung einzelner Puncte den Anfang macht.

2 §.

2 §.

Der Weg, durch welchen ein Punct fortgehet, ist eine Linie, die entweder grade, oder krumm seyn wird, und während der Bewegung verfliest allemahl eine gewisse Zeit. Wenn man demnach die Linie kennet, worin der Punct fortgehet; so wird man von der Bewegung des Puncts vollständig urtheilen können, wenn man für jede gegebene Zeit anzugeben weiß, wo sich der Punct in diesem Augenblick in seinem Wege befindet. Es sey s der Weg, den der Punct in der Zeit t zurückleget: so ist t eine veränderliche Grösse (34 §. A. R.) und der Werth von s hängt von der verflossenen Zeit t ab, so daß auch s eine veränderliche Grösse ist, die für jeden bestimmten Werth der Zeit t ebenfalls ihren bestimmten Werth erhält.

3 §.

Wenn der Weg s der Zeit t proportional ist, so heist die Bewegung gleichförmig. Dies will so viel sagen. Die Bewegung ist gleichförmig, wenn der Punct in doppelter Zeit doppelt so weit, in dreyfacher Zeit, dreymahl so weit gehet, u. s. f. als in der einfachen Zeit: und dies allemahl, es mag t so groß, oder so klein genommen werden, als man will. Einem Punct, der auf solche Art gleichförmig forgehet, schreibt man eine gewisse Geschwindigkeit zu, und von dieser Redensart macht man sich am besten folgende Vorstellung. Wenn zweene Puncte M und N
129 Fig. in gleichen Zeiten verschiedene Wege, AB und CD, gleichförmig durchlaufen: so ist des Puncts M Geschwindigkeit grösser, als die Geschwindigkeit des andern Puncts N, wenn $AB > CD$ ist. Dafern $AB = 2CD$ ist: so geht M doppelt so geschwinde, als

N,

N, und überhaupt verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Wege, welche die Puncte in gleichen Zeiten gleichförmig durchlaufen. Daher hat man einen völlig bestimmten Begrif von der Geschwindigkeit eines bewegten Puncts, wenn man den Weg kennet, welchen der Punct in einer gewissen Zeit durchläuft.

4 §.

Damit diese Zeit ein für allemahl eine festgesetzte Grösse habe; und es nicht nöthig sey, jedesmahl zu erinnern, daß der Punct in so vieler Zeit, so viele Fusse fortgehe: nimmt man gewöhnlich dafür eine Zeitsecunde an. Aus eben dieser Ursache soll hinführo allemahl durch die Geschwindigkeit eines Puncts der Weg verstanden werden, den er in der Zeit von einer Secunde zurücklegt. Man könnte statt dessen eine Minute, Stunde, und jede andre beliebige Einheit erwählen, wodurch man die Grösse der Zeit auszudrücken pflegt. Weil man aber, die Brüche zu vermeiden, bey den mechanischen Rechnungen die Zeit gewöhnlich in Secunden ausdrückt: so ist es am bequemsten, auch die Geschwindigkeit aus der Grösse des Weges zu beurtheilen, der in einer Secunde gleichförmig zurückgelegt wird.

Uebrigens hat es mit dieser Messung der Geschwindigkeit eben die Bewandniß, wie mit andern ähnlichen Messungen, wobey dem Ansehen nach das Maaß mit der zu messenden Grösse nicht von einerley Art ist. Der in einer Secunde zurückgelegte Weg selbst ist eigentlich die Geschwindigkeit nicht; allein, wenn diejenige Geschwindigkeit als die Einheit betrachtet wird, womit der Punct in einer Secunde einen Fuß

weit

weit fortgehet: so wird die Geschwindigkeit, womit ein andrer Punct in einer Secunde, 2 oder 3 Fuß fortgehet, zwey oder dreymahl grösser seyn, und also durch eben die Zahl ausgedrückt werden, welche den in einer Secunde zurückgelegten Weg anzeigt. Auf ähnliche Art mist man einen Winkel vermittelst des Kreisbogens zwischen seinen Schenkeln (473 §. G.)

5 §.

Man weiß, wie weit ein Punct in einer gegebenen Zeit gleichförmig fortgegangen ist: man soll seine Geschwindigkeit suchen.

Aufl. Wenn die Zeit, wie hier ein für allemahl vorausgesetzt wird, durch Secunden ausgedrückt wird: so wird die Geschwindigkeit gefunden, wenn man den Weg s durch die Zeit t dividirt. Denn man hat die Proportion

t Secund: 1 Secund $= s$: Wege, der in einer Secunde zurück gelegt wird (3 §).

Dieser letzte Weg ist die Geschwindigkeit (4 §), wenn also diese $= c$ gesetzt wird: so ist nach der Regel Detri $c = \frac{s}{t}$.

Man darf sich bey diesem Ausdruck nicht daran stossen, daß Zeit, und zurückgelegter Weg nicht Grössen von einerley Art sind. Es ist nicht die Frage, wie viel mahl t in s enthalten sey; sondern, wie groß das Stück des Weges s sey, was heraus kommt, wenn s in so viele gleiche Theile getheilt wird, als t Secunden enthält. Es ist überhaupt nicht nothwendig, daß der Divisor mit dem Dividendo von einerley Art sey (166 §. G.)

6 §.

6 §.

Weil bey gleichförmiger Bewegung der Punct in der einen Secunde so weit geht, als in der andern: so ist c allemahl einerley, wie groß auch s und t seyn mögen. Es behält c einen ein für allemahl bestimmten Werth, wie sich auch t und s ändern mögen. Daher ist c in der Gleichung $c = \frac{s}{t}$ eine beständige Grösse, wenn gleich s und t veränderlich sind. Uebrigens ist $c = \frac{s}{t}$, oder $s = ct$, die Fundamental-Gleichung in der Lehre von der gleichförmigen Bewegung. Ist c ein für allemahl bekannt: so weiß man für jede gegebene Zeit, wie weit der Körper fortgegangen sey.

7 §.

Um aber vollständig von der Bewegung zu urtheilen, muß man noch die Beschaffenheit des Weges kennen, worin der Punct fortgehet, ob es nemlich eine grade, oder krumme Linie sey. Geht der Punct in grader Linie fort: so heist die Lage dieser graden Linie, die Richtung der Bewegung, und diese bleibt einerley, wenn der Punct beständig in derselben graden Linie bleibt. Dafern aber der Punkt in einer krummen Linie, wie AMGm fortgehet, so ändert sich seine Richtung beständig, und wenn er in einem gewissen Punct M seines Weges sich jetzt befindet, so kommt seine Richtung mit der Lage derjenigen graden Linie überein, worin er von nun an fortgehen würde, wenn sein Weg von diesem Augenblick an sich nicht weiter krümmete. Diese grade Linie kan nun keine andre seyn, als Mt, welche die krumme Linie in dem Punkt M berührt.

Wenn

Wenn gleich ein solcher Punct in einer krummen Linie fortgehet, so kan dennoch seine Bewegung gleichförmig seyn: und in diesem Fall läst sich der im 3 und 4 § festgesetzte Lehrbegrif der Geschwindigkeit leicht anwenden. Durch die Geschwindigkeit wird auch hier die Gröſſe des Weges verstanden, den der Punct in einer Secunde gleichförmig zurück leget.

8 §.

130 Fig. Der Punct M bewege sich gleichförmig in der graden Linie BC; und man setze, er sey im Anfange der Zeit t in A gewesen, in einer Secunde aber bis D fortgerückt: so ist $c = AD$. Wenn man nun diesen vorwärts zurückgelegten Weg mit (+) bezeichnet: so wird der Weg, welchen man von A an rückwärts, gegen B zu, rechnet, mit (—) zu bezeichnen seyn. Man kan demnach auch die Frage leicht beantworten, wie weit der Punct vor einer gewissen Zeit, die vor dem Augenblick, da er in A war, vorhergegangen ist, von A noch zurück gewesen sey. Diese Zeit wird mit (—) bezeichnet. Setzt man z. E. $t = -3$ Secunden: so wird $s = -3c$. Wäre nun $c = 6$ Fuß: so erhielte man $s = -18$ Fuß. Also war der Punct M, 3 Secunden vorher, ehe er in A anlangte, noch 18 Fuß rückwärts von A entfernt.

9 §.

Wenn die Lage der graden Linie, worin der Punct fortgehet, für sich bekannt ist: so bedarf man keiner nähern Bestimmung des Orts, wo sich der Punct zu einer gegebenen Zeit befindet, als dieser, daß man weiß, wie weit er in dieser Linie von einem bekannten Puncte derselben, entfernt sey. Ueberhaupt aber

aber läst sich die Frage: wo ist eine Sache anzutreffen? nicht unmittelbar beantworten, wofern demjenigen, dem die Antwort gegeben werden soll, nicht andre Oerter schon bekannt sind, damit man im Stande sey, die Lage der Sache gegen diese Oerter anzugeben. Deswegen ist es nöthig, die Hülfsmittel genauer kennen zu lernen, der man sich bedienen muß, den Ort eines Puncts anzugeben.

10 §.

Gesetzt, man weiß, daß ein Punct M in einer gewissen Ebene liegt, deren Lage man als bekannt annehmen kan; und es sey die Frage zu beantworten: Wo liegt der Punct *M* in dieser Ebene? Weil vorausgesetzt wird, daß die Ebene von unbestimmter Grösse sey: so läst sich hierauf gar nicht antworten, daferne man in dieser Ebene gar keine Oerter als bekannt annehmen kan. Gesetzt aber, in dieser Ebene ist die grade Linie AB gezogen; und ihre Lage ist bekannt: so läst sich der Ort des Puncts M schon einigermassen angeben, wenn man z. E. sagt: der Punct M liegt über AB, und ist von AB 2 Fuß entfernt. Dennoch aber ist dies noch nicht bestimmt genug. Es sey nemlich in der Entfernung PM = 2 Fuß eine grade Linie QR mit AB parallel gezogen: so wird eben dasselbe von allen Puncten dieser Linie QR gelten. Jeder Punct dieser Linie liegt über AB, und ist von AB 2 Fuß entfernt. Nun muß man noch weiter fragen: wo liegt denn M in dieser Linie? Gesetzt durch A sey eine andre grade Linie CD auf AB senkrecht gezogen: so ist die Lage dieser Linie gleichfalls bekannt. Man kan nun die Entfernung des Puncts M von der Linie CD auf eine ähnliche Art

131 Fig.

angeben, z. E. M liegt rechter Hand von CD, und ist von CD 3 Fuß entfernet. Dies beydes zugleich bestimmt den Ort des Puncts M völlig. Denn vermöge der letztern Bestimmung muß M in der graden Linie ST liegen, die mit CD in der Entfernung von 3 Fuß, parallel ist. Vermöge der ersten Bestimmung liegt M auch in QR; also in beyden Linien zugleich, folglich da, wo sich beyde schneiden.

11 §.

131 Fig. Man setze nun, der Punct M gehe gleichförmig in der Linie AM fort, und er sey im Anfange der Zeit *t*, in A gewesen, in der ersten Secunde aber von A nach E gekommen: so ist seine Geschwindigkeit *c* = AE. Er sey in der Zeit *t* von A bis M fortgerückt, und AM = *s*: so ist er in eben dieser Zeit von AB um die Entfernung PM = AQ, und von CD um die Entfernung AP = QM, fortgerückt; denn im Anfange der Zeit *t* war er in beyden Linien AB und CD zugleich. Wenn ferner EF und EG auf AB und CD senkrecht sind: so ist eben der Punct in einer Secunde von AB um die Entfernung EF = AG; von CD aber um die Entfernung AF = EC fortgerückt. Daher kan man die Bewegung des Puncts M in der graden Linie AM in Gedanken in zwo andre Bewegungen zerlegen, nemlich nach den Richtungen AP und AQ, die ebenfalls gleichförmig sind, wenn die Bewegung des Puncts M in AM gleichförmig ist. Es ist nemlich AF : AP = AE : AM = AG : AQ, wo sich auch M in der graden Linie AM befindet. Wenn also AE und AM der Zeit proportional sind: so sind es auch AF und AP; imgleichen AP, uud AQ. Der Punct M rückt also von CD mit der Geschwindigkeit AF,

AF, und von AB mit der Geschwindigkeit AG fort. Demnach kan man auch die Geschwindigkeit AE in zwo andre, AF und AG, nach den Richtungen AB und CD zerlegen. Denn indem der Punct M nach AM, mit der Geschwindigkeit AE, fortgeht; rücket er in der That von CD mit der Geschwindigkeit AF, und von AB mit der Geschwindigkeit AG fort. Und wenn die Linie AM gegen AB unter dem Winkel BAM $= \alpha$ geneigt ist; so ist die Geschwindigkeit nach der Richtung AB $= c \cdot \cos\alpha$, und nach der Richtung AD $= c \cdot \sin\alpha$, wenn AE $= c$ ist.

12 §.

Wenn man nun umgekehrt weiß, daß der Punct M nach der Richtung AB mit der Geschwindigkeit AF, und nach der Richtung AD mit der Geschwindigkeit AG fortgehe; so ist die eigentliche Geschwindigkeit desselben $= \sqrt{(AF^2 + AG^2)}$ und die Richtung der Bewegung ist gegen AB unter einem Winkel geneigt, dessen Tangente $= \frac{AG}{AF}$. Man kan sie durch geometrische Verzeichnung finden, wenn man aus den Seiten AF und AG das Rechteck verzeichnet, und dessen Diagonale AE ziehet. Diese ist die eigentliche Richtung der Bewegung, und zugleich die eigentliche Geschwindigkeit des bewegten Puncts, in seiner Bahn.

13 §.

Es ist nicht nothwendig, daß DAB ein rechter Winkel sey. Dies ist hier nur angenommen worden, um die erste Vorstellung dieser Sache desto mehr zu erleichtern. Wenn DAB ein schiefer Winkel ist: so 132 ån- Fig.

ändert sich nichts weiter in der bisherigen Vorstellung, als der einzige Umstand, daß nun MP und MQ nicht die eigentlichen Entfernungen (93 §. G.) von CD und AB sind. Diese zu erhalten, müste man MP und MQ in den Sinus des Winkels DAB multipliciren. Wenn man inzwischen die Bedeutung des Worts: Entfernung, hier so nimmt, daß die Entfernungen nach den Richtungen AB und AD verstanden werden, wie im 63 §. St.: so behalten alle übrige Folgerungen ihre Richtigkeit. Indem der Punct M von A nach M geht; rückt er in der That von CD nach der Richtung AB, um die Entfernung AP, und nach der Richtung CD von AB, um die Entfernung AQ = PM, fort. Und wenn die Bewegung von A nach M gleichförmig ist: so ist sie es auch nach den Richtungen AB und CD. Ist AE die eigentliche Geschwindigkeit des Puncts M in seiner Bahn; und man zieht EF und EG mit CD und AB parallel: so ist AF des Puncts M Geschwindigkeit nach der Richtung AB, und AG seine Geschwindigkeit nach der Richtung CD. Ist $AE = c$: so wird $AF = \frac{c \,.\, sin\, EAG}{sin\, FAG}$, und $AG = \frac{c\, sin\, EAF}{sin\, FAG}$.

14 §.

Sind umgekehrt die Geschwindigkeiten AF und AG gegeben, nebst dem Winkel FAG: so ist die eigentliche Geschwindigkeit des Puncts in seiner Bahn die Diagonale AE des Parallelogramms AFEG, das man aus den Seiten AF und AG, unter dem Winkel FAG verzeichnet. Eben diese Diagonale giebt die Richtung der Bewegung, und es ist $AE = \sqrt{(AF^2 - 2AF \,.\, AG\, cos\,(108° - FAG) + AG^2)}$; die

Rich-

Richtung der Bewegung aber ist gegen AB unter einem Winkel geneigt, dessen Tangente $= \frac{AG\,sin\,FAG}{AF - AG\,cos(180 - FAG)}$. Man kan AE die mittlere Geschwindigkeit, und AF, AG die Seiten Geschwindigkeiten nennen. Auf solche Art wird diese Betrachtung der im 54 u. f. §. der Stat. ausgeführten Theorie, von Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte völlig ähnlich.

15 §.

Wenn FAG = 180° ist: so wird AE = $\sqrt{(AF^2 - 2AF.AG + AG^2)} = AF - AG = AF - FE$. 133 Fig. In diesem Fall nemlich sind die Richtungen beyder Geschwindigkeiten einander grade entgegengesetzt, wie in der 133 F. Der Punct rückt nach der Richtung AB in einer Secunde um das Stück AF, zugleich aber nach der grade entgegengesetzten Richtung, um das Stück FE = AG fort. Also kommt er in dieser Zeit nur bis E, wenn nemlich FE = AG, also AE = AF — AG ist. Wäre demnach AG = AF; so bliebe der Punct A in Ruhe; und wenn AG > AF ist, so ist die Geschwindigkeit AF — AG oder AF — FE negativ; und das heist, der Punct geht in einer Secunde, um das Stück AE von A rückwärts gegen D fort.

16 §.

Die, im 10ten §. ausgeführten Lehren, wie man den Ort eines Puncts bestimmen kan, der in einer bekannten Ebene liegt, müssen noch allgemeiner gemacht werden. Man kan nemlich nicht allemahl die Lage einer Ebene, worin sich der Punct befindet, als bekannt annehmen, und in diesem Fall muß die Lage

des Puncts M ebenfalls gegen bekannte Grenzen des körperlichen Raums, worin sich der Punct M befindet, angegeben werden.

134 Fig. Es sey CAB eine Ebene, deren Lage bekannt ist; diese werde von einer andern Ebene DAB unter einem bekannten Winkel in AB geschnitten. Eine dritte Ebene CAD schneide die vorigen beyden gleichfals unter bekannten Winkeln, in AC und AD: so sind die Winkel der Ecke um A bekannt, folglich auch die Seiten dieser Ecken; oder die Winkel BAC, BAD, DAC (536 §. G.) Wenn nun M in keiner dieser Ebenen liegt: so sey MQ mit AD, MF mit AC, MG mit AB parallel, und es erhellet, daß der Ort des Puncts M bekannt sey, wenn man die Grösse dieser dreyen Linien kennet. Es ist nemlich MQ die Entfernung des Puncts M von der Ebene CAB, nach der Richtung AD genommen, so wie MF und MG eben dieses Puncts Entfernungen von den Ebenen BAD und DAC sind, nach den Richtungen AC und AB genommen; und dies werden senkrechte Entfernungen, wenn die drey Ebenen sich unter rechten Winkeln schneiden. Die drey Ebenen FMG, FMQ und GMQ begrenzen mit den vorigen dreyen ein Parallelipedum, wovon MF, MG, MQ die drey Seitenlinien sind. Daher ist der Ort des Puncts M bekannt, wenn AP = MG, PQ = AC = MF, und QM = AD bekannt sind.

17 §.

Nun gehe der Punct M in der graden Linie AM gleichförmig fort, und er sey anfangs in A gewesen, in der Zeit *t* aber von A nach M, und in der ersten Secunde von A bis E fortgerückt: so ist AE des

Puncts

Puncts M Geschwindigkeit. Durch E lege man drey, mit DAB, BAC, DAC parallele Ebenen: so erhält man ein Parallelipedum AHKE, und man siehet leicht, daß sich hier alle Schlüsse des 11 §. mit gehöriger Veränderung anbringen lassen. Indem der Punct M von A nach M gehet, entfernt er sich von den Ebenen BAC, BAD, DAC, nach den Richtungen AD, AC, AB, um AD, AC, AP, und die Bewegungen nach diesen Richtungen sind gleichförmig, wenn es die Bewegung von A nach M ist. Ist also AE die Geschwindigkeit des Puncts M, in seiner Bahn; so sind AH, AK, AL, die Geschwindigkeiten desselben nach den Richtungen AB, AC, AD, und man kan sie die Seiten-Geschwindigkeiten nennen, so wie AE die mittlere heist. Eben so ward im 152 u. f. §. §. eine Kraft in drey andre zerlegt, und wenn man die daselbst ausgeführten Lehren mit dieser gegenwärtigen Betrachtung vergleicht: so ergiebt sich ohne weitere Umwege, wie aus den Seiten-Geschwindigkeiten die mittlere, und umgekehrt, gefunden werden könne.

18 §.

Es sey nun AB ein fester Körper von willkührlicher Gestalt und Grösse, und G sein Schwerpunct. Man setze, der Körper bewege sich, so daß sein Schwerpunct G, mit der Geschwindigkeit *c*, in der graden Linie GH gleichförmig fortgehet, und alle übrige Puncte Z, Y, X, u. s. f. desselben Körpers sich ebenfals mit eben der Geschwindigkeit gleichförmig nach Richtungen bewegen, die mit GH parallel sind: so braucht man nur folgendes zu wissen, wenn man von der Bewegung dieses Körpers vollständig urtheilen will. 135 Fig.

Man

Man muß 1) die Lage der Linie GH kennen, 2) die Geschwindigkeit c des Schwerpuncts G, 3) den Ort E, wo der Schwerpunct G im ersten Augenblick der Zeit t war. Setzt man nun überhaupt $EG = s$: so bestimmt die Gleichung $s = ct$ die Bewegung des Schwerpuncts. Aber alle übrige Puncte des Körpers bewegen sich eben so, und man weiß zugleich, wo sich jeder andre Punct des Körpers am Ende der Zeit t befindet, wenn man den Ort F weiß, wo derselbe im Anfang der Zeit t war. Denn für jede Zeit t ergiebt sich EG aus der Gleichung $EG = ct$. Man ziehe GZ mit EF parallel, und mache $GZ = EF$: so ist Z der gesuchte Ort des Puncts F am Ende der Zeit t.

Statt des Schwerpuncts G könnte ein jeder andrer Punct zu eben der Bestimmung dienen; allein es ist am bequemsten den Schwerpunct zu gebrauchen, wie die folgenden Untersuchungen zeigen werden.

19 §.

Ein ruhender Körper bleibt allemahl ruhig; es sey denn, daß eine Ursache (eine bewegende Kraft 1 §. St.) vorhanden ist, die ihn in Bewegung setzt.

Ein Körper, der sich nach einer gewissen Richtung mit einer gewissen Geschwindigkeit bewegt, gehet mit eben derselben Geschwindigkeit in eben der Richtung allemahl fort, es sey denn, daß eine Ursache (eine bewegende Kraft 1 §. St.) vorhanden ist, welche seine Richtung, oder Geschwindigkeit, oder beydes zugleich ändert.

Wenn

Wenn man sich die Vorstellung macht, daß die 135
kleinen Theilchen G, Z, Y, X, u. s. f. des Körpers Fig.
gar nicht zusammen hängen; im Anfange der Bewegung aber in eben der Lage in E, in F, u. s. f. bey einander sind, wie vorhin angenommen ward, und übrigens alle Theilchen nach parallelen Richtungen mit gleichen Geschwindigkeiten fortgehen: so erhellet, daß sie während dieser Bewegung eben die Lage bey einander behalten werden, als wenn es Theile eines festen Körpers wären, weil nichts vorhanden ist was die Bewegung des einen, oder andern Theilchens ändern kan. Hängen die Theile würklich so zusammen, daß sie einen festen Körper ausmachen: so wird die Bewegung bey eben der Voraussetzung eben so fortgehen, und der Zusammenhang der Theile kan hier nichts ändern.

Wenn demnach ein fester Körper sich so bewegt, daß alle Theile desselben nach parallelen Richtungen, mit gleichen Geschwindigkeiten fortgehen: so wird die Bewegung ungeändert fortdauren; es sey denn, daß bewegende Kräfte hierin eine Aenderung machen.

Man drückt sich in diesem Fall so aus: der Körper gehe mit paralleler Bewegung fort.

20 §.

Die eben erwehnte Eigenschaft eines Körpers, vermöge welcher derselbe in Ruhe bleibt; oder, wenn er einmahl in Bewegung ist, seine Bewegung mit ungeänderter Richtung und Geschwindigkeit fortsetzt, heist seine **Trägheit** (inertia) auch wohl **Kraft der Trägheit** (vis inertiæ). Es kommt uns nemlich so vor, als ob in dem Körper etwas wäre, das ihn in

dem Zustande der Ruhe oder Bewegung zu erhalten strebte, darin er sich einmahl befindet. Daher kommt der Name Kraft der Trägheit. Allein dieser Name kan hier zu unrichtigen Vorstellungen Gelegenheit geben; und daher ist es besser schlechthin das Wort: Trägheit zu gebrauchen. Man vergleiche Hr. H. Kästners Anfangsgr. der höhern Mech. 1 Abschn. 23 §. 12. 13 S. Kraft bedeutet dasjenige, was Aenderungen in demjenigen Zustande des Körpers zuwege zu bringen strebt, der eben vermöge der Trägheit einerley bleiben würde.

21 §.

Wenn der Weg s der Zeit t nicht proportional ist, wie im 3 §.; so heist die Bewegung ungleichförmig. In diesem Fall schreibt man dem bewegten Punct zwar auch eine Geschwindigkeit zu: allein es kan die Bedeutung dieses Worts nicht eben dieselbe bleiben, die es im 3ten §. war. Der Punct geht nun nicht mehr in gleichen Theilen der Zeit durch gleiche Theile seines Weges fort; er geht in der einen Secunde bald weiter; bald nicht so weit, als in der
131 andern. Wenn der Punct M während der Zeit t
Fig. von A bis M mit ungleichförmiger Bewegung fortgegangen ist: so kan man fragen: wie weit würde der Punct in der folgenden Secunde von M wegrücken, wenn in dem Augenblick, da er in M kam, alle Aenderung seiner Bewegung aufhörte, und er nun die Bewegung behielte, die er in M hatte? Dieser Weg, um welchen der Punct M mit derselben Bewegung, die er in M hat in einer Secunde fortrücken würde, heist hier die Geschwindigkeit für diesen Augenblick, da sich der Punct in M befindet.

Der

Der II. Abschnitt.

Vom freyen Falle schwerer Körper.

22 §.

Ein jedes noch so kleines Theilchen aller uns bekannten Materie, ist schwer; es sinkt würklich unterwärts, wenn es nicht gehalten wird (4 §. St.) Alle solche Theilchen fallen nach parallelen Richtungen, wenn man sie in nicht sonderlich grossen Entfernungen sinken läst (11 §. St.) Wenn M ein schwerer Punct ist, der in der Zeit t von der Höhe $AM = s$ herabgefallen ist: so sey c seine Geschwindigkeit in M. Wenn nun die Schwere in diesem Augenblick zu würken aufhörte: so würde dennoch M nicht in Ruhe bleiben; sondern mit der Geschwindigkeit c, vermöge seiner Trägheit weiter herab sinken, und sich beständig in der Verticallinie AM weiter herunter bewegen, dafern nichts im Wege ist, was seine Bewegung hemmet. Aber weil die Schwere beständig auf den Körper würkt; so bleibt auch c nicht von beständiger Grösse; sondern wächst desto mehr an, je mehr Zeit verflieft und jeder schwere Punct fällt mit einer beschleunigten Bewegung, so daß c grösser wird, wenn t wächst, und hier gleichfalls eine veränderliche Grösse ist, deren Werth sich mit der Zeit t ändert. Daher entsteht die Frage, wie denn eigentlich c von t abhängt. 136 Fig.

23 §.

23 §.

Es ist dies in der That so leicht nicht auszumachen. Man nimmt hier gewöhnlich mit Galilão (Discorsi e dimostrazioni matematiche attenenti alla Mecanica et i movimenti locali Leid. 1638. Giornata terza) die Voraussetzung an, daß c der Zeit t proportional sey, und die natürliche Schwere die Körper gleichförmig beschleunige, daß also die Geschwindigkeit nach 2 Secunden doppelt so groß, nach 3 Secunden dreymahl so groß sey u. s. f. als nach 1 Secunde. Wenn also der schwere Punct M in der ersten Secunde von A bis C gefallen ist, und in C die Geschwindigkeit $= k$ hat; wenn ferner derselbe Punct in der Zeit t, die man gleichfalls durch Secunden ausdrückt, bis M gefallen ist, und in M die Geschwindigkeit $= c$ hat: so ist nach der Galiläischen Hypothese $1 : t = k : c$, also $c = kt$, wo k eine beständige Grösse ist, die in der Folge näher bestimmt werden muß. Von nun an soll also allemahl durch k diejenige Geschwindigkeit verstanden werden, die ein schwerer Punct erlangt hat, wenn er frey herab gefallen, und während der Bewegung nur eine Zeitsecunde verflossen ist.

24 §.

136 Fig. Der schwere Punct M ist in der Zeit t von A bis M gefallen; man sucht die Höhe des Falles $AM = s$ für die gegebene Zeit t.

Aufl. Wenn t die ganze verflossene Zeit ist: so stelle man sich einen sehr kleinen Theil dieser Zeit $= \frac{t}{m}$ vor, so daß m eine sehr grosse Zahl ist. Ferner sey AP der kleine Theil des Weges, durch welchen

der

der Punct in dieser Zeit gesunken ist, und v sey die Geschwindigkeit dieses Puncts, indem er in P ankömmt: so ist $v = k \times \frac{t}{m}$. Hätte nun dieser Punct die Geschwindigkeit v schon im Anfange der Zeit $\frac{t}{m}$ gehabt, und wäre gleichförmig durch AP fortgegangen: so wäre $AP = v \times \frac{t}{m}$ (6 §) $= k \times \frac{tt}{m^2}$.

In der That aber ist AP nicht völlig so groß, denn der Punct M hat die Geschwindigkeit $k \times \frac{t}{m}$ nur nach und nach erlanget; doch giebt dieser Ausdruck den Weg AP desto richtiger, je grösser m genommen wird, je kleiner also $\frac{t}{m}$ ist. Es verflieſſe noch ein eben so grosses Zeittheilchen, indem der Punct von P bis Q rückt: so ist nun vom Anfange der Bewegung angerechnet, die Zeit $\frac{2t}{m}$ verflossen, und die Geschwindigkeit in Q ist $= k \times \frac{2t}{m}$. Hätte nun der Punct, da er in P war, schon diese Geschwindigkeit gehabt, und wäre durch PQ gleichförmig fortgegangen: so wäre $PQ = k \times \frac{2tt}{m^2}$. Auch dieser Ausdruck ist grösser, als PQ, und drückt PQ desto richtiger aus, je grösser m, und folglich, je kleiner $\frac{t}{m}$ genommen wird. Je kleiner nemlich $\frac{t}{m}$ ist, de-

sto näher kommt die Voraussetzung der Wahrheit, daß die Geschwindigkeit sich während dieser Zeit nicht ändre, und binnen dieser ganzen Zeit eben so groß sey, als sie eigentlich erstlich in Q wird. Auf eine ähnliche Art wäre der Weg QR, um welchen der Punct in dem dritten, eben so grossen Zeittheilchen fortrücken würde $= k \times \frac{3^{tt}}{m^2}$, wenn er in Q schon die Geschwindigkeit hätte, die er in R hat, und den Weg QR mit dieser Geschwindigkeit gleichförmig durchlaufe. Weil nun m solcher Zeittheile verfliessen: so wäre bey den angenommenen Voraussetzungen, der ganze zurückgelegte Weg AM $= s =$

$$k \times \frac{tt}{m^2} + k \times \frac{2tt}{m^2} + k \times \frac{3tt}{m^2} + k \times \frac{4tt}{m^2} \text{ - - -}$$

$$k \frac{tt}{m} = \frac{ktt}{mm} (1 + 2 + 3 + 4 \text{ - - } m).$$ Der in der Parenthese eingeschlossene Factor ist die Summe aller natürlichen Zahlen von 1 bis m, und diese ist $= \frac{1}{2} m (m + 1)$ (206 §. A. R.). Also ist der gefundene Ausdruck $= \frac{1}{2} m (m + 1) \frac{ktt}{mm} = \frac{1}{2} k \left(tt + \frac{1}{m} tt \right)$.

Aber dieser Ausdruck giebt den Weg zu groß, weil jedes Glied der summirten Reihe grösser ist, als der Theil des Weges, den es ausdrücken soll.

Man ändre die Voraussetzung so, daß man annimmt, jeder Theil des Weges, wie AP, PQ u. s. f. werde mit derjenigen Geschwindigkeit durchgelaufen, die der Körper im Anfange des Zeittheilchens $\frac{t}{m}$ hat: so ist der im ersten Zeittheilchen zurückgelegte

legte Weg $= 0$; im zweyten $= \frac{ktt}{mm}$, im dritten $= \frac{2ktt}{mm}$ u. s. f. Also wäre der ganze Weg $= \frac{ktt}{mm} + \frac{2ktt}{mm} + \frac{3ktt}{mm} + \frac{4ktt}{mm} \cdots \frac{(m-1)ktt}{mm}$

$= (1 + 2 + 3 + 4 \cdots + (m-1)) \frac{ktt}{mm} =$

$\frac{1}{2} m(m-1) \frac{ktt}{mm} = \frac{1}{2} k \left(tt - \frac{1}{m} tt \right)$ (206 §. A. R.) und dieser Ausdruck ist kleiner, als die gesuchte Höhe. Demnach hat man ein paar Grenzen,

$\frac{1}{2} k \left(tt + \frac{1}{m} tt \right) > AM$

$\frac{1}{2} k \left(tt - \frac{1}{m} tt \right) < AM,$

zwischen welchen die gesuchte Höhe allemahl fällt, wie groß auch m genommen wird. Beyde nähern sich ohne Aufhören, wenn m ohne Aufhören wächst, also $\frac{t}{m}$ ohne Aufhören abnimmt, und für $m = \infty$ werden beyde Grenzen $= \frac{1}{2} ktt$, also muß $AM = s = \frac{1}{2} ktt$ seyn, weil AM allemahl zwischen diesen Grenzen enthalten ist.

25 §.

Es sey der Raum $AC = g$, durch welchen der Punct in der ersten Secunde gefallen ist: so muß in der gefundenen Gleichung $s = g$ seyn, wenn $t = 1$ ist. Dies giebt $g = \frac{1}{2} k$, oder $k = 2g$. Setzt man diesen Werth in die Gleichung $s = \frac{1}{2} ktt$ (24 §.), so

wird

wird $s = gtt$, und wenn man in der Gleichung $c = kt$ (23 §) den Werth $k = 2g$ setzt: so erhält man $c = 2gt$. Dies sind die beyden Fundamental-Gleichungen in der Lehre vom freyen Falle schwerer Körper, und es kommt nur darauf an, daß man durch einen angestellten Versuch ausmache, wie groß g sey, oder, wie tief ein schwerer Punct in der ersten Secunde frey falle.

Wenn umgekehrt die Höhe s gegeben wird, wovon der Punct M frey herab gefallen ist, so hat man die während dieser Bewegung verflossene Zeit t

$$= \sqrt{\frac{s}{g}}.$$

26 §.

Dafern ein schwerer Punct M in der Zeit t von A bis M durch den Raum $AM = s$ gesunken ist: so hat er in M eine Geschwindigkeit, die so groß ist, daß er mit derselben durch einen Weg $= 2s$ in eben der Zeit t gleichförmig fortgehen würde.

Beweis. In M ist die Geschwindigkeit $c = 2gt$. Wenn nun S der Weg ist, den der Punct mit dieser Geschwindigkeit in der Zeit t zurücklegen würde: so hat man $2gt = \frac{S}{t}$ (4 §), also $S = 2gtt$. Weil nun $s = gtt$: so wird $S = 2s$.

Wenn man $gt = \frac{1}{2}c$ in die Gleichung $s = gtt$ setzt: so ergiebt sich $s = \frac{1}{2}ct$, woraus eben der Satz folgt. Denn ct ist der Weg, den der Punct M in der Zeit t mit der Geschwindigkeit c zurücklegen würde.

27 §.

Wenn zweene schwere Puncte A und B, deren Massen

Massen gleich sind, in einem, und eben demselben Augenblicke zu sinken anfangen; und in gleichen Theilen der Zeit gleiche Geschwindigkeiten erlangen: so fallen beyde Puncte in gleichen Zeiten gleich tief. Dies ergiebt die Gleichung $s = \frac{1}{2}ct$ (26 §.). Ist für gleiche t auch c für beyde Puncte einerley: so wird auch s einerley seyn. Dafern diese Voraussetzung in der Natur statt findet: so kan man sagen, die Schwere beschleunige beyde Puncte gleich stark. Die Erfahrung muß es entscheiden, ob diese Voraussetzung der Natur gemäß sey.

28 §.

Es ist gleichgültig, ob diese beyden Puncte A und B im Anfange der Bewegung von einander getrennt, oder unmittelbar bey einander sind. Sind sie im Anfange der Bewegung bey einander: so werden sie auch während der Bewegung beständig bey einander bleiben. Noch mehr, wenn beyde Puncte mit einander, wie Theile eines festen Körpers zusammenhängen: so wird dies in den bisherigen Schlüssen nichts ändern. Keiner von beyden Puncten wird in die Bewegung des andern einen Einfluß haben, und deswegen fällt die doppelte Masse so, wie die einfache, dafern die Schwere beyde einzelne Massen gleich stark beschleuniget.

Diese Schlüsse lassen sich leicht auf 3, 4, und mehr schwere Puncte anwenden, die gleiche Massen haben. Wenn überhaupt n gleiche und schwere Puncte, wovon eines jeden Masse $= M$ ist, zusammen hängen; und jede dieser Massen wird von der Schwere so stark als die andre beschleuniget; so erlangt die Masse nM in der Zeit t eben die Geschwin-

digkeit, welche M allein in eben der Zeit erlangen würde; auch fallen beyde Massen in eben der Zeit *t* durch gleiche Räume.

29 §.

Dafern also gleich grosse Theilchen der uns bekannten Körper von der Schwere in gleichen Zeiten durch gleiche Räume getrieben werden: so wird eben dies von allen Körpern wahr seyn, wenn sie gleich ungleiche Massen haben, dafern sie anders frey fallen, und nichts ihre Bewegung ändert. Die Versuche mit der Luftpumpe haben erwiesen, daß dies im luftleeren Raume seine Richtigkeit habe. Ein Stück Gold, und eine Pflaumfeder fallen in gleichen Zeiten gleich tief. Aus dieser Erfahrung schliest man umgekehrt, daß die natürliche Schwere gleiche körperliche Theilchen gleich stark beschleunige. Denn wiedrigenfalls müste der Erfolg anders seyn.

Aus eben diesen Betrachtungen folgt, daß alle bisherige von der Bewegung schwerer Puncte bewiesene Sätze, auch von Körpern gelten, die eine bestimmte Gestalt und Grösse haben. Dergleichen Körper können hier ebenfalls als schwere Puncte betrachtet werden, und man kan sich alsdenn die Sache so vorstellen, als wenn ihr Schwerpunct allein von der Schwere getrieben würde. Alle übrige Puncte gehen mit eben der Bewegung nach graden Linien fort, die mit dem Wege des Schwerpuncts parallel sind.

30 §.

Wären wir nicht allenthalben mit Luft umgeben: so liesse sich der Versuch um *g* zu bestimmen (25 §), so

so anstellen. Von einer genau abgemessenen Höhe A müste man einen Körper frey herabfallen lassen, und die während des Falles verflossene Zeit T so genau als möglich beobachten. Setzte man nun in die Gleichung $s = gtt$, die Zeit $t = T$: so müste wegen des Versuchs $s = A$ seyn, und man hätte $A = gTT$, folglich $g = \frac{A}{TT}$. Allein dessen zu geschweigen, daß die Höhe A ziemlich groß seyn müste, wenn man die Zeit mit einiger Schärfe beobachten wollte, und daß es seine Schwürigkeiten hat, die Höhe genau genug zu messen: so hindert auch die Luft, worin ein Körper fällt, seine Bewegung, und macht, daß mehr Zeit vergeht, bevor der Körper von einer bestimmten Höhe herab fällt, als wenn er im leeren Raume fiele. Man hat deswegen andre Versuche anstellen müssen, aus welchen sich die Grösse g durch Schlüsse bestimmen läst, die hier noch nicht können beschrieben werden. Indessen kan man vorläufig bemerken, daß die Erfahrung gelehrt habe, ein schwerer Körper falle im leeren Raume in der ersten Secunde 15,625 Rheinl. Fuß, so daß $g = 15{,}625$ Rheinl. Fuß gesetzt werden muß, wenn man t in Zeitsecunden ausdrückt.

Nach dem Pariser Maaß ist $g = 15{,}0966$ Fuß; nach dem Londner Maaß aber 16,1 Fuß. Weil die Zahl 15625 eine vollkommene Quadratzahl, und ihre Wurzel = 125 ist: so ist es bequem, die durchlauffenen Wege in Scrupeln eines Rheinl. Fusses auszudrücken, weil in der Folge zuweilen $\sqrt{g}$ gebraucht wird.

Weil $k = 2g$, so wird $k = 31{,}25$ Rheinl. Fusse. Demnach hat ein schwerrer frey herabfallender Kör-

per am Ende der ersten Secunde eine Geschwindigkeit, womit er 31,25 Rh. F. in einer Secunde zurücklegen würde.

31 §.

137 Fig. Dafern die im 23 §. angenommene Galiläische Voraussetzung ihre Richtigkeit hat: so muß ein schwerer Körper in 2 Secunden 4 mahl, in 3 Secunden 9 mahl so tief fallen, u. s. f. als in einer Secunde. Denn die durchlaufenen Wege sind vermöge dieser Voraussetzung dem Quadrat der Zeit proportional (24 §). Fällt also der Körper in der ersten Secunde durch AC, so fällt er in der zweyten Secunde durch CD = 3AC, in der dritten Secunde durch DF = 5AC, in der vierten Secunde durch FH = 7AC, u. s. f. und die in jeder folgenden eben so grossen Zeit durchlaufenen Wege wachsen wie die ungraden Zahlen 1, 3, 5, 7, 9, u. s. f. welches dem 210 §. der A. R. gemäß ist. Diese und andre Folgen aus dieser Voraussetzung treffen mit der Erfahrung zu, die wir nahe an der Oberfläche der Erde anstellen können. Daher ist diese Voraussetzung in so weit der Natur gemäß.

32 §.

Ein schwerer Körper ist von der Höhe $AM = s$ herabgefallen, und hat in M die Geschwindigkeit $= c$: man sucht die Höhe s, wenn c gegeben ist: oder auch umgekehrt c, wenn s gegeben ist.

Aufl. Es ist $s = gtt$, und $t = \frac{c}{2g}$, (25 §)

also $tt = \frac{cc}{4g^2}$ und $s = \frac{cc}{4g}$.

Wird

Wird die Höhe s gegeben, wovon ein schwerer Körper herabgefallen ist: so giebt eben diese Gleichung die Geschwindigkeit, welche er während dieses Falles erlanget hat. Es ist nemlich $c = 2\sqrt{gs} = 2 \times 125 \times \sqrt{s}$, wenn s in Scrupeln eines Rheinländischen Fusses ausgedrückt wird (30 §).

Daher läst sich die Geschwindigkeit eines Körpers auch dadurch angeben, wenn man die Höhe bestimmt, wovon der Körper herabfallen müste, wenn ihm die Schwere diese Geschwindigkeit mittheilen sollte. Eben diese Höhe heist deswegen die dieser Geschwindigkeit zugehörige Höhe (altitudo illi celeritati debita.)

35 §.

Wenn der Körper in der Zeit T von A bis M gefallen ist: so ist in M seine Geschwindigkeit $= 2g$T. Fällt der Körper in der Zeit T $+ t$ weiter, bis N: so ist in N seine Geschwindigkeit $= 2g(T + t) = 2g$T $+ 2gt$. Wäre der Körper in M ruhig gewesen: so wäre seine Geschwindigkeit, indem er in N kömmt $= 2gt$. Daher wird die Geschwindigkeit, die er in M schon hat, in der Zeit t eben so vermehrt, als wenn er in M noch wäre in Ruhe gewesen. 136 Fig.

Es sey $2g$T $= h$: so gehört zu dieser Geschwindigkeit die Höhe $\frac{hh}{4g}$; oder der Körper muß von der Höhe AM $= \frac{hh}{4g}$ herabgefallen seyn, um diese Geschwindigkeit zu erlangen. Wenn nun die in N erlangte Geschwindigkeit $= c$ ist, und der Körper von M bis N in der Zeit t fällt: so hat man $c = h + 2gt$.

34 §.

Hieraus folgt, daß die Schwere in einen Körper, der schon in Bewegung ist, eben so als in einem noch ruhenden Körper würke. Eine Kraft, die den Zustand der Bewegung eines Körpers auf einerley Art ändert, der Körper mag ruhen, oder in Bewegung seyn; und im letzten Falle sich schnell, oder langsam bewegen, heist eine absolute Kraft. Wenn die Kraft aber den Zustand eines bewegten Körpers nicht eben so, wie den Zustand eines ruhenden ändert; auch anders in einen Körper würkt, wenn er schneller, als wenn er langsamer fortgeht; so heist sie eine relative Kraft. Ein Strom vermehrt die Geschwindigkeit eines auf dem Wasser schwimmenden festen Körpers anfangs mehr, als in der Folge, wenn die Geschwindigkeit dieses Körpers zunimmt. Und wenn der feste Körper schon eben so schnell geht, als der Strom: so hört die Würkung des Stroms auf den festen Körper völlig auf. Dies ist ein Beyspiel einer relativen Kraft. Die Schwere aber gehört in die Klasse der absoluten Kräfte.

35 §.

Einem schweren Körper, der bisher in *A* geruhet hat, wird vermittelst eines Stosses nach der Richtung der Verticallinie *AB* eine Geschwindigkeit $= h$ mitgetheilt: man frägt, wie groß seine Geschwindigkeit nach verflossener Zeit *t* sey.

Aufl. Wenn der Körper in A schon die Geschwindigkeit *h* hat: so ist es eben so viel, als wenn er schon von einer Höhe $= \frac{hh}{4g}$ herabgefallen wä-

re

re (32 §.) Und wenn nun noch weiter die Zeit t verflieſt: ſo iſt $c = h + 2gt$ (33 §.) Aber es iſt gleichviel, ob die Geſchwindigkeit h, die der Körper in A hat, von der Schwere, oder von einer andern Urſache herrührt; dies kan in der fernern Würkung der Schwere nichts ändern. Alſo iſt die geſuchte Geſchwindigkeit $= h + 2gt$.

36 §.

Der ſchwere Körper M wird nach der Richtung BA mit der Geſchwindigkeit h vertical aufwärts geworfen; er iſt in der Zeit t von B bis M geſtiegen: man ſucht ſeine Geſchwindigkeit in M. Fig 136

Aufl. Wenn die Schwere nicht auf den Körper würkte: ſo wäre am Ende der Zeit t noch ſeine Geſchwindigkeit $= h$. Wäre aber der Körper in Ruhe geweſen: ſo hätte die Schwere ihm in der Zeit t eine Geſchwindigkeit $= 2gt$ mitgetheilt, deren Richtung aber der vorigen grade entgegengeſetzt iſt. Weil nun die Schwere eben ſo in den bewegten Körper, als in den ruhenden würkt: ſo hat der Körper in M beyde Geſchwindigkeiten, die eine $= h$, nach der Richtung MA; die andre $= 2gt$, nach der Richtung MB; alſo iſt ſeine Geſchwindigkeit in M $= h - 2gt$ (15 §.)

So wie alſo im 23. und 35 §. die Geſchwindigkeit in gleichen Theilen der Zeit um gleiche Stücke wächſt: ſo nimmt ſie in dieſem Fall in gleichen Theilen der Zeit um gleiche Stücke ab, und der Körper ſteigt, mit gleichförmig verminderter Bewegung (motu vniformiter retardato.)

37 §.

136 Fig. Einem schweren Körper, der bisher in *A* geruhet hat, wird vermittelst eines Stosses nach der Richtung der Verticallinie *AB*, eine Geschwindigkeit $= h$ mitgetheilt: man frägt, wie tief er in der Zeit t fallen werde.

Aufl. Am Ende des Zeittheilchens $\frac{t}{m}$ ist seine Geschwindigkeit $= h + 2g \times \frac{t}{m}$ (35 §), und wenn er diese Geschwindigkeit gleich anfangs gehabt hätte: so wäre er in der Zeit $\frac{t}{m}$ durch den Weg $= h \times \frac{t}{m} + 2g \times \frac{tt}{mm}$ gleichförmig fortgegangen; der wahre in dieser Zeit zurückgelegte Weg aber ist kleiner. Am Ende der Zeit $\frac{2t}{m}$ ist seine Geschwindigkeit $= h + 2g \times \frac{2t}{m}$, und mit derselben würde er im zweyten Zeittheilchen, den Weg $h \times \frac{t}{m} + 2g \times \frac{2tt}{mm}$ zurücklegen; also in der Zeit $\frac{2t}{m}$ zusammen den Weg $h \times \frac{2t}{m} + 2g\left(\frac{tt}{mm} + \frac{2tt}{mm}\right)$. Aber der wahre in eben dieser Zeit zurückgelegte Weg ist kleiner. Wenn man auf eben die Art die Wege sucht, die der Körper im 3ten, 4ten, und allen folgenden Zeittheilchen mit denjenigen Geschwindigkeiten gleich-

förmig

förmig zurücklegen würde, die er am Ende eines jeden Zeittheilchens hat: so wäre

für die Zeit	der zurückgelegte Weg
$\frac{t}{m}$	$h \times \frac{t}{m} + 2g \times \frac{tt}{mm}$
$\frac{2t}{m}$	$h \times \frac{2t}{m} + 2g \times \left(\frac{tt}{mm} + \frac{2gtt}{mm}\right)$
$\frac{3t}{m}$	$h \times \frac{3t}{m} + 2g \times \left(\frac{tt}{mm} + \frac{2tt}{mm} + \frac{3tt}{mm}\right)$
⋮	⋮
$\frac{nt}{m}$	$h.\frac{nt}{m} + 2g.\left(\frac{tt}{mm} + \frac{2tt}{mm} + \frac{3tt}{mm} \cdots + \frac{ntt}{mm}\right) =$ $h \times \frac{nt}{m} + \frac{2gtt}{mm}(1+2+3\cdots n) =$ $h \times \frac{nt}{m} + \frac{1}{2}n(n+1) \times \frac{2gtt}{mm}.$

Wenn man also $n = m$ setzt: so erhält man für die Zeit $\frac{mt}{m} = t$ den Ausdruck $ht + \frac{1}{2}(mm+m) \times \frac{2gtt}{mm} = ht + gtt + \frac{gtt}{m}$, und dieser ist grösser, als der gesuchte Weg des Körpers.

Behält man die vorigen Voraussetzungen bey; nimmt aber an, daß der Körper in jedem Zeittheilchen $\frac{t}{m}$ mit der Geschwindigkeit gleichförmig fortgehe, die er im Anfange dieses Zeittheilchens hat: so wird

für die Zeit t	Der zurückgelegte Weg
$\frac{t}{m}$	0
$\frac{2t}{m}$	$h \times \frac{t}{m} + 2g \times \frac{tt}{mm}$
$\vdots$	$\vdots$
$\frac{nt}{m}$	$h \times \frac{nt}{m} + (1+2+3 \cdots (n-1)) . \frac{2gtt}{mm}$
	$= h \times \frac{nt}{m} + \frac{1}{2} n (n-1) \times \frac{2gtt}{mm}$,

und man findet für die Zeit t den Ausdruck $ht +$ $\frac{1}{2}(mm-m) \times \frac{2gtt}{mm} = ht + gtt - \frac{gtt}{m}$, welcher nun kleiner ist, als der gesuchte Weg des Körpers. Der wahre gesuchte Weg sey $= s$: so hat man

$$s < ht + gtt + \frac{gtt}{m}$$

$$s > ht + gtt - \frac{gtt}{m}$$

Diese beyden Grenzen nähern sich einander ohne Aufhören, wenn m ohne Aufhören wächst, und s ist allemahl zwischen diesen Grenzen enthalten. Für $m = \infty$ werden beyde Grenzen $= ht + gtt$, also muß $s = ht + gtt$ seyn, und dies ist der Weg des Körpers, den man suchte.

Der erste Theil dieses Ausdrucks ht giebt die Höhe, von welcher der Körper in der Zeit t, ohne Zuthun der Schwere, mit der ihm gleich anfangs mitgetheilten Geschwindigkeit h gleichförmig herabfallen würde;

würde; der andre Theil *gtt* aber die Höhe, von welcher er in der Zeit *t* herabgefallen wäre, wenn er keinen Stoß bekommen, sondern im Anfange der Bewegung geruhet hätte.

38 §.

Wenn man im 24 §. gleich anfangs $n = \infty$, also $\frac{t}{n}$ unendlich klein setzt, und dann annimmt, daß die Bewegung in einem solchen unendlich kleinen Zeittheilchen gleichförmig sey: so bringt man für *s*, ohne erst die dort gefundenen Grenzen zu suchen, kürzer den Ausdruck $\frac{ktt}{\infty . \infty}(1+2+3 \cdots \infty) =$ $\frac{1}{2}(\infty\infty+\infty) \times \frac{ktt}{\infty\infty} = \frac{1}{2}ktt$ heraus, weil $\frac{1}{2} . \frac{ktt}{\infty} = 0$ ist. Also bewegt sich der Körper eben so, als wenn in unendlich kleinen Zeittheilchen mit gleichförmiger Bewegung unendlich kleine Theilchen des Weges zurück gelegt würden. Man kan auf eine ähnliche Art im 37 §. gleich anfangs $n = \infty$, also $\frac{t}{n}$ unendlich klein annehmen, und man kommt gleichfalls kürzer auf den Ausdruck $s = ht + gtt$. Die im 24 und 37 §. gebrauchten Schlüsse rechtfertigen diese Redensarten, und sie dienen, eine Rechnung kürzer zu übersehen. Man muß hiebey aber erwegen, daß unendlich kleine Zeittheile gar keine Zeittheile, und unendlich kleine Linien gar keine Linien sind, und die ganze Sache

nur

nur als ein Hülfsmittel der Rechnung ansehen, die durch andre Gründe gerechtfertigt werden muß, damit man nicht Töne ohne Gedanken gebrauche. Bey der Auflösung Statischer Aufgaben kan man den Schwerpunct als einen solchen betrachten, worin das ganze Gewicht des Körpers vereinigt ist. Was hieraus folgt, ist richtig: allein deswegen ist nicht dieser Punct des Körpers allein schwer. Der eben erwehnte Satz ist eine hypothesis heuristica, und von eben der Art sind alle Sätze, welche sich auf die Begriffe des unendlichen gründen, wenn man nemlich mit dem unendlich kleinen in den Schlüssen und Rechnungen so umgehet, als wenn es noch etwas würkliches wäre. Die edelste Beschäftigung in der Theorie ist: denken (Kästners Vorrede zu den Anf. der höhern Mechanik 7 S.) Um Anfänger zum richtigen Denken beym Gebrauch der Ausdrücke des unendlichen zu gewöhnen, muß man die Sache selbst gehörig auseinander setzen, welche diese uneigentliche Sprache eigentlich anzeigen soll. (Kästners Vorrede zu den Anf. der Analysis des Unendlichen, 3te, 4te, und letzte Seite). Wer den oben angeführten Satz vom Schwerpunct in der Statik brauchen wollte, ohne diese Voraussetzung vorher durch andre Gründe gerechtfertigt zu haben, dem würde man dies ohne Zweifel als einen Fehler anrechnen. Ist es also nicht ebenfalls ein Fehler, wenn man Systeme auf die Sätze vom unendlich kleinen bauet, ohne zu zeigen, daß diese Sätze so wenig ausser unserm Verstande (der sie nur als Hülfsmittel braucht, das kürzer zu finden, was er sonst weitläuftiger suchen müste) in der Natur statt finden, so wenig es in der Natur Körper giebt, die nur einen

schwe-

schweren Punct haben? Schriftsteller, die neue Entdeckungen und Erweiterungen in den mathematischen Wissenschaften vortragen, sind berechtiget, diese uneigentliche Sprache zu reden. In den ersten Gründen dieser Wissenschaften aber ist eine deutlichere Entwickelung der eigentlichen Bedeutung dieser Redensarten um so viel nöthiger, weil die meisten Anfänger sich daran stossen. Nach meiner Erfahrung hat der gewöhnliche Vortrag dieser Lehren die fähigsten Köpfe allemahl am wenigsten befriediget.

39 §.

Ein schwerer Körper M wird in der Verticallinie BM grade aufwärts geworfen, mit der Geschwindigkeit $= h$; er steigt in der Zeit t von B bis M; man sucht die Höhe BM. 136 Fig.

Aufl. Am Ende des Zeittheilchens $\frac{t}{m}$ ist seine Geschwindigkeit $= h - 2g \times \frac{t}{m}$, und hiemit würde er in der Zeit $\frac{t}{m}$ den Weg $h \times \frac{t}{m} - 2g . \frac{tt}{mm}$ gleichförmig zurücklegen. Am Ende der Zeit $\frac{2t}{m}$ ist die Geschwindigkeit $= h - 2g \times \frac{2t}{m}$ und mit derselben würde er im zweyten Zeittheilchen den Weg $h \times \frac{t}{m} - 2g \times \frac{2tt}{mm}$ zurück legen, folglich in der Zeit $\frac{2t}{m}$ bis zur Höhe $h \times \frac{2t}{m} - 2g \times \frac{tt}{mm}(1+2)$ steigen.

steigen. Aber diese Ausdrücke sind kleiner, als die in den Zeiten $\frac{t}{m}$ und $\frac{2t}{m}$ zurückgelegten Wege, die man eigentlich sucht. Setzte man voraus, daß der Körper während eines jeden Zeittheilchens $\frac{t}{m}$ die Geschwindigkeit behielte, die er im Anfange desselben hat: so wäre am Ende der Zeit $\frac{t}{m}$ die Höhe $= h \times \frac{t}{m}$, am Ende des zweyten Zeittheilchens $= h \times \frac{2t}{m} - \frac{2gtt}{mm}$, am Ende des dritten Zeittheilchens $= h \times \frac{2t}{m} - \frac{2gtt}{mm}(1+2)$. Wenn man diese Schlüsse, wie im 37 §. fortsetzt: so findet man für die Zeit t die beyden Grenzen

$$ht - \frac{2gtt}{mm}(1+2+3\cdots m) = ht - gtt - \frac{gtt}{m}$$

und

$$ht - \frac{2gtt}{mm}(1+2+3\cdots(m-1)) = ht - gtt + \frac{gtt}{m}.$$

Da nun BM allemahl zwischen diesen beyden Grenzen fällt, wie groß auch m genommen wird: so ist $BM = ht - gtt$. Denn beyde Grenzen werden diesem Ausdruck gleich, wenn $m = \infty$ wird.

Die Schwere macht also, daß der Weg, den der Körper wegen der Trägheit in der Zeit t durchlaufen würde, um das Stück gtt kleiner ist: und um eben so viel würde der Körper wegen Würkung der Schwe-

re

re in dieser Zeit sinken, wenn er im Anfange der Zeit t geruhet hätte.

Der Körper kan nur bis auf eine gewisse Höhe BA steigen. Denn seine Geschwindigkeit $h - 2gt$ nimmt immer mehr ab, je grösser t wird, sie wird $= o$ für $t = \frac{h}{2g}$. Eben diese Geschwindigkeit ist negativ, wenn $t > \frac{h}{2g}$ wird. Das will so viel sagen: der Körper würde nun in einer Secunde den Weg $= 2gt - h$ nicht aufwärts; sondern unterwärts gleichförmig zurück legen, wenn die Schwere in diesem Augenblick zu würken aufhörte.

40 §.

Bey eben den Voraussetzungen des 39 §. die gröste Höhe BA zu finden, welche der Körper erreichen kan, nebst der Zeit, welche verfliest, bevor er in B wieder anlangt.

Aufl. In der Gleichung $BM = s = ht - gtt$ setze man $t = \frac{h}{2g}$: so wird $s = BA = \frac{hh}{2g} - \frac{hh}{4g} = \frac{hh}{4g}$, und dies ist die gesuchte gröste Höhe. In dem Augenblick nun, da der Körper in A kömmt, fängt er an zu sinken und legt den Weg AB in der Zeit $t = \sqrt{\frac{AB}{g}}$ (25 §.) $= \sqrt{\frac{hh}{4gg}} = \frac{h}{2g}$ zurück. In eben so vieler Zeit ist er von B bis A gestiegen (39 §.); also ist die Zeit des Steigens so groß, als die Zeit des Falles, und beyde zusammen $= \frac{h}{g}$.

Dies

Dies leztere ergiebt auch die Gleichung $s = ht - gtt$, wenn man $s = o$ seßt. Man erhält nemlich $ht - gtt = o$, und diese Gleichung hat die beyden Wurzeln $t = o$, und $t = \frac{h}{g}$. Der Körper ist nemlich zweymahl in B, so daß M in B fällt: einmahl im Anfange der Zeit t, das andre mahl, wenn die Zeit $t = \frac{h}{g}$ verflossen ist.

Der III. Abschnitt.

Allgemeine Lehren von den gleichförmig bewegenden Kräften, und ihrer Vergleichung mit der Schwere.

41 §.

Man muß zweyerley Würkung der Schwere unterscheiden. Die Schwere nemlich bewegt einen Körper entweder würklich, oder sie drückt den Körper gegen einen Widerstand, der die Bewegung heminet. Der Druck, welcher von der Schwere herrührt, wird schon in der Statik betrachtet. Hier kommt es vornemlich auf die Betrachtung der Bewegung selbst an, welche die Schwere verursacht. Sie theilt dem bewegten Körper in einer gewissen Zeit eine gewisse Geschwindigkeit mit, und diese Würkung der Schwere heist ihre Beschleunigung (acceleratio grauitatis). Wenn dem Körper eine

Bewe-

Bewegung nach entgegengesetzter Richtung mitgetheilt ist, wie im 39 §.: so nimmt sie dem Körper in einer gewissen Zeit einen gewissen Theil seiner Geschwindigkeit, und diese Würkung heist die Verzögerung der Schwere (retardatio grauitatis). Sie ist der vorigen entgegengesetzt, und kan daher in der Rechnung als eine [negative Beschleunigung betrachtet werden.

Eine jede andre bewegende Kraft V ist hierin der Schwere ähnlich, und man muß die Würkung, vermöge welcher sie eine Masse gegen einen Widerstand drückt, von derjenigen unterscheiden, vermöge welcher sie die Masse, wenn das Hinderniß gehoben worden, würklich bewegt. Sie wird im letzten Fall dem bewegten Körper in einer gewissen Zeit eine gewisse Geschwindigkeit mittheilen.

Fig. 138

42 §.

Die Schwere aber theilt jeder frey herabfallenden Masse in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten mit (23 §), und deswegen sagt man, daß sie die Masse gleichförmig beschleunige. In diesem Stück ist nicht jede andre bewegende Kraft der Schwere ähnlich. Es könnte wohl Kräfte geben, die der bewegten Masse im zweyten Zeittheilchen mehr oder weniger Geschwindigkeit als in dem ersten eben so grossen Zeittheilchen mittheilten. Diese heissen ungleichförmig beschleunigende oder veränderliche Kräfte: da im Gegentheil die übrigen, welche wie die Schwere gleichförmig beschleunigen, beständige Kräfte heissen. Auf diese letztern sind die gegenwärtigen Untersuchungen vor der Hand noch allein eingeschränkt, und die Würkung einer

solchen Kraft, vermöge welcher sie der bewegten Masse in einer gewissen Zeit eine gewisse Geschwindigkeit mittheilt, heist die Beschleunigung oder Acceleration dieser Kraft: diese Würkung wird eine Verzögerung, wenn die Richtung der Kraft der Richtung der bewegten Masse entgegen gesetzt ist.

138 Fig. Wenn nun eine beständige Kraft V die Masse A in der Zeit t von A nach Q treibt, also wie die Schwere, die Bewegung der Masse A gleichförmig beschleunigt (23 §): so läst sich ihre Beschleunigung mit der Acceleration der Schwere leicht vergleichen. Es sey $AC = g$, der Weg, den die Masse A, von der Schwere getrieben, in einer Secunde zurücklegt, und die in C erlangte Geschwindigkeit sey $= k$. Es sey ferner $AD = G$ der Weg, den dieselbe Masse A, von V getrieben, in einer Secunde zurücklegt, und die in D erlangte Geschwindigkeit, sey K. Wenn nun A von der Schwere getrieben, in der Zeit t von A nach P geht; und in P die Geschwindigkeit c erlangt hat; von der Kraft V aber getrieben, in eben der Zeit t bis Q fortgeht, und in Q die Geschwindigkeit C hat: so ist $c = kt = 2gt$, und $C = Kt = 2Gt$, welches letztere eben so, wie von der Schwere durch die Schlüsse des 23. 24. u. 25 §. bestätiget wird. Aber die Accelerationen verhalten sich wie diese Geschwindigkeiten, also ist die Acceler. der Schwere: Accel. der Kr. $V = g : G$. Ferner ist $AP = gtt$, und $AQ = Gtt$; wenn also t einerley ist: so wird auch $AP : AQ = g : G$, folglich verhalten sich die Accelerationen, wie die Wege, wodurch diese Kräfte einerley Masse in gleichen Zeiten treiben.

43 §.

43 §.

Diese Vergleichung der Accelerationen zwoer Kräfte hat sehr viele Aehnlichkeit mit der Vergleichung der Geschwindigkeiten zwoer Massen, die sich gleichförmig bewegen (4 §.). Man hat von der Beschleunigung einer bewegenden Kraft einen bestimmten Begrif, wenn man weiß, wie weit eine gegebene Masse wegen der Würkung dieser Kraft in einer bestimmten Zeit, z. E., einer Secunde, fortrückt. Dieser zurückgelegte Weg ist eigentlich die Acceleration selbst nicht. Allein, wenn die Acceleration einer solchen Kraft = 1 gesetzt wird, vermöge welcher eine Masse in der ersten Secunde einen Fuß fortgetrieben wird; so wird die Acceleration einer andern Kraft 2 mahl, 3 mahl grösser seyn, u. s. f. welche dieselbe Masse in einer Secunde 2 Fuß, 3 Fuß, u. s. f. forttreibt. Deswegen soll hier durch die Beschleunigung einer Kraft V der Weg verstanden werden, durch welchen eine gegebene Masse wegen Würkung der Kraft V in der ersten Secunde fortrückt. Ausser demjenigen Theil des Weges, den die Masse nun in jeder folgenden Secunde schon allein wegen der Trägheit zurück legt, wird sie in eben dieser Secunde wegen der Würkung der Kraft V noch um ein gewisses Stück weiter gehen; und dies Stück ist in jeder Secunde eben so groß als es in der ersten Secunde war.

44 §.

Es wird diese Sache durch folgende Betrachtungen noch näher erläutert. Ein schwerer Punct falle in der Verticallinie AB, und zwar in der ersten Secunde von A bis C: so ist vermöge der gegebenen Erklärung die Beschleunigung der Schwere = AC = g 137 Fig.

$= 15{,}625$ Rh. Fuß (30 §), und am Ende der ersten Secunde der bewegten Masse Geschwindigkeit $k = 2g$. Nun hat die Schwere diese bewegte Masse eigentlich nicht durch den ganzen Weg AC fortgeschoben, sondern ein Theil dieses Weges ist von der Masse wegen der Trägheit zurück gelegt worden. Denn hätte die Schwere zu würken aufgehört, da die erste Hälfte der Secunde verflossen war, so hätte die Masse schon die Geschwindigkeit $\frac{1}{2}k = g$ gehabt, ihr zurück gelegter Weg wäre $\frac{1}{4}g$, und sie würde vermöge der Trägheit in der folgenden Hälfte der Secunde den Weg $\frac{1}{2}g$ zurück legen. Daher würde eine besondre Gleichung nöthig seyn, wenn man das, was eigentlich von der Schwere unmittelbar herrührt, von demjenigen unterscheiden wollte, was der Trägheit zukömmt. Allein es ist bey dieser Untersuchung nicht nöthig so weit zu gehen. Die Masse würde gar nicht von der Stelle gekommen seyn, wenn die Schwere gar nicht gewürkt hätte, und eben die Masse würde auch in der ersten Secunde nicht den ganzen Weg AC zurück gelegt haben, wenn die Schwere nicht während dieser ganzen Secunde gewürkt hätte. Also rührt es doch von der Schwere her, nicht allein daß die Masse in Bewegung kommt, sondern auch grade diesen, und nicht einen kleinern Weg in der ersten Secunde zurück legt. Demnach ist es in dieser Bedeutung nicht unrichtig geredet, wenn man sagt: die Schwere treibe die Masse in der ersten Secunde um den Weg *AC* fort. In dieser Bedeutung soll also diese Redensart in der Folge gebraucht werden.

Die Masse falle ferner in zwo Secunden bis D, so ist $AD = 4g$, also $CD = 3g$. Man mache $CE =$

$2g$,

2g, so erhellet, daß diese Masse mit der in C schon erlangten Geschwindigkeit in der zweyten Secunde gleichförmig bis E gerückt wäre, wenn die Schwere in dieser Zeit nicht gewürkt hätte. Allein weil die Schwere zu würken fortfährt, so rückt die Masse um das Stück ED = g = AC weiter. Fällt eben die Masse in 3 Secunden bis F, so ist F = 9g, also DF = 5g. Man mache DG = 4g, so erhellet, daß die Masse mit der in D schon erlangten Geschwindigkeit in der dritten Secunde vermöge der Trägheit bis G gerückt wäre, wegen fortdaurender Würkung der Schwere aber um das Stück GF = ED = AC weiter rücke. Eben so gehet es in jeder folgenden Secunde. Das Stück, um welches die Masse wegen fortdaurender Würkung der Schwere weiter rückt, als sie allein wegen der Trägheit fortgerückt wäre, ist jedesmahl von einerley Grösse; allemahl so groß, als der Weg, durch welchen die Masse in der ersten Secunde fällt.

Wenn nun V eine andre bewegende Kraft ist, welche dieselbe Masse nach der Richtung AB treibt, und diese Masse gleichförmig beschleunigt, so wird die Bewegung dieser Masse sich nach eben den Gesetzen richten, nur mit dem Unterscheid, daß der Weg, AD, durch welchen sie die Masse in der ersten Secunde treibt, grösser oder kleiner als 15, 625 Rheinl. Fuß seyn wird, da dann übrigens in jeder folgenden Secunde das Stück des zurückgelegten Weges, um welches die Masse wegen fortdaurender Würkung der Kraft V weiter rückt, als allein wegen der Trägheit geschehen wäre, eben so groß als AD ist. Eben dies ist in dem Verstande des 43 §. die Beschleunigung der Kraft V. 138 Fig.

45 §.

Es ist der Weg gegeben, durch welchen eine Masse in einer gegebenen Zeit *t* wegen Würkung der Kraft *V* fortgegangen ist: man sucht ihre Beschleunigung.

Aufl. Es sey G der in der ersten Secunde, *s* aber der in der Zeit *t* zurück gelegte Weg, so ist $s = Gtt$, also $G = \frac{s}{tt}$, und dies ist die gesuchte Beschleunigung. Sie wird demnach gefunden, wenn man den zurückgelegten Weg durchs Quadrat der Zeit dividirt.

Ist also umgekehrt die Beschleunigung der Kraft V gegeben, die eine gewisse Masse forttreibt, und man frägt, wieweit dieselbe Masse in der Zeit *t* fortrücke: so wird der gesuchte Weg gefunden, wenn man die Beschleunigung in das Quadrat der Zeit multiplicirt.

46 §.

Dasjenige, was ich hier Beschleunigung der Kraft V nenne, heist bey den meisten übrigen Schriftstellern beschleunigende Kraft (vis acceleratrix). So wäre $g = 15{,}625$ Rh. Fuß die beschleunigende Kraft der Schwere. Mir scheint jener Ausdruck deutlicher und der Sache mehr angemessen zu seyn. Dasjenige, was den Körper bewegt, ist völlig einerley mit dem, was ihn gegen den Widerstand prest, der die Bewegung aufhält: und wenn ein schwerer Körper würklich sinkt, so würkt die Schwere in jedem Punct seines Weges eben so auf ihn, wie sie alsdann thut, wenn der Körper auf einer horizontalen Tafel ruhig liegt. Beyde Würkungen sind nur wegen der äussern Umstände unterschieden, unter

welchen sich der Körper befindet, und fallen daher auf verschiedene Art in die Sinne. Es verhält sich mit andern bewegenden Kräften eben so. Wenn die würkliche Bewegung der Masse A, worauf die Kraft V würkt, von einem Widerstande gehemmet wird: so wird die Kraft V diese Masse gegen den Widerstand auf eine ähnliche Art pressen, wie die Schwere diese Masse gegen einen solchen Widerstand pressen würde. Dieser Druck sey nun so groß als er wolle, so wird man ihn doch allemahl mit einem gewissen Gewicht vergleichen können, d. i. mit dem Druck, womit die Schwere eine gewisse Masse gegen einen Widerstand presset. Es wird sich ein Gewicht angeben lassen, das den Widerstand eben so stark prest.

47 §.

Eine Kraft V treibt die Masse A nach der Richtung Aα, und eine andre Kraft W treibt eben die Masse A zugleich nach der grade entgegengesetzten Richtung Aα. Wenn nun die Accelerationen beyder Kräfte gleich sind, so bleibt die Masse in Ruhe. Denn beyde Kräfte würden der Masse A in gleichen Zeiten gleiche und entgegengesetzte Geschwindigkeiten mittheilen, also kan A nie in Bewegung kommen. 139 Fig.

Dafern also zwo Kräfte gleiche Massen gleich stark beschleunigen: so werden sie diese Massen gegen einen Widerstand, der die Bewegung hemmet, gleich stark pressen. Der Widerstand thut dasselbe, was jede dieser Kräfte thun würde, wenn sie der andern entgegengesetzt wäre. Es ist aber offenbar, daß diese Kräfte gleich stark gegen einander drücken (14

§. St.) Die Schwere beschleuniget gleiche körperliche Puncte gleich stark (29 §), daher wird sie dergleichen Puncte gegen einen Wiederstand gleich stark drücken, oder mit andern Worten: die Gewichte gleicher Puncte sind gleich groß. Es folgt daraus ferner, daß eine doppelte Masse ein doppelees Gewicht habe, und überhaupt, daß die Gewichte ungleicher Massen eben diesen Massen proportional seyn. Dieser Satz, der in der Statik schon mit sehr wahrscheinlichen Gründen bestätiget ist, erlangt also durch diese Betrachtungen seine völlige Gewißheit.

Eben diese Betrachtung läst sich leicht allgemeiner auf andre Kräfte anwenden, die gleiche Massen gleich stark beschleunigen. Wenn ungleiche Massen von solchen Kräften, die gleiche Theilchen derselben gleich stark beschleunigen würden, gegen einen Wiederstand gepreßt werden; so sind die Pressungen den Massen proportional.

Fig. 139

48 §.

Wenn die Accelerationen der unter den Umständen des vor. §. an der Masse *A* angebrachten Kräfte nicht gleich sind, wenn V der Masse A in einer Secunde oder jeder andern Zeit, eine grössere Geschwindigkeit mittheilt, als W eben der Masse in eben der Zeit mitzutheilen vermögend ist: so kan *A* nicht in Ruhe bleiben. Die Kraft W vermindert nur die von V gewürkte Geschwindigkeit, und die Masse A erlangt in jedem Augenblick eine Geschwindigkeit, die so groß ist, als der Ueberschuß der grössern Geschwindigkeit über die kleinere.

Diese Kräfte werden also die Masse A ungleich stark drücken, denn widrigenfalls wären sie im

Gleich=

Gleichgewicht. Und hieraus folgt, wie im 47 §: wenn zwo Kräfte gleiche Massen, deren Bewegung durch einen Widerstand gehemmet wird, ungleich stark beschleunigen würden: so pressen sie diese Massen ungleich stark, und zwar diejenige stärker, welche stärker beschleunigt.

49 §.

Wenn demnach die Masse A von zwoen Kräften nach entgegengesetzten Richtungen getrieben wird, und die Masse bleibt in Ruhe; oder welches einerley ist: wenn zwo Kräfte die Masse *A* nach entgegengesetzten Richtungen gleich stark drücken: so sind die Accelerationen beyder Kräfte gleich groß, d. i. die Geschwindigkeiten würden gleich seyn, die jede Kraft für sich dieser Masse in einerley Zeit mittheilen würde; auch würden die Räume gleich seyn, durch welche die Masse A in einerley Zeit entweder nach der einen oder der andern Richtung fortgehen würde.

Es folgen aus dem 48 §. ferner diese Sätze: Wenn zwo Kräfte gleiche Massen gleich stark gegen einen Widerstand pressen; so theilen sie diesen Massen gleiche Accelerationen mit, wenn der Widerstand gehoben wird. Denn wiedrigenfals würden sie dirse Massen ungleich stark pressen.

Wenn aber zwo Kräfte gleiche Massen ungleich stark drücken, so wird der stärkere Druck starker, der schwächere weniger beschleunigen.

50 §.

Ungleiche Massen werden von der Schwere ungleich gepreßt, und zwar so, daß der Druck den Mas-

sen proportional ist (47 §). Dies rührt daher, weil jedes Theilchen aller bekannten Materie schwer ist (5 §. St.) und die Schwere gleiche Theilchen gleich stark beschleuniget. Eben daraus folgte im 28 §, daß bey würklich erfolgter Bewegung ungleiche Massen gleiche Geschwindigkeiten erlangen, wenn die Zeit des Falles einerley ist. Auch dies gilt allgemeiner von allen bewegenden Kräften. Wenn zwo Massen ungleich sind, auf beyde aber solche Kräfte drücken, die den Massen proportional sind, so daß gleiche Theilchen dieser Massen gleiche Pressungen leiden, so erlangen diese Massen, wenn sie nicht gehindert werden, in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeiten.

51 §.

139 Fig. Es sey DE eine ebene horizontale Tafel, auf derselben liegt die Masse A, und ihr Gewicht ist = P. Würde die Tafel plötzlich weggenommen, so würde A in der ersten Secunde um die Tiefe $Aa = g =$ 15,625 Rh. Fuß sinken, und in *a* die Geschwindigkeit $k = 2g$ erlangt haben. Es sey B eine andre Masse ohne Schwere, die der Masse A gleich ist. Eine Kraft V drücke diese Masse ebenfalls senkrecht gegen DE; so muß B ebenfalls vertical herunter sinken, wenn DE weggenommen wird. Wenn nun V die Masse B gleichförmig beschleuniget, B aber am Ende der ersten Secunde bis *b* kömmt, und daselbst die Geschwindigkeit $c = 2k$ erlangt; so ist $Bb = 2Aa$ (42 §.) $= 2g$. Aber in eben diesem Fall ist auch $V = 2P$. Dies letztere will so viel sagen: So lange die horizontale Tafel *DE* die Bewegung hemmet, wird *V* die Masse *B* gegen *DE*

doppelt

doppelt so stark drücken, als die natürliche Schwere eine eben so grosse Masse *A* gegen *DE* drückt.

Beweis. Ein Druck, der = P wäre, aber A nach entgegengesetzter Richtung Aα preste, würde A in Ruhe erhalten. Aber ein Druck = P, der B nach entgegengesetzter Richtung Bβ prest, hält B nicht in Ruhe. Er würde der Masse B in der Zeit *t* die Geschwindigkeit *k* nach der Richtung Bβ mittheilen. Also sinkt B dennoch gegen *b*, und erlangt in der Zeit *t* die Geschwindigkeit C — *k* (49 §) = *k*. Nun wird B gegen DE mit einer Kraft = V — P gepreſt, und es ist soviel, als wenn B das Gewicht V — P hätte. Weil dieser Druck der Masse B in der Zeit *t* nach gehobenen Widerstande die Geschwindigkeit *k*, und P einer eben so grossen Masse A in eben der Zeit eben die Geschwindigkeit mittheilt; so ist V — P = P (48 §), folglich V = 2P.

Wenn die übrigen Voraussetzungen bleiben, aber *B* am Ende der ersten Secunde die Geschwindigkeit 3*k* erlangte, so ist *V* = 3*P*.

Beweis. Ein Druck = P, der die Masse B nach entgegengesetzter Richtung Bβ treibt, vermindert, wie vorhin den Druck V, so daß B nach Bb nur mit der Gewalt V — P gepreſt wird. Eben die Masse B aber erlangt in der Zeit *t* die Geschwindigkeit 3*k* — *k* (49 §) = 2*k*, also ist V — P = 2P, vermöge des eben geführten Beweises, und V = 3P.

52 §.

Man siehet leicht, daß aus diesem Satz wieder folge, wenn B am Ende der ersten Secunde die Geschwindigkeit 4*k* erlangte, daß V = 4P seyn müste.

Ueber-

Ueberhaupt aber, erhellet daraus die Richtigkeit dieses Satzes: dafern $V = nP$ seyn muß, wenn B von V getrieben die Geschwindigkeit nk erlangte; so muß $V = (n+1)P$ seyn, wenn B die Geschwindigkeit $(n+1)k$ in einer Secunde erlangen würde.

Es ist also allgemein wahr: wenn V der Masse B in der ersten Secunde die Geschwindigkeit nk mittheilt, so ist $V = nP$, oder: wenn der Kraft V Beschleunigung $= ng$ ist (42 §), so ist $V = nP$.

Stellt man sich die gleichen Massen A und B beyde ohne Schwere vor, und es ist P nicht das natürliche Gewicht der Masse A, sondern ein grösserer oder kleinerer Druck, also Aa grösser oder kleiner als g, und man setzt die Beschleunigung dieses Drucks $Aa = G$; so erhellet, wie vorhin, wenn $Bb = nG$ die Beschleunigung der Kraft V ist, daß $V = nP$ seyn müsse.

53 §.

Wenn eine Kraft *V* die Masse *B* (die man sich übrigens ohne Schwere vorstellen muß) gleichförmig beschleuniget, und das Gewicht einer schweren eben so grossen Masse *A* ist $= P$; so verhält sich *V* zu *P*, wie die Beschleunigung der Kraft *V* zur Beschleunigung der Schwere.

Bew. Die Beschleunigung der Schwere sey, wie bisher, $= g$, und die Beschleunigung der Kraft V sey $= G$. Verhält sich nun G zu $g = m : n$, so daß m und n ein paar ganze Zahlen sind, so ist $mg = nG$. Wenn aber eine Kraft X eine Masse $=$ A bewegt, und ihre Beschleunigung $= mg$ ist; so ist $X = m.P$ (52 §.). Und wenn eine Kraft Y eine eben so grosse Masse B bewegt, ihre Beschleunigung aber $= nG$ ist; so ist $Y = n.V$ (52 §.) Da nun $mg = nG$ war,

war, so wird $X = Y$ (48 §.), folglich $mP = nV$, und $V:P = m:n$, oder $V:P = G:g$. So erhellet die Richtigkeit des Satzes, wenn das Verhältniß $G:g$ ein Rational-Verhältniß ist. Daraus läst sich aber leicht schliessen, daß eben dasselbe noch wahr seyn müsse, wenn gleich $G:g$ ein Irrational-Verhältniß wäre.

Es sey $G:g \rhd m:n$ und $G:g \lhd m+1:n$, so werden sich diese Grenzen, zwischen welchen das Verhältniß $G:g$ fällt, nach Gefallen verengern lassen (174 §. G.) Nun mag man diese Grenzen einander so nahe rücken, als man will, so wird allemahl das Verhältniß $V:P$ zwischen eben denselben Grenzen enthalten seyn. Ist nemlich $G \rhd \frac{m}{n} g$ und $G \lhd \frac{m+1}{n} g$: so ist zugleich $V \rhd \frac{m}{n} P$ und $V \lhd \frac{m+1}{n} P$, wie groß auch m und n genommen werden. Denn vermöge des geführten Beweises sind $\frac{m}{n} g$ und $\frac{m+1}{n} g$ die Beschleunigungen der Kräfte $\frac{m}{n} P$ und $\frac{m+1}{n} P$. Wäre aber einmahl $V \lhd \frac{m}{n} P$, so wäre $G \lhd \frac{m}{n} g$, (50 §.) und wenn einmahl $V \rhd \frac{m+1}{n} P$ wäre, so müste $G \rhd \frac{m+1}{n} g$ seyn, (50 §) beydes gegen die Voraussetzung. Also ist auch in diesem Fall $G:g = V:P$ (175 §. G.)

54 §.

Die Proportion $V:P = G:g$ (53 §) läst sich auch so ausdrücken $\frac{V}{P}:1 = G:g$. Wenn man demnach die Beschleunigung der Schwere als die Einheit betrachtet, und mit derselben die Beschleunigung einer jeden andern Kraft vergleicht, so kan man $G = \frac{V}{P}$ setzen, und dies giebt die gewöhnliche Regel:

Man findet die Beschleunigung einer Kraft V, welche die Masse B bewegt, wenn man diese Kraft durch das Gewicht einer Masse, die eben so groß als B ist, dividirt.

Dieser Quotient giebt also nicht die Beschleunigung der Kraft V in dem Verstande des 43 §, erdrückt eigentlich nur aus, wieviel mahl die Beschleunigung der Kraft grösser oder kleiner als die Beschleunigung der Schwere sey. Eine ähnliche Vergleichung der Dichtigkeiten der Körper mit der Dichtigkeit des Regenwassers ward im 39 §. Hydrost. angestellt, und eine Betrachtung erläutert die andre.

Man siehet leicht, daß hier der Quotient $\frac{V}{P}$ mit der Beschleunigung der Schwere g müsse multiplicirt werden, wenn man die Beschleunigung der Kraft V in dem Verstande des 43 §. haben will, wie denn auch die obige Proportion $G = \frac{g.V}{P}$ giebt. Eben so muste man im 39 §. Hydrost. die Quotienten $\frac{q}{p}$ mit dem Gewicht eines Cubic-Fusses Wasser γ,

multi-

multipliciren, um die eigene Schwere eines Körpers in dem Verstande des 103 §. St. zu erhalten. Aehnliche Vergleichungen sind in mehrern Fällen üblich, und es gehöret unter andern hieher die Art, wie man einen Winkel durch die Grösse des mit dem Halbmesser = 1 zwischen seinen Schenkeln beschriebenen Bogens ausdrückt (472. 473 §. G.)

55 §.

Die Massen verschiedener Körper verhalten sich, wie ihre Gewichte, die sie auf der Oberfläche der Erde haben würden (47 §.), und man kan die Grösse der Masse eines Körpers nicht anders, als durch das Gewicht ausdrücken, was er auf der Erdfläche hätte. Weis man, eine Masse würde auf der Erdfläche 3 Pf. wägen, so weis man, daß sie dreymahl grösser sey, als die Masse eines unbekannten Körpers, der 1 Pf. wiegt. Daher ist es gewöhnlich, daß man hier durch Masse der Körper auch ihr Gewicht verstehet, was sie auf der Oberfläche der Erde haben würden, und dies vorausgesetzt, kan man die Regel des vor. §. auch so ausdrücken.

Man erhält die Beschleunigung einer Kraft V, die eine gegebene Masse M prest, wenn man die Stärke des Drucks V durch die Masse M dividirt.

Der Druck V dieser Kraft wird ebenfalls durch ein ihm gleiches Gewicht P ausgedrückt, und so hat man allemahl $G = \frac{gP}{M}$ in bekannten Zahlen.

Die Stärke des Drucks V oder P heist nun die absolute Grösse dieser Kraft, (quantitas potentiæ absoluta)

soluta) und $\frac{P}{M}$ ihre Beschleunigungsgrösse (quantitas acceleratrix).

56 §.

Die absolute Grösse der Kraft P ist gegeben, welche die Masse M treibt; man sucht die Grösse des Weges s, welchen M in der Zeit t zurücklegt, nebst ihrer Geschwindigkeit c am Ende der Zeit t.

Aufl. Es ist $s = Gtt$ (45 §.) und $G = \frac{gP}{M}$ (55 §.); also $s = \frac{gP}{M}tt$. Ferner ist $c = 2Gt = \frac{2gP}{M}t$.

Wäre der zurückgelegte Weg s gegeben, und man sollte die verflossene Zeit suchen: so erhielte man diese aus der Gleichung $t = \sqrt{\frac{M}{gP}}s$.

Schaft man t aus beyden Gleichungen weg, so erhält man, wie für die natürliche Schwere (32 §.) $s = \frac{cc}{4G}$, und $c = 2\sqrt{G.s}$, oder $s = \frac{Mcc}{4gP}$, und $c = 2\sqrt{\frac{gP}{M}}s$.

Hätte die Masse M gleich anfangs schon die Geschwindigkeit $= h$ gehabt, die ihr durch einen Stoß, oder auf andre Art mitgetheilet worden: so müste man die Gleichungen $c = h + 2Gt$ (35 §.), und $s = ht + Gtt$ (37 §) brauchen; diese geben $c = h + \frac{2gP}{M}t$,

und

und $s = ht + \frac{gP}{M}tt$. Wäre die Richtung der Kraft P der Richtung der Geschwindigkeit h entgegengesetzt: so wäre P negativ, und man hätte $c = ht - \frac{2gP}{M}t$, und $s = ht - \frac{gP}{M}tt$ (36. 39 §).

57 §.

Wenn eine bewegte Masse mehr Geschwindigkeit bekömmt, als sie vorher hatte; so bekömmt sie in eben dem Verhältniß mehr Bewegung. Eine Masse hat doppelt so viel Bewegung als eine andre eben so grosse Masse, wenn sie nochmahl soviel Geschwindigkeit hat.

Wenn ferner eine doppelte Masse eben so viel Geschwindigkeit hat, als eine einfache, so sind in der doppelten nochmahl soviel Theile, als in der einfachen, und jeder Theil der doppelten Masse hat eben soviel Bewegung, als ein eben so grosser Theil der einfachen. Daher verhalten sich bey gleichen Geschwindigkeiten die Bewegungen der Körper, wie die Massen.

Dafern nun zwo Massen M, m, mit den Geschwindigkeiten C, c, und eine dritte Masse $N = M$, mit der Geschwindigkeit c fortgehet; so verhalten sich die Grössen der Bewegungen (quantitates motus)

der Masse M zu der von $N = C : c$

der Masse N zu der von $m = N : m = M : m$,

also die Bewegung der Masse M zur Bewegung der Masse $m = M.C : m.c$, d. i. es verhalten sich

die Bewegungen (*quantitates motus*) zwoer Massen, wie die Producte aus den Massen in ihre Geschwindigkeiten.

Man nehme an, eine Kraft P theilt der Masse M in der Zeit t die Geschwindigkeit C mit, und eine andre Kraft p der Masse m in eben der Zeit t die Geschwindigkeit c, so hat man $C = \frac{2gP}{M} t$, und $c = \frac{2gp}{m} t$ (56§). Hieraus folgt $C:c = \frac{P}{M} : \frac{p}{m}$, und $M.C:m.c = P:p$. d. i. die Kräfte verhalten sich wie die Bewegungen, die sie ihren Massen in gleichen Zeiten mittheilen.

58 §.

Wenn ein fester Körper mit paralleler Bewegung (19§.) fortgehet, und alle Theilchen desselben werden nach parallelen Richtungen, von Kräften getrieben, die ihren Massen proportional sind, und deren Richtungen mit der Richtung der Bewegung des Körpers überein kommen: so wird der Körper die parallele Bewegung behalten. Die Acceleration wird nemlich für alle Theilchen in gleichen Zeiten einerley seyn, und sie werden in jedem Augenblick mit gleichen Geschwindigkeiten nach parallelen Richtungen fortgehen. Es sey p die Kraft, welche jedes Theilchen treibt, dessen Masse $= M$ ist, und π die Kraft, welche ein andres Theilchen μ treibt: so ist vermöge der Voraussetzung $p:\pi = m:\mu$, also auch $p:m = \pi:\mu$. Wenn demnach $p:m = k:1$ ist: so ist

ist der Quotient $\frac{p}{m} = k = \frac{\pi}{\mu}$ für alle Theilchen einerley. Aber für jede Zeit t ist die Geschwindigkeit eines solchen Theilchens $= h \pm \frac{2gp}{m} t = h \pm 2gkt$, wenn h die erste Geschwindigkeit für den Anfang der Bewegung ist. Diese muß also in jedem Zeitpunct für alle Theilchen einerley seyn. Man siehet leicht, daß diese Sätze auch gelten würden, wenn gleich der Körper ein weicher, oder flüßiger Körper wäre. Jedoch wird diese Betrachtung hier noch ausgesetzt.

Bey der angenommenen Voraussetzung geht die mittlere Richtung aller Kräfte, welche die Theilchen des festen Körpers treiben, durch den Schwerpunct; und eine Kraft, welche so groß als die Summe aller dieser Kräfte, und am Schwerpunct nach der mittlern Richtung angebracht wird, ist allen äquipollent.

59 §.

Bey eben der Voraussetzung des vor. §. bewegt sich der Schwerpunct des Körpers eben so, als wenn in demselben die ganze Masse des Körpers vereiniget, an demselben aber nach der mittlern Richtung eine Kraft angebracht wäre, die der Summe aller einzelnen Kräfte, welche die Theilchen des Körpers treiben, gleich ist.

Beweis. Am Schwerpunct G des Körpers AB, 135

dessen Masse = M ist, sey eine Kraft P, nach der Richtung GP angebracht, und es sey P = k. M. Wenn nun an jedem Theilchen Z, dessen Masse = m = $\frac{1}{n}$ M ist, eine Kraft p angebracht wird, nach der Richtung Zp mit GP parallel, und es ist $p = k.m$ $= k \times \frac{1}{n}$ M $= \frac{1}{n}$ P: so ist P die Summe aller Kräfte p, so wie M die Summe aller Theilchen m. Nun wird die Bewegung des Puncts Z durch folgende Gleichungen bestimmt: $c = h \pm \frac{2gp}{m} t$, und $s =$ $ht \pm \frac{gp}{m} tt$; oder $c = h \pm \frac{2gP}{M} t$, und $s =$ $ht \pm \frac{gP}{M} tt$, wenn man $p = \frac{1}{n}$ P, und $m =$ $\frac{1}{n}$ M setzt. Wenn aber im Schwerpunct G die ganze Masse vereinigt wäre: so würde die Bewegung desselben durch eben die Gleichungen bestimmt werden.

60 §.

Hieraus folgt umgekehrt: Wenn ein fester Körper von einer Kraft P getrieben wird, deren Richtung durch den Schwerpunct gehet, oder auch von mehrern Kräften, deren mittlere Richtung durch den Schwerpunct gehet: so

wird er mit paralleler Bewegung nach eben der Richtung fortgehen, und sein Schwerpunct wird sich so bewegen, als wenn in demselben die ganze Masse des Körpers beysammen wäre. Denn es ist eben so viel, als wenn alle Theilchen des Körpers nach eben den Richtungen von Kräften getrieben würden, die ihren Massen proportional sind, und deren Summe der Kraft P gleich wäre.

Bey den flüßigen Körpern läst sich dieser Satz nicht anbringen. Weil nemlich die Theile der flüßigen Körper mit einer sehr geringen Kraft zusammenhängen: so würde eine Kraft P, die an dem Punct G, nach der Richtung GH angebracht wäre, die Theile, welche zwischen G und H liegen, von den übrigen Theilen des Körpers losreissen, und es würde nicht der ganze Körper mit fortbewegt werden.

Der IV. Abschnitt.

Vom Falle schwerer Körper auf einer schiefen Ebene.

61 §.

Wenn eine Masse M, deren Gewicht P ist, auf einer schiefen Ebene AB liegt, die gegen den Horizont unter dem Winkel ABC $= \alpha$, geneigt ist: so wird diese Masse von einer Kraft $= P \sin \alpha$, nach 140 Fig.

der Richtung MA im Gleichgewicht erhalten (135 §. Stat.) und sie drückt gegen die Ebene, mit einer Gewalt $= P \cos \alpha$. Wenn demnach diese Masse auf der Ebene AB frey liegt, und nicht gehalten wird: so muß sie längst der Ebene würklich hinabgehen. Setzt man nun voraus, daß die Ebene AB sowohl selbst, als auch die Grundfläche der Masse M, womit sie an der Ebene anliegt, vollkommen glatt sey, und keine Friction statt habe: so wird die Bewegung dieser Masse, von einer Kraft $P \sin \alpha$, deren Richtung durch ihren Schwerpunct gehet, beschleuniget. Nun wird zwar die Masse nicht allemahl mit paralleler Bewegung fortgehen, oder wie man sich ausdrücken könnte, auf der Ebene herab glitschen. In manchen Fällen wird diese Masse noch einer andern Bewegung um sich selbst unterworfen seyn. Wäre diese Masse eine Kugel: so fällt leicht in die Augen, daß sie von der Ebene herab rollen werde. Aber Fälle von dieser Art werden hier noch beyseite gesetzt, und blos der Fall betrachtet, in welchen die Masse mit paralleler Bewegung herunter gehet. Man kan also annehmen, die ganze Masse sey im Schwerpunct beysammen, und deswegen läst sich die Masse hier, als ein schwerer Punct betrachten (1. 18 §).

62 §.

Bey den Voraussetzungen des vor. §. die Geschwindigkeit *c* der Masse *M* für jede gegebene Zeit *t*, nebst dem Wege *AM* = *s*, zu finden, den sie in der Zeit zurücklegt.

Aufl. Es sey der Druck der Kraft, welche die Masse längst der Ebene forttreibt, $= V$: so hat man

$c =$

$$c = \frac{2gV}{M} t$$

und $s = \frac{gV}{M} tt$ (56 §).

Weil nun hier $V = P \sin\alpha$, und $M = P$ ist, so wird

$$c = 2gt \sin\alpha$$

und $s = 2gtt \sin\alpha$.

63 §.

Dafern die Masse in der Verticallinie frey herabfiele, so erlangte sie in der Zeit t die Geschwindigkeit $2gt$, und diese verhält sich zu der in eben der Zeit durch den schiefen Fall erlangten Geschwindigkeit, wie $1 : \sin\alpha = AB : AC$. d. i. wie die Länge der Ebene zu ihrer Höhe, welches dem 53 §. gemäß ist, weil sich die bewegenden Kräfte so verhalten.

64 §.

Wenn MN eine Horizontallinie ist, und eine schwere Masse fällt von der Höhe AN vertical herab: so ist ihre Geschwindigkeit in $N = 2\sqrt{g}.AN$ (32 §.) Schaft man aber t aus den beyden Gleichungen des 62 §. weg: so erhält man 140 Fig.

$$c = 2\sqrt{g}.s.\sin\alpha = 2\sqrt{g}.AM.\sin\alpha = 2\sqrt{g}.AN.$$

Diese ist demnach so groß, als die der Höhe AN zugehörige Geschwindigkeit. Also hat eine Masse, die auf einer schiefen Ebene sinkt, in jeder Horizontallinie die Geschwindigkeit, die sie in eben dieser Horizorizontallinie durch den freyen ver-

ticalen Fall, von eben der Höhe erreicht hätte.

65 §.

Die Masse M sinkt auf der schiefen Ebene in der Zeit t durch den Weg $AM = gtt \sin\alpha$, und diese Gleichung giebt $t = r\frac{AM}{g.\sin\alpha}$ die Zeit, in welcher eine schwere Masse von der Höhe AN fiele ist $= \sqrt{\frac{AN}{g}}$ (25 §). Weil nun $AN = AM \sin\alpha$; so ist die Zeit eben dieses Falles $= r\frac{AM\sin\alpha}{g}$. Folglich verhält sich die Zeit des schiefen Falles zur Zeit des senkrechten Falles von eben der Höhe wie $\sqrt{\frac{AM}{g.\sin\alpha}} : \sqrt{\frac{AM\sin\alpha}{g}} =$ $1 : \sin\alpha = AM : AN$, d. i. wie die Länge der schiefen Ebene, zu ihrer Höhe.

Es sey MF auf AB senkrecht und schneide AC in F; so wird $AM = AF \sin\alpha$. Wenn nun eine schwere Masse in der Zeit t von der verticalen Höhe AF herab fällt: so ist $AF = gtt$, folglich wird $AM = gtt \sin\alpha = AF.\sin\alpha$ für eben die Zeit t. Daraus erhellet, wie durch Verzeichnung aus dem Raum des schiefen Falles AM, für eben die Zeit, der Raum des senkrechten Falles AF, und umgekehrt, gefunden werden könne. Es sind AF, und AM, Wege, die in gleichen Zeiten beschrieben werden (spatia isochrona). Durch Rechnung findet man $AF = \frac{AM}{\sin\alpha}$, wenn AM gegeben ist.

66 §.

66 §.

Je kleiner also der Winkel ist, unter welchem die schiefe Ebene den Horizont schneidet, desto kleiner ist der Weg, den die schwere Masse auf dieser Ebene in einerley Zeit zurück leget, und die in eben der Zeit erlangte Geschwindigkeit ist ebenfalls desto kleiner. Wenn also die schiefe Ebene eine etwas beträchtliche Länge hat: so kan man mit mehrer Bequemlichkeit die Zeit des schiefen Falles auf einer solchen Ebene von bekannter Länge beobachten, als wenn man die Zeit des freyen Falles, von einer gewissen senkrechten Höhe beobachten wollte. Daraus läst sich aber die Höhe des senkrechten Falles für eben die Zeit berechnen. Will man einen solchen Versuch anstellen; so muß man keinen Körper dazu erwählen, der eine ebene Grundfläche hat, und auf der Ebene herabglitscht, wie bisher vorausgesetzt worden. Hiebey ist die Friction unvermeidlich, die aber bey der bisherigen Rechnung bey Seite gesetzt ist. Auf eine Kugel, die man auf einer schiefen Ebene sinken läst, hat die Friction keine andre Würkung, als daß sie ihr eine Umdrehung um sich selbst mittheilt, und es wird in der Folge gewiesen werden, daß diese Umdrehung die Bewegung des Schwerpuncts nicht ändre; sondern der Schwerpunct eben so herabfalle, als wenn die Kugel auf der Ebene ohne Friction herabglitschte. Galiläus hat vermittelst solcher Versuche, die er im Dial. 3. de motu locali beschreibt, gefunden, daß daß der Raum des freyen Falles in einer Secunde 15,625 Rheinl. Fuß (30 §.) betrage. Er ließ eine wohlpolirte metallene Kugel auf einer hölzernen Ebe-

ne, die mit Pergament überzogen war, herab rollen.

67 §.

141 Fig. Wenn AB ein verticaler Durchmesser eines Kreises ist, und man zieht die Sehnen AD, AE, AF: so stellen diese so viele schiefe Ebenen vor, auf welchen eine schwere Masse in gleichen Zeiten sinkt. Denn zieht man auch BD, BE, BF; so werden D, E, F rechte Winkel.

Wird auf der andern Seite die Sehne AG mit BD parallel gezogen: so sind auch AG und AB spatia isochrona. Es wird aber AG=BD, und beyde sind gegen die Horizontallinie HR unter einerley Winkel geneigt. Folglich werden AG und BD, und dieserwegen auch AD und BD spatia isochrona.

Die Geschwindigkeiten, welche schwere Massen durch den Fall längst den Sehnen DB, EB erlangen, verhalten sich wie diese Sehnen. Denn sie sind einerley mit den Geschwindigkeiten, welche die Massen durch den Fall von den verticalen Höhen KB, LB, erlangen würden, und verhalten sich also $= r$KB: $\sqrt{}$LB. Weil nun KB:BD = BD:AB, und LB:BE = BE:AB: so ist $\sqrt{KB} = \frac{BD}{r\,AB}$, und rLB = $\frac{BE}{r\,AB}$, folglich das Verhältniß der Geschwindigkeiten $= \sqrt{KB} : r\,LB = BD : BE$.

68 §.

68 §.

Ein schwerer Körper fällt von der verticalen Höhe AC, giebt hierauf mit der in C erlangten Geschwindigkeit durch einen Weg $= CB$ gleichförmig fort. Wenn nun ein schwerer Körper in eben der Zeit, worin beyde vorige Bewegungen geschehen, durch AB schief fallen würde: so ist die Frage, wie groß dies Verhältniß $AC:BC$ seyn müsse.

Aufl. Während des verticalen Falles durch AC verfliest die Zeit $r\frac{AC}{g}$, und die in C erlangte Geschwindigkeit ist $2\sqrt{g}.AC$. Während der gleichförmigen Bewegung durch BC, verfliest also die Zeit $\frac{BC}{2r\sqrt{gAC}}$ (6 §), und die Zeit des schiefen Falles durch AB, ist $= r\frac{AB}{g\sin\alpha}$ (67§). Demnach soll $\sqrt{\frac{AC}{g}} + \frac{BC}{2r\sqrt{g.AC}} = \sqrt{\frac{AB}{g\sin\alpha}}$ seyn. Dies giebt $\frac{AC}{g} + \frac{BC}{g} + \frac{BC^2}{4gAC} = \frac{AB}{g\sin\alpha} = \frac{AB^2}{g.AC}$. Also wird $AC^2 + AC.BC + \frac{1}{4}BC^2 = AB^2 = AC^2 + BC^2$, und $AC.BC = \frac{3}{4}BC^2$, oder $AC = \frac{3}{4}BC$. d. i. $AC:BC = 3:4$.

* * * * * * * * *

Zusatz

Zusatz VI
zum 184 §. der Statik.

Die hieselbst aus Musschenbröcks Introd. ad cohærentiam corporum firmorum angeführten Versuche über die Festigkeit der Metalle stehen auch im *Krafftii* Prælect. in Phys. Theoret. Cap. XI. §. 282. p. 222. Sie scheinen aber nicht so brauchbar zu seyn, als diejenigen, welche Musschenbröck nach der Zeit angestellt, und im 1130 §. der Introd. ad Phil. Nat. beschrieben hat. Diese letztern sind mit gegossenen Metallen angestellt, und Musschenbröck bemerkt dabey, daß die Metalle, wenn sie nach dem Guß geschlagen werden, noch mehr Festigkeit bekommen. Jedoch hat dies seine Grenzen, und die Metalle werden wieder schwächer, wenn man sie zu viel schlägt. Folgende Parallelepipeda, deren Querschnitte $\frac{1}{100}$ Zoll ins Gevierte betrugen, wurden von den dabey gesetzten Gewichten zerrissen.

	eigene Schwere	Festigkeit
Gold - - -	19. 238	578 Pf.
Silber - -	11. 091	1156 =
Kupfer - -	8. 1818	638 =
Japanisch Kupfer	8. 7267	573 =
Deutsches Eisen	7. 8076	1930 =
Englisch Zinn	7. 295	150 =
eine andre Art	- - -	188 =
Englisch Bley	11. 3333	25 =

Diese Versuche sind um deswillen brauchbarer, als die vorhin angeführten, weil zugleich die eigene Schwere der geprüften Metalle dabey gesetzt ist, die vor dem Versuch besonders gesucht worden.

Ende des dritten Theils.

Druckfehler und Verbesserungen.

Auf der
21 S. 15 Z. Q=R l. Q=K.
42 = 3 = von unten 24 §. l. 24 Fig.
45 = 8 = — cosDFE l. — FE cosDFE
und 13 Z. — cosDFE l. + FE cosDFE.
46 = 2 = sin CFE l. sin DFE.
48 = 5 = AD sinα l. BD sinα
und 12 Z. BD + GF l. BD + CF.
50 = 4 = von unten RN l. RV, und
2 = von unten G l. g.
64 = 18 = DE # DL l. BE # DL.
65 = 24 = EF = FC l. EI = FC.
80 = 18 = tang CGD l. tang GCD.
101 S. 18 Z. Alte l. Alle.
117 = 5 = $v \rhd$ V l. $v \lhd$ V.
118 = 9 = IE l. ID, und 16 Z. qV l. qW.
124 = 3 = von unten S l. Y.
130 = 3 = P— l. P=
151 = 10 = Verticallinie l. Verticalebene.
154 = 13 = aRM l. aPM.
184 = 4 = HI l. AI.
192 = 9 = $l:e$ l. E:e.
195 = 21 = Warum l. War nun
210 = 6 = Länge l. Lage.
221 = 10 und 16 Z. GFH l. GFK.
223 = 14 = MK l. NK.
228 = 19 = demnach l. dennoch.
247 = 8 = $\frac{3}{4}\pi r^3$ l. $\frac{4}{3}\pi r^3$.
265 = 19 = alles l. das.
274 = 11 = nach des Goldes setze man hinzu des Silbers.
276 = 14 = $+\frac{\beta}{b}2-P$ l. $+\frac{\beta}{b}(Q-P)$.

Auf. der

286 S. 5 Z. der Masse eines l. einer Masse des.
294 = 8 = hohle l. hohe.
296 = 14 = Gewicht l. Gefäß.
300 = 14 = Tönncher l. Taucher.
305 = 12 = Stücke l. Klocke.
321 = 25 = $\frac{Q}{Q-q}$ l. $\frac{Q}{Q-q}$. GM.
339 = 17 = sich genannt l. sich nicht genannt.
347 = 8 = nach: fülle man sie setze man hinzu: anfangs nur bis C hiernechst aber.
354 = 3 = von unten: nennt l. nimmt.
369 = 26 = 3,7 Lin. l. 0,7 Lin.
372 = 4 = nach dem Wort Luft setze man hinzu: doppelt so viel, eine halb so dichte Luft.
373 = 6 = EC l. EG.
375 = 3 = HF l. BF.
382 = 13 = 218,4 Fuß l. 210 Fuß.
383 = 13 = in B l. in A.
414 = 11 = g l. q.
420 = 10 = wie 10 l. wie 31.
426 = 4 = Lehrbegrif l. Begrif.
428 = 22 = EC l. EG.
430 = letzte Z. 108° l. 180°.
440 = 10 = durchlaufe l. durchliefe.
462 = 13 = Gleichung l. Rechnung.
463 = 7 = $F \equiv 9g$ l. $AF \equiv 9g$.
473 = 16 = unbekannten l. uns bekannten.

Ich bediene mich dieses Platzes noch einen Rechnungsfehler anzuzeigen, der im zweyten Theil auf der 287 Seite im 230 §. der A. R. stehen geblieben ist. Statt der beyden Zeilen:

also S = 6139, 133 Thl.

oder S = 6139 Thl. 3 Gr. $2\frac{38}{125}$ Pf.

muß es heissen

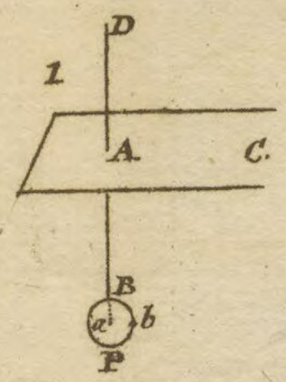
also $\frac{a}{(k-1)k^{10}}$ = 6139, 133 dies abgezogen

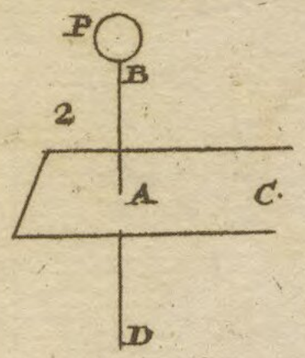
von 10000, 000

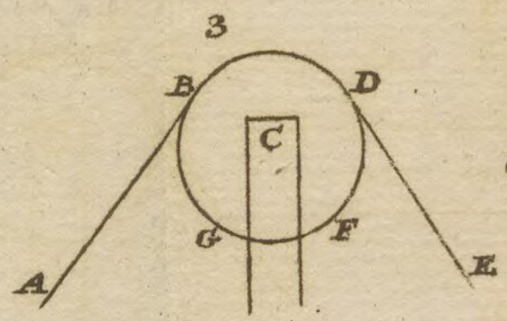
---

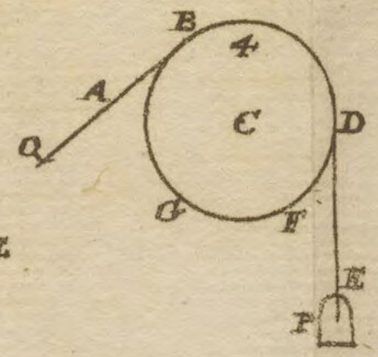
läst den Rest S = 3860, 867 Thl.

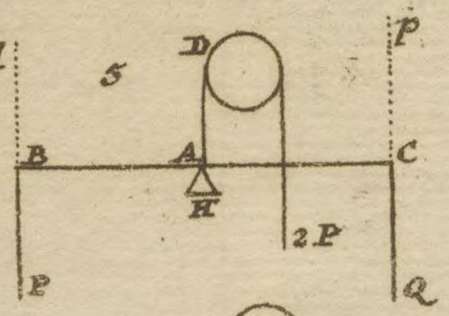
oder S = 3860 Thl. 20 Gr. 9 Pf.

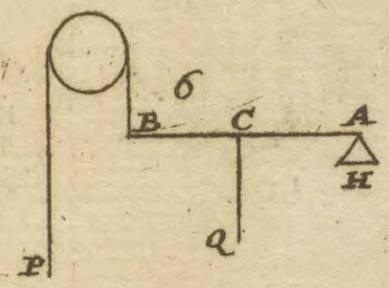

1
D
A
C.
B
a
b
P

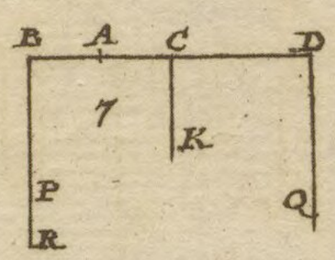

P
B
2
A
C.
D

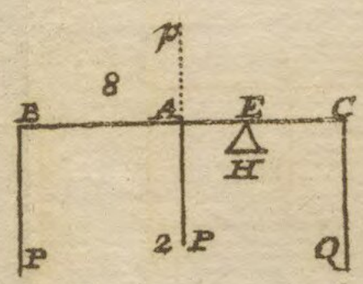

3
B
D
C
A
G
F
E

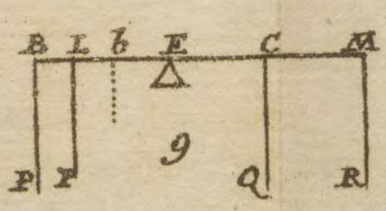

B
4
A
C
D
Q
G
F
E
P

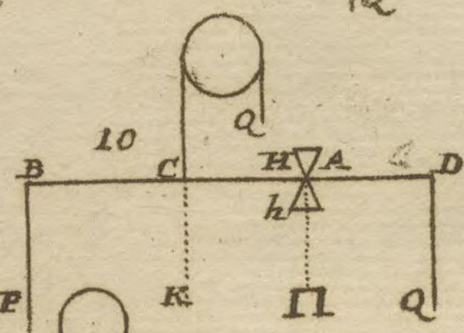

q
5
D
p
B
A
C
H
2P
P
Q

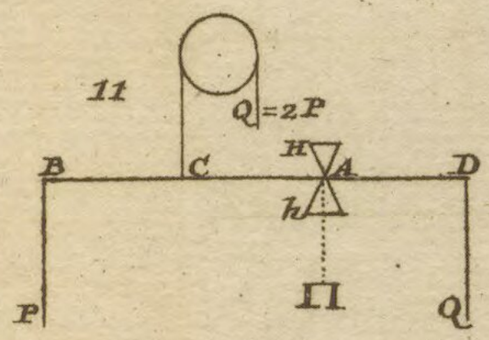

6
B
C
A
H
P
Q

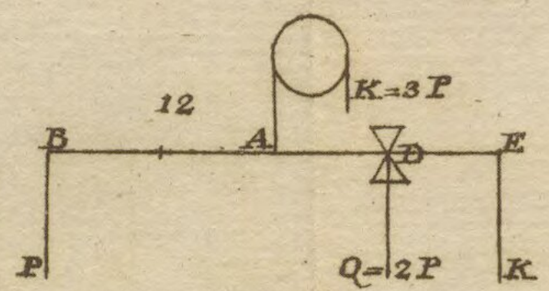

B
A
C
D
7
K
P
R
Q

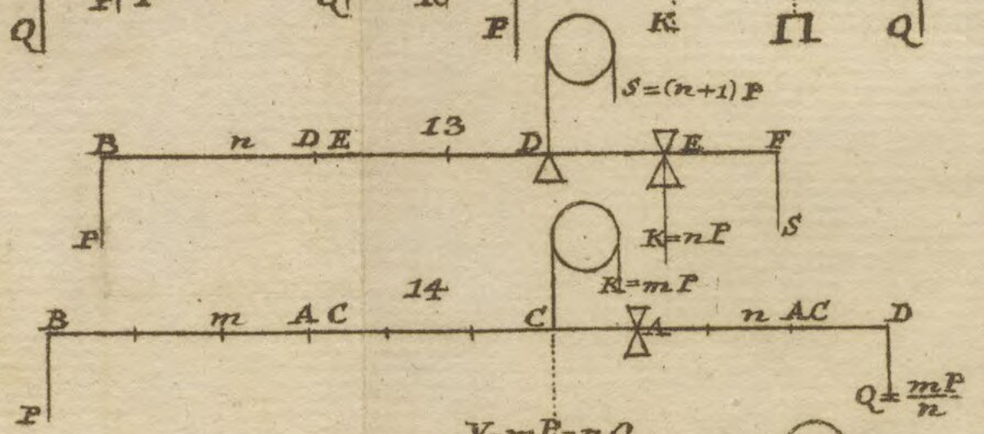

p
8
B
A
E
C
H
P
2P
Q

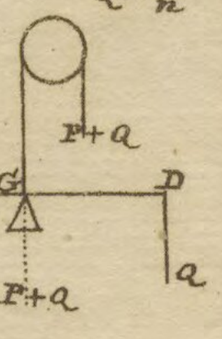

B
L
b
E
C
M
9
P
Q
R

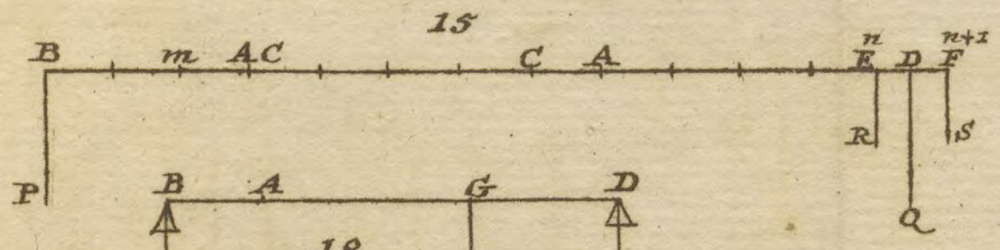

10
Q
B
C
H
A
D
h
P
K
Π
Q

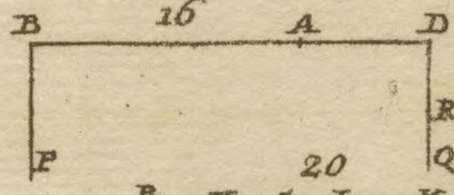

11
Q=2P
B
C
H
A
D
h
P
Π
Q

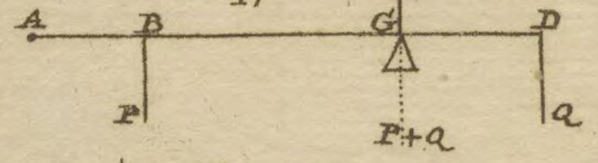

12
K=3P
B
A
D
E
P
Q=2P
K

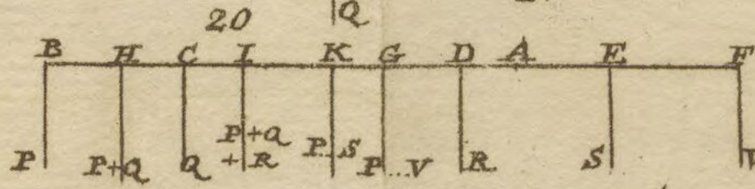

S=(n+1)P
B
n
D
E
13
D
E
F
P
K=nP
S
K=mP
14
B
n
AC
C
A
n
AC
D
Q=mP/n
P
V=mP=nQ

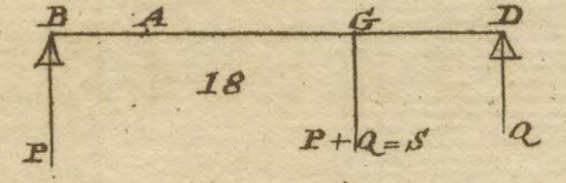

P+Q
P+Q

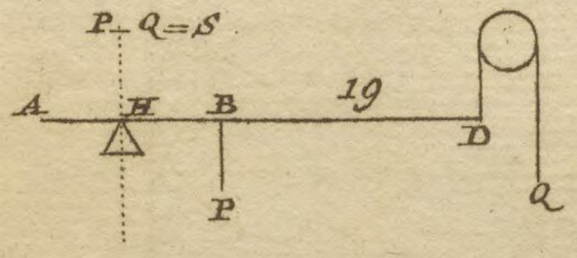

15
B
m
AC
C
A
n
E
D
n+1
F
R
S
P
Q

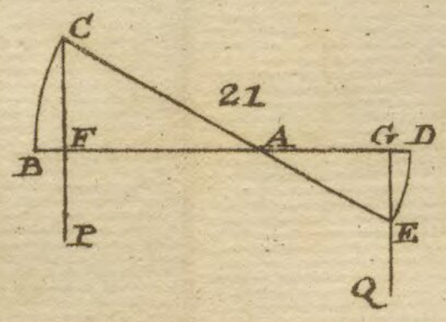

B
16
A
D
R
P
Q

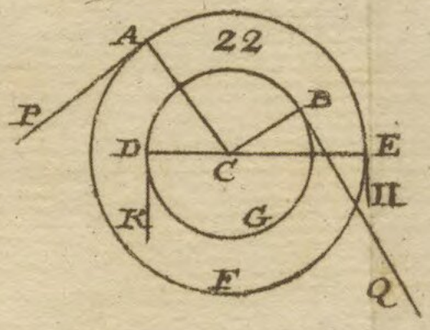

A
B
17
G
D
P
Q

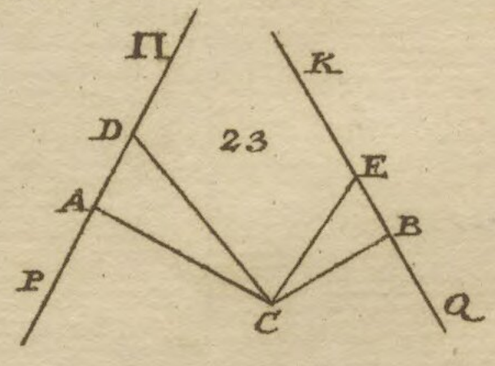

20
B
H
C
I
K
G
D
A
E
F
P
P+Q
Q
P+Q
+R
P
S
P
V
R
S
V

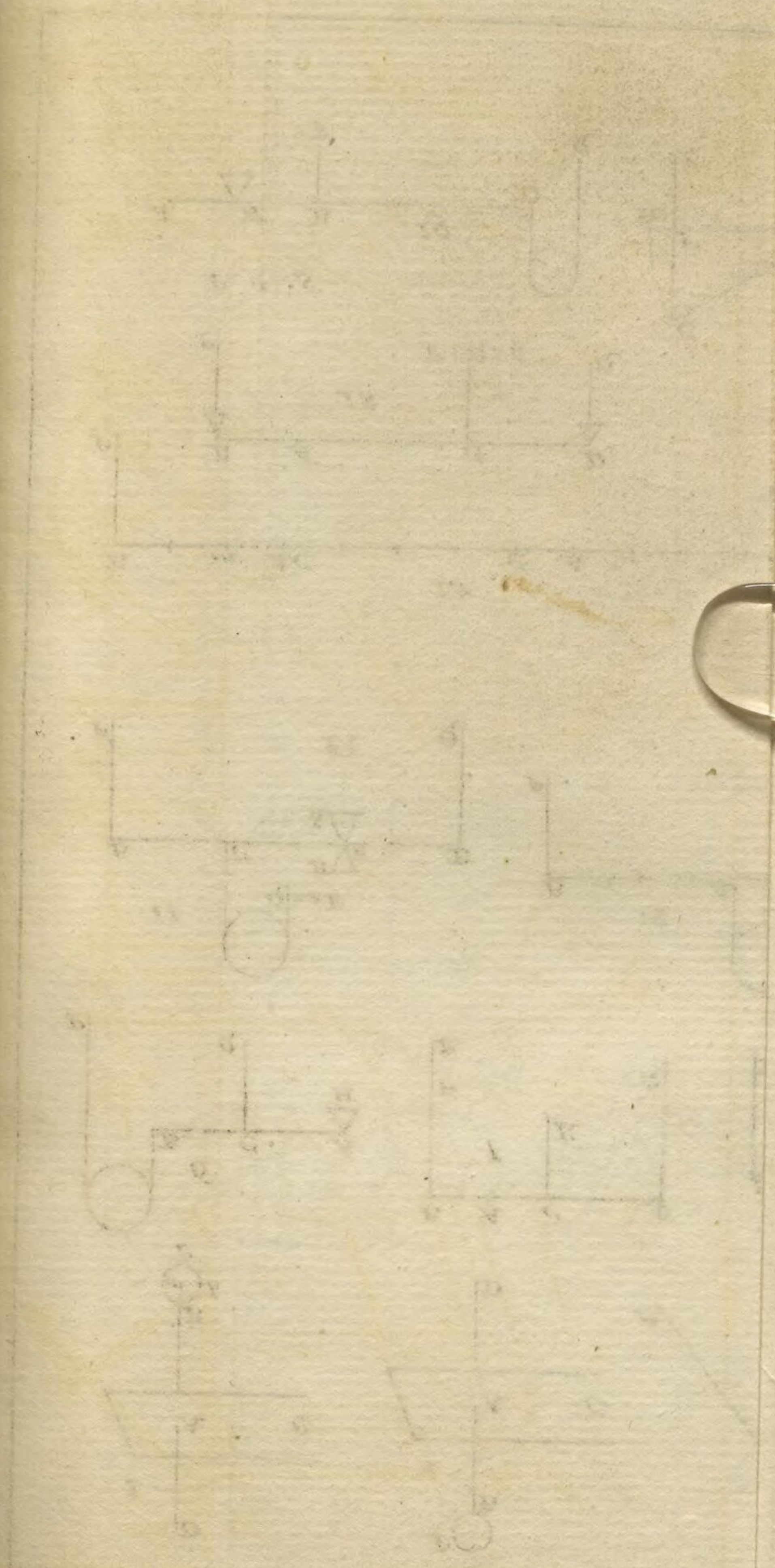

B
A
G
D
18
P
P+Q=S
Q

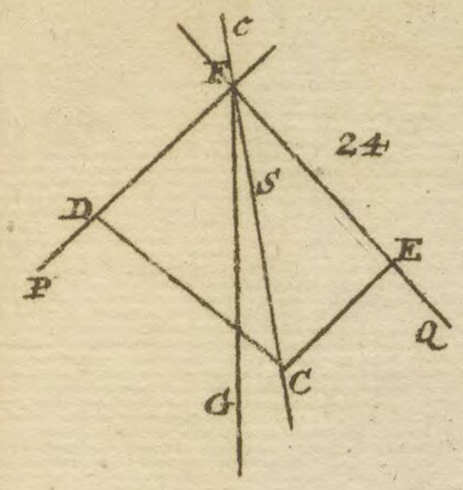

P
Q=S
A
H
B
19
D
P
Q

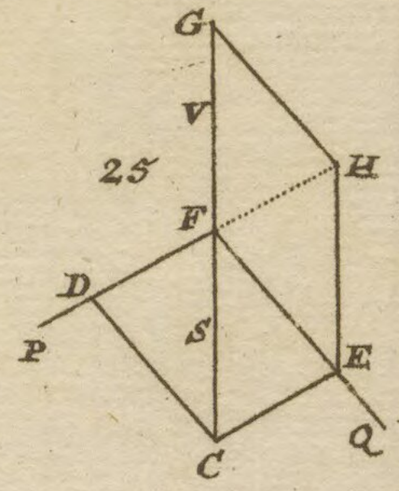

C
21
B
F
A
G
D
P
E
Q

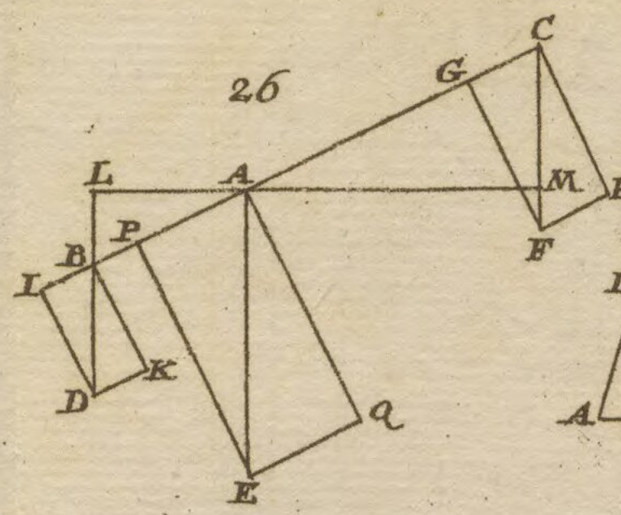

A
22
P
B
D
E
C
III
K
G
F
Q

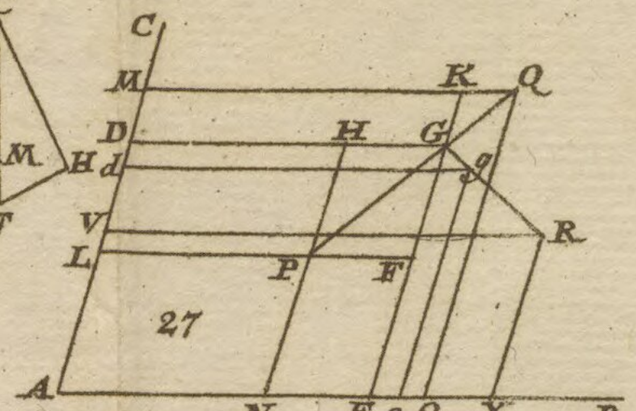

Π
K
D
23
E
A
B
P
C
Q

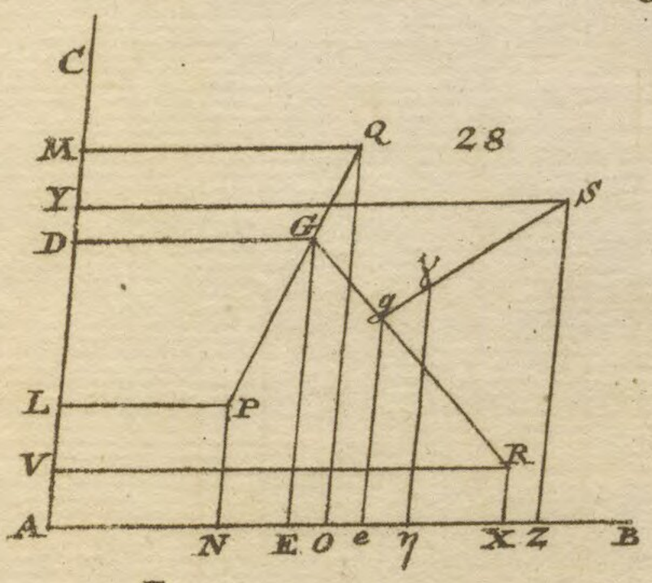


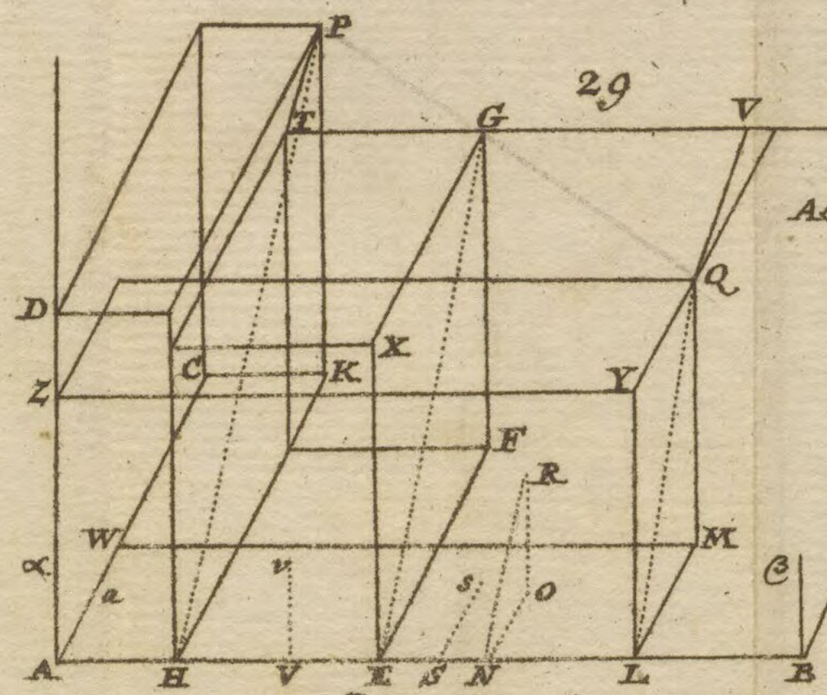


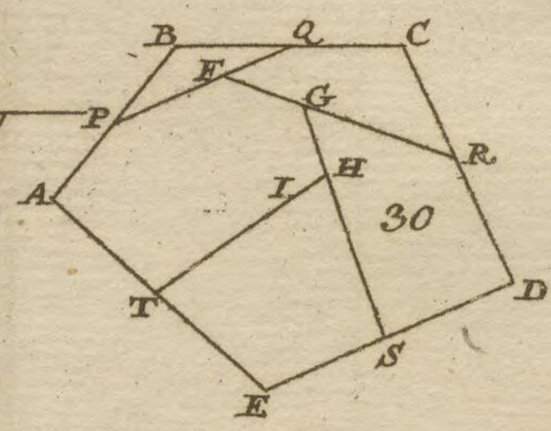


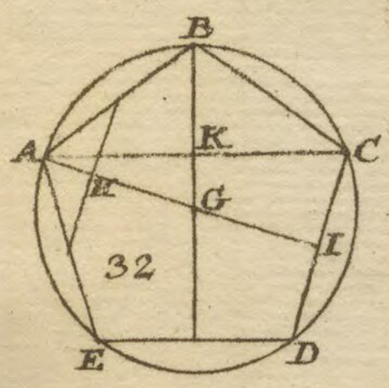


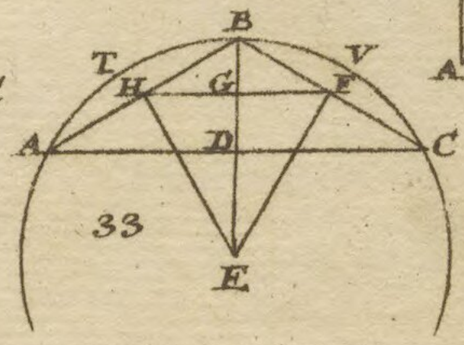


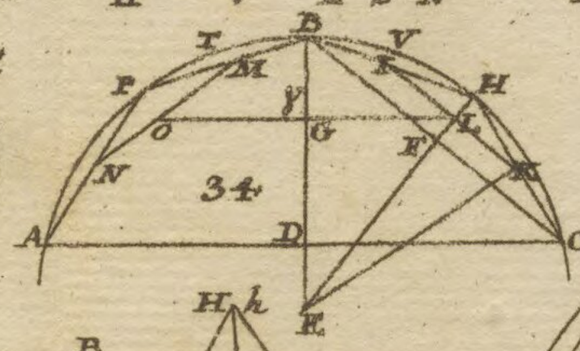


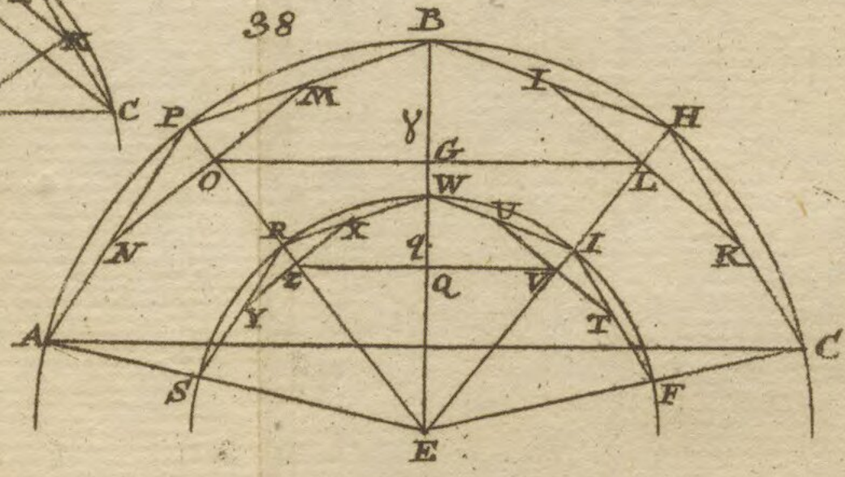


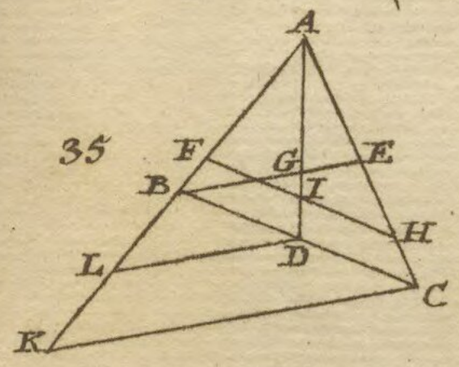


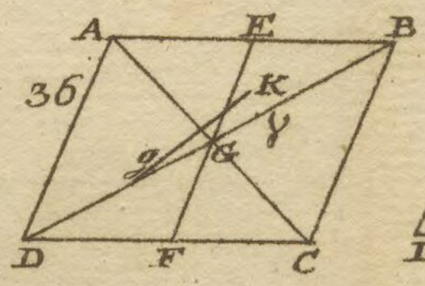


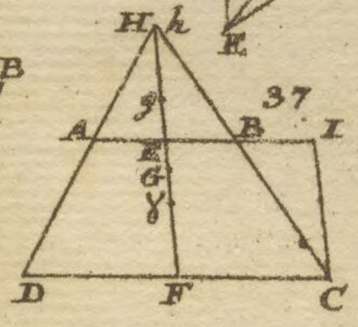












Karstens Math. III. Theil.

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

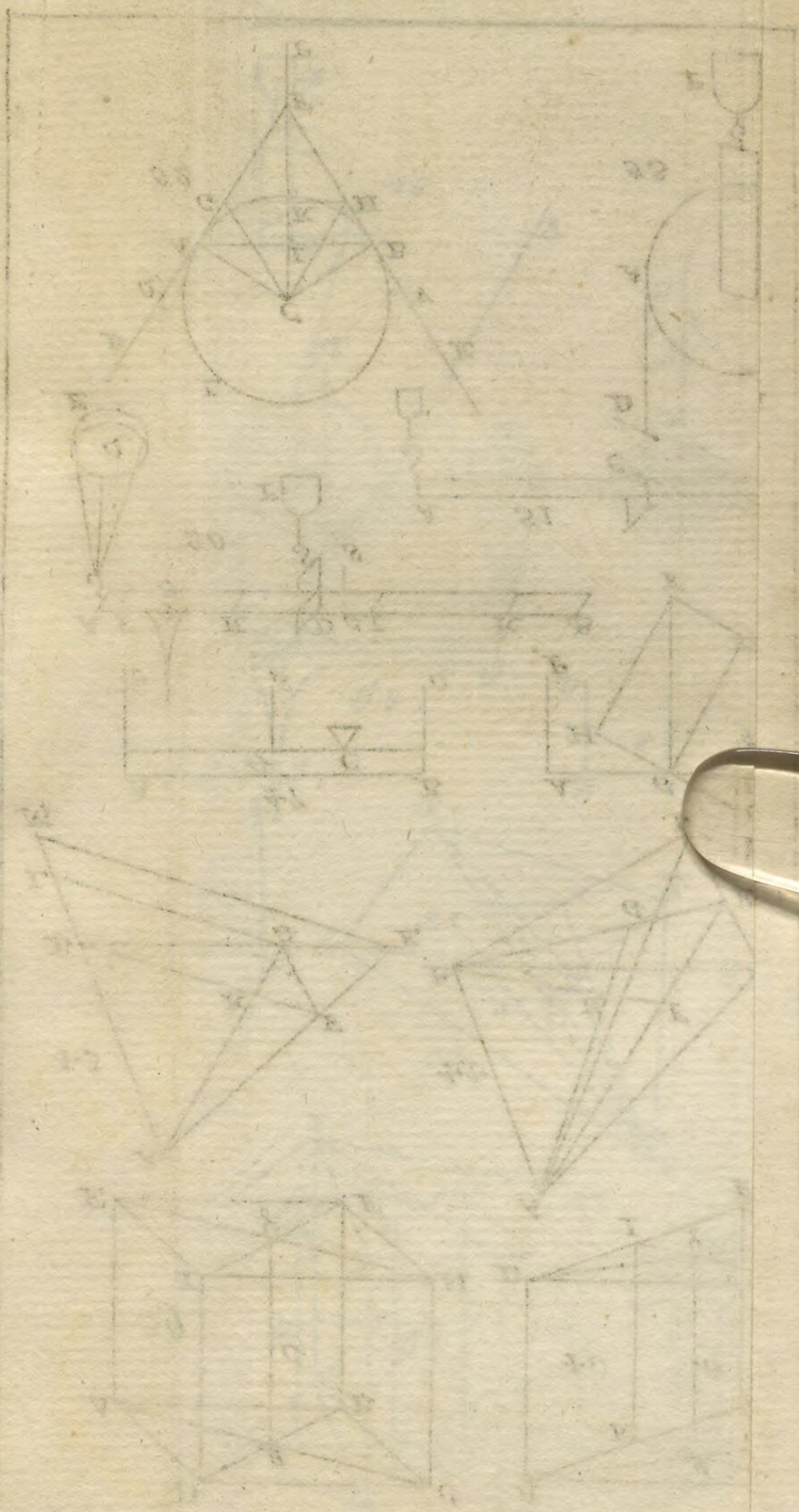
51

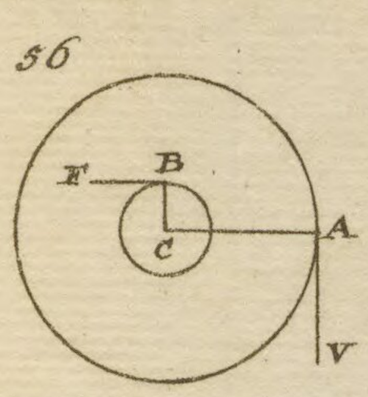
52

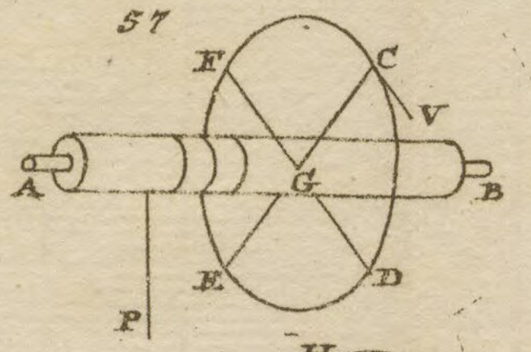
53

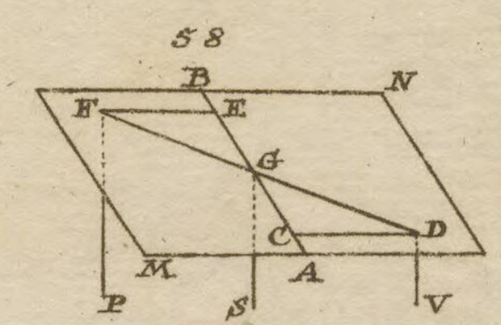
54

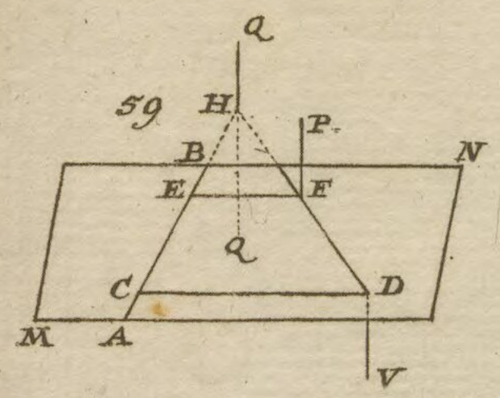
55

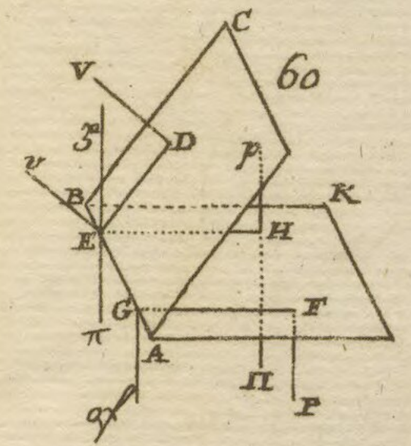


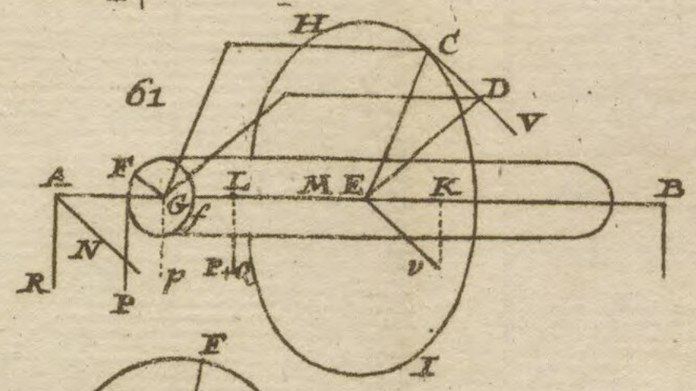

56
F
B
C
A
V

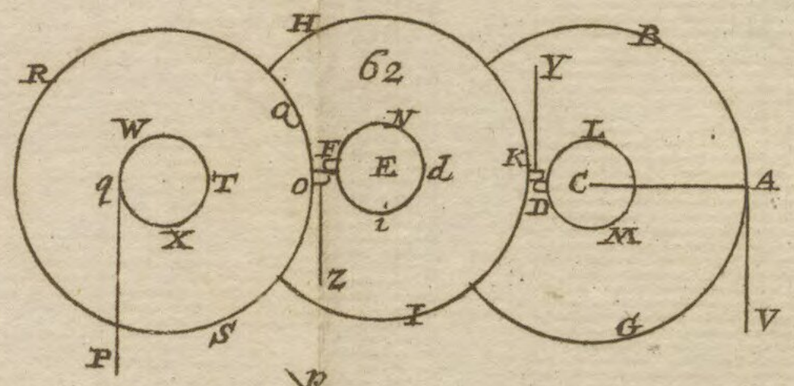

57
F
C
V
A
G
B
E
D
P

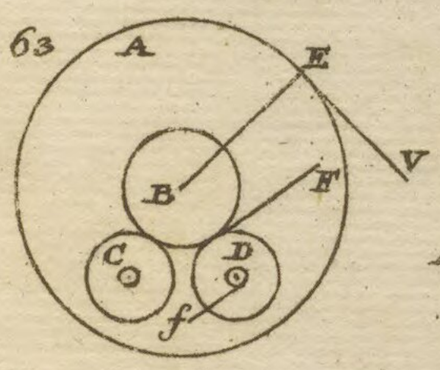

58
B
N
F
E
G
C
D
M
A
P
S
V

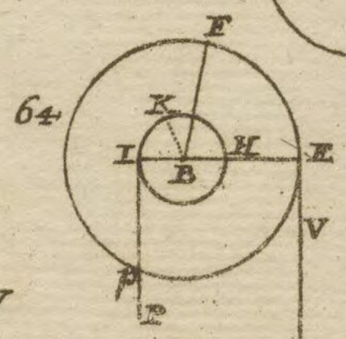

q
59
H
P
B
N
E
F
q
C
D
M
A
V

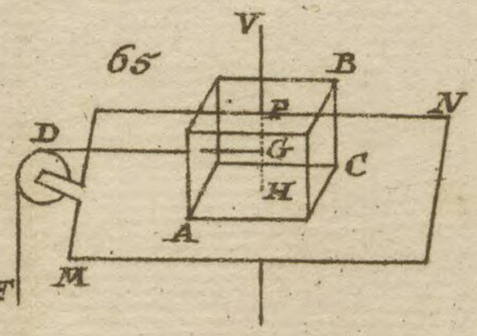

C
V
60
D
p
K
B
E
H
G
F
A
π
Π
P
q

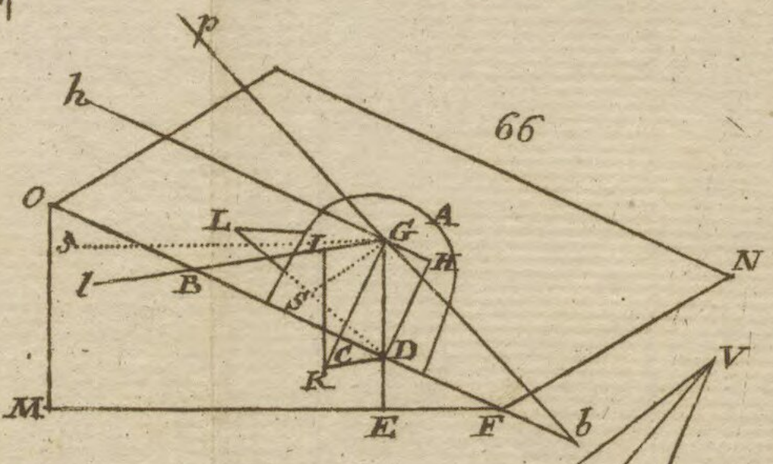

H
C
61
D
V
A
F
G
f
L
M
E
K
B
R
N
P
p
P
v
I

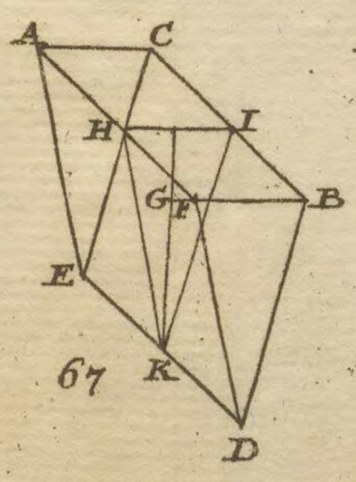

H
62
B
R
W
q
T
X
E
d
Y
L
K
C
A
M
P
S
Z
I
G
V

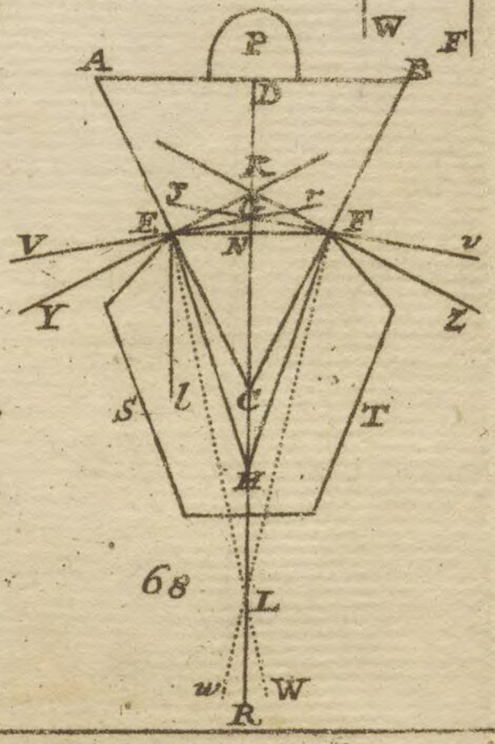

63
A
E
V
B
F
C
D
f

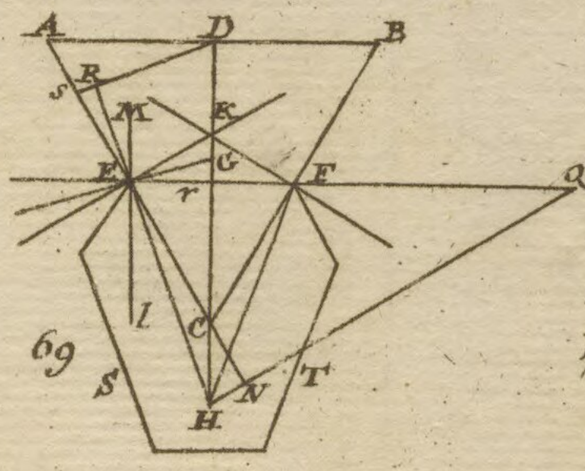

64
F
K
L
H
E
B
V
P
W

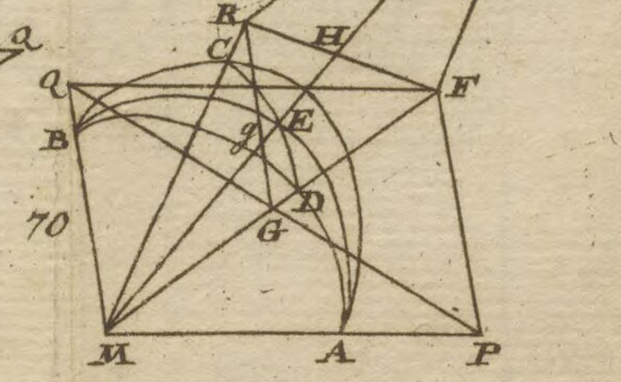

65
V
B
N
D
G
C
H
A
F
M

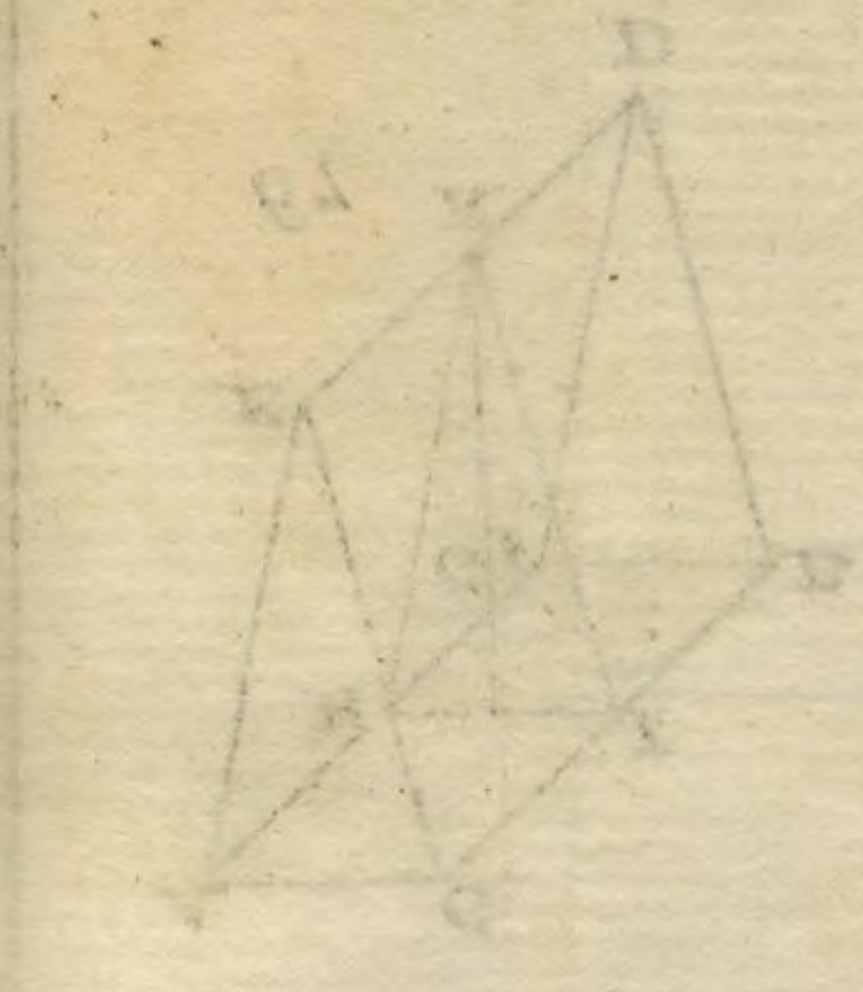

p
h
66
O
L
A
G
K
N
S
l
B
I
C
D
R
M
E
F
b
V

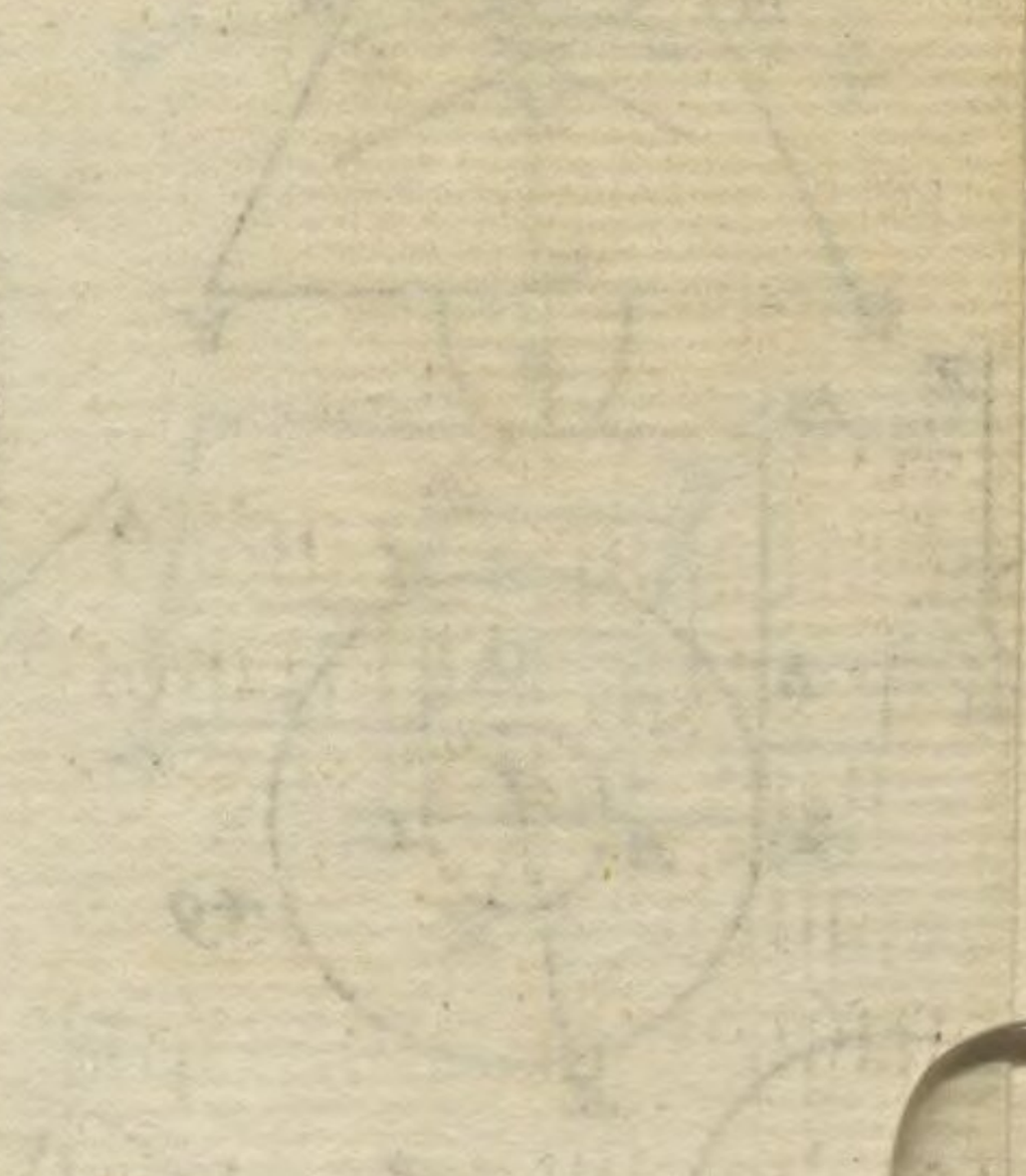
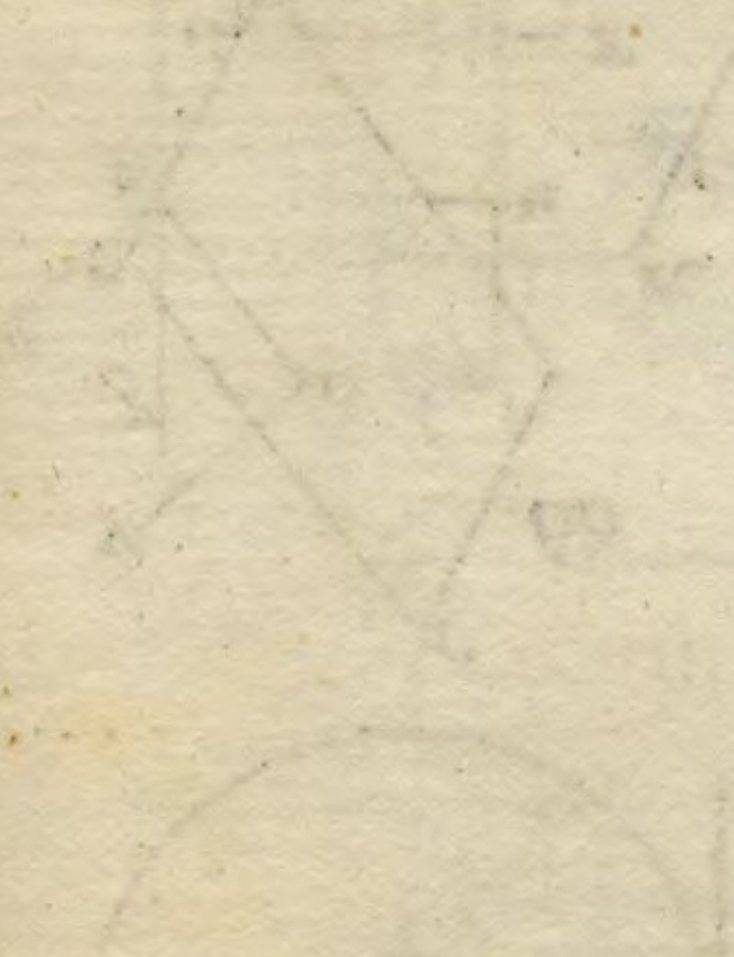
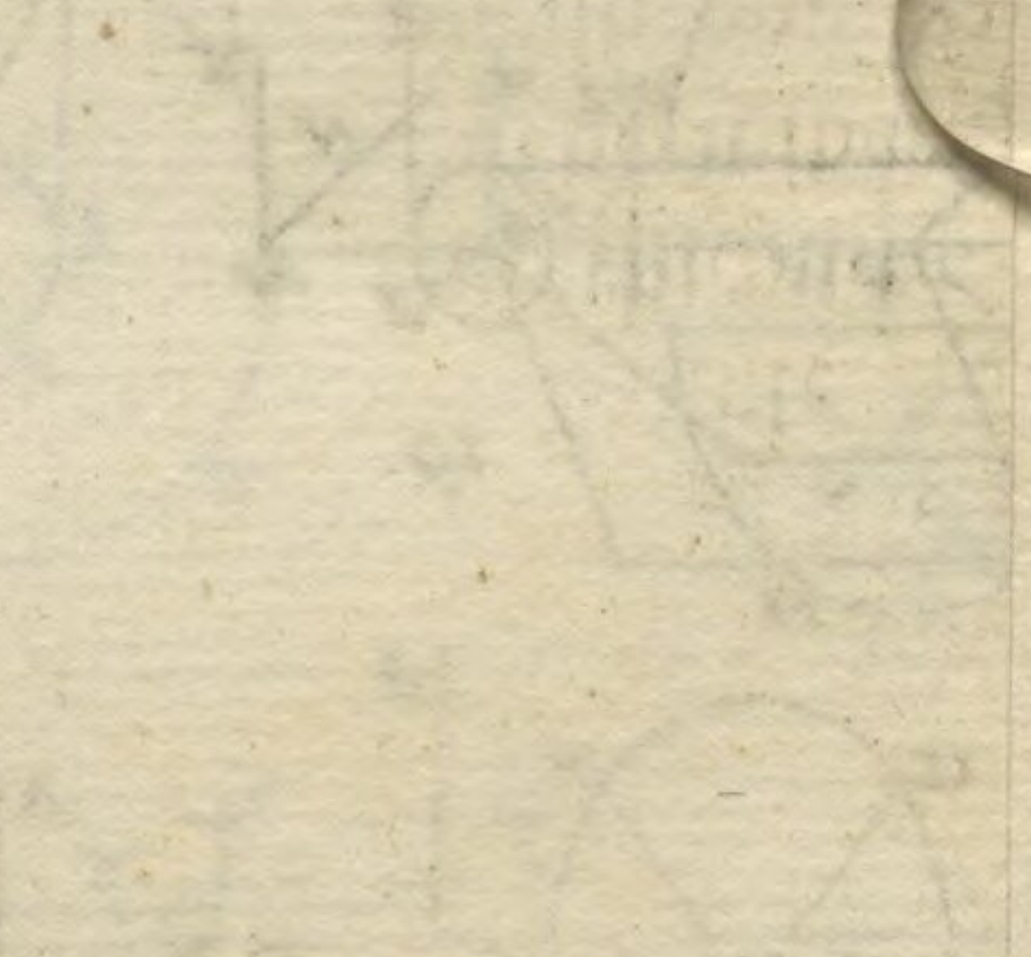
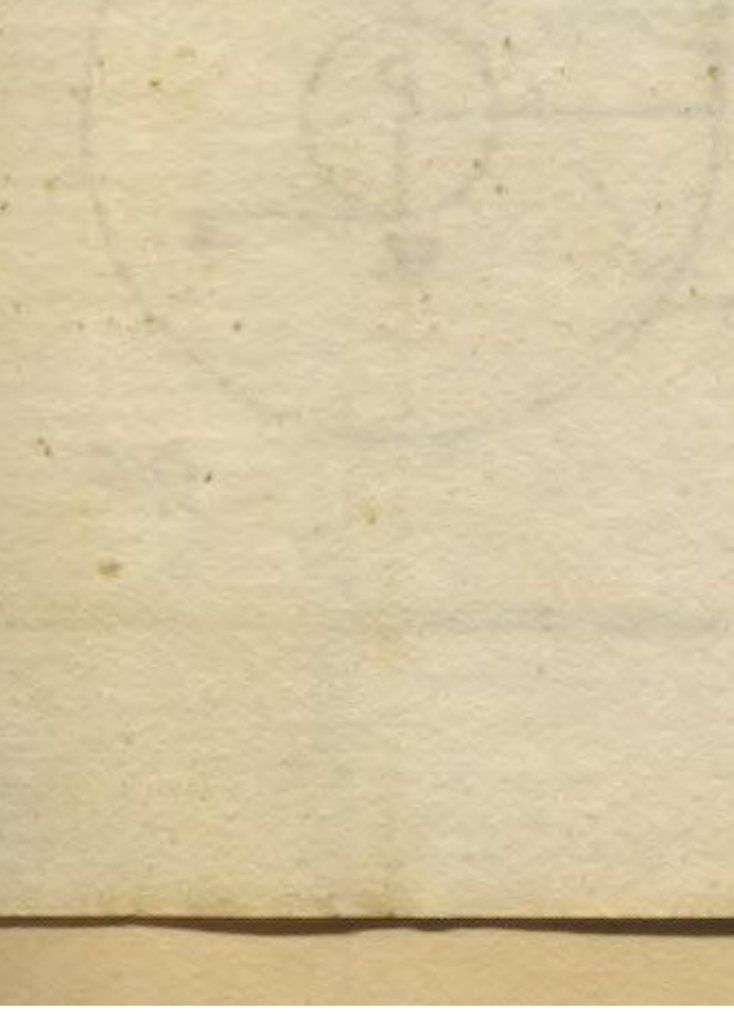
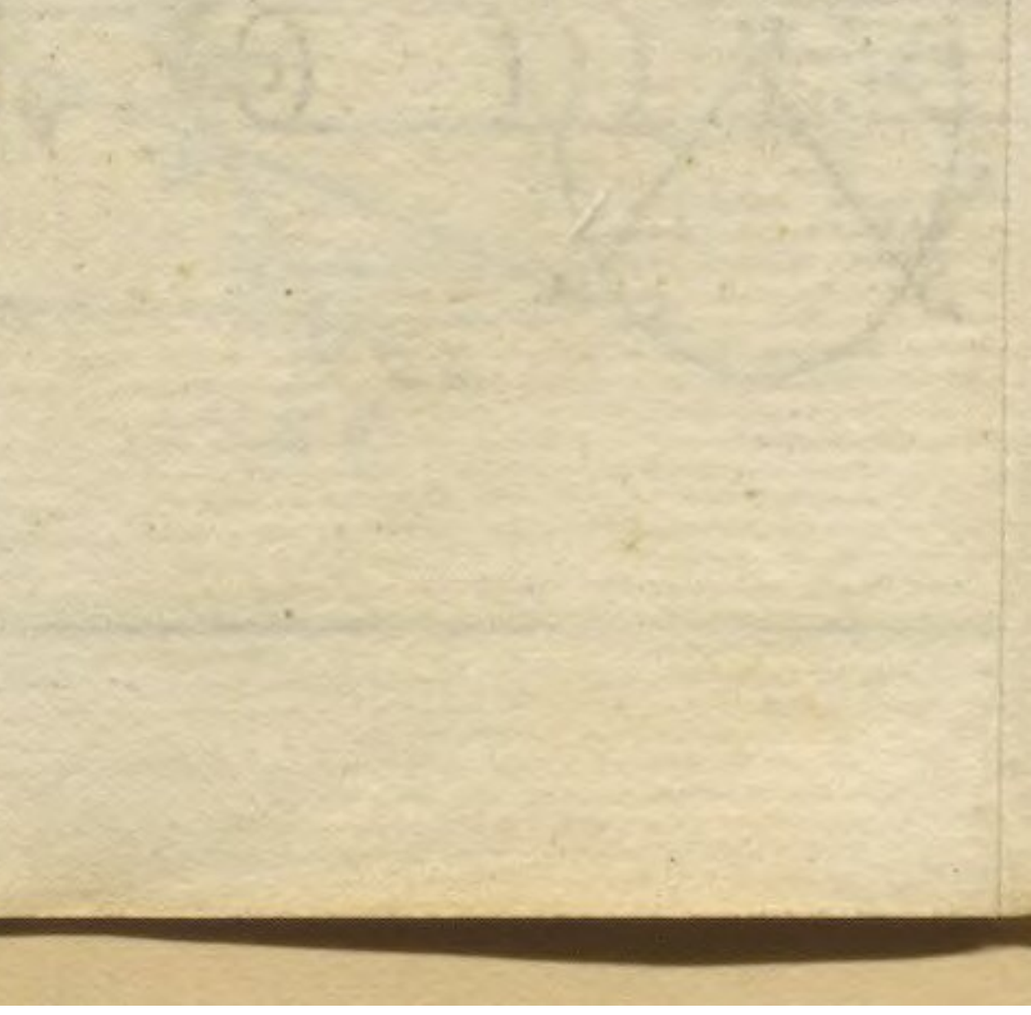

A
C
H
I
G
F
B
E
K
D
67

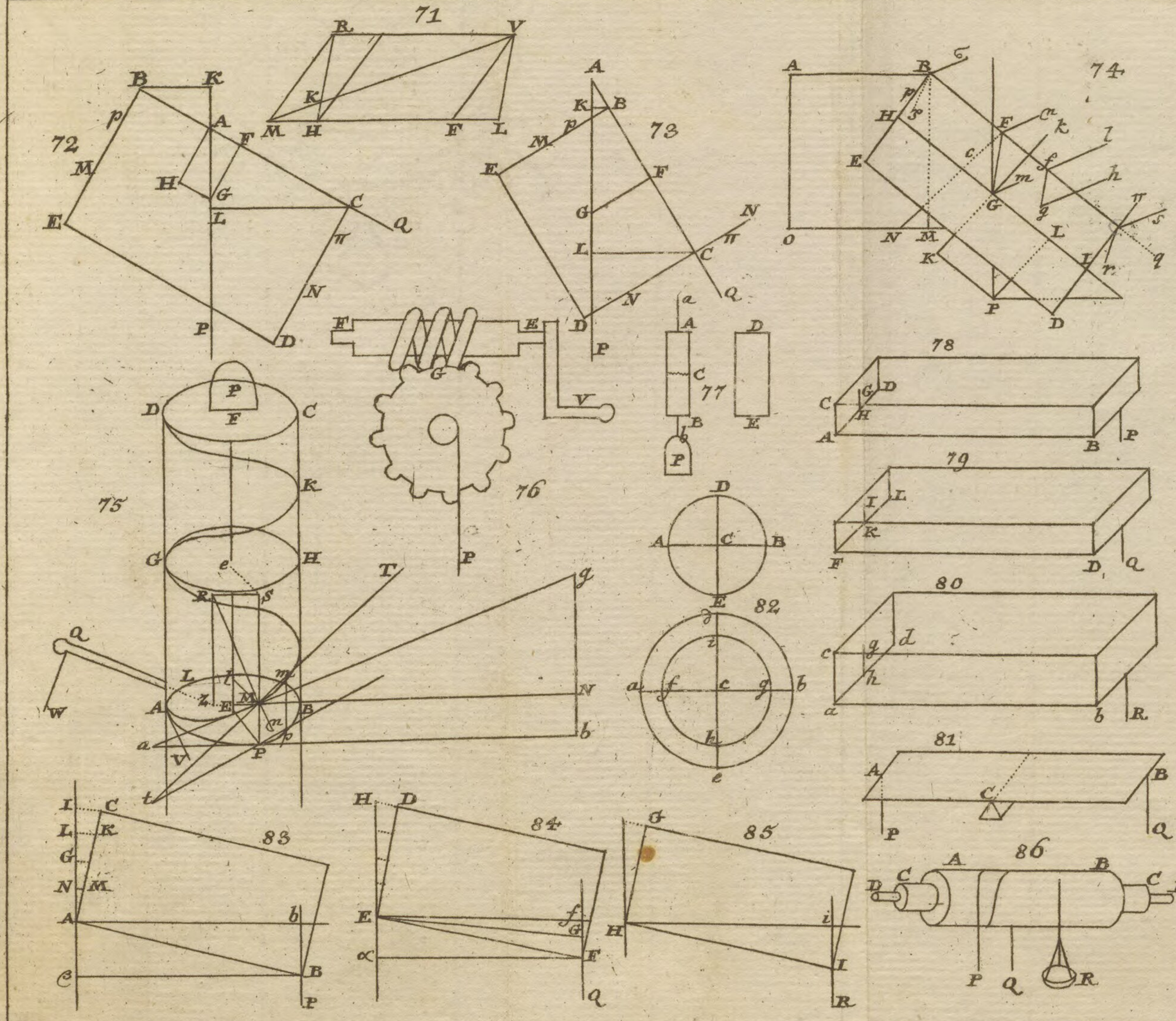

A
P
B
D
R
Y
E
N
F
V
v
Z
S
l
C
T
H
L
w
W
R
68

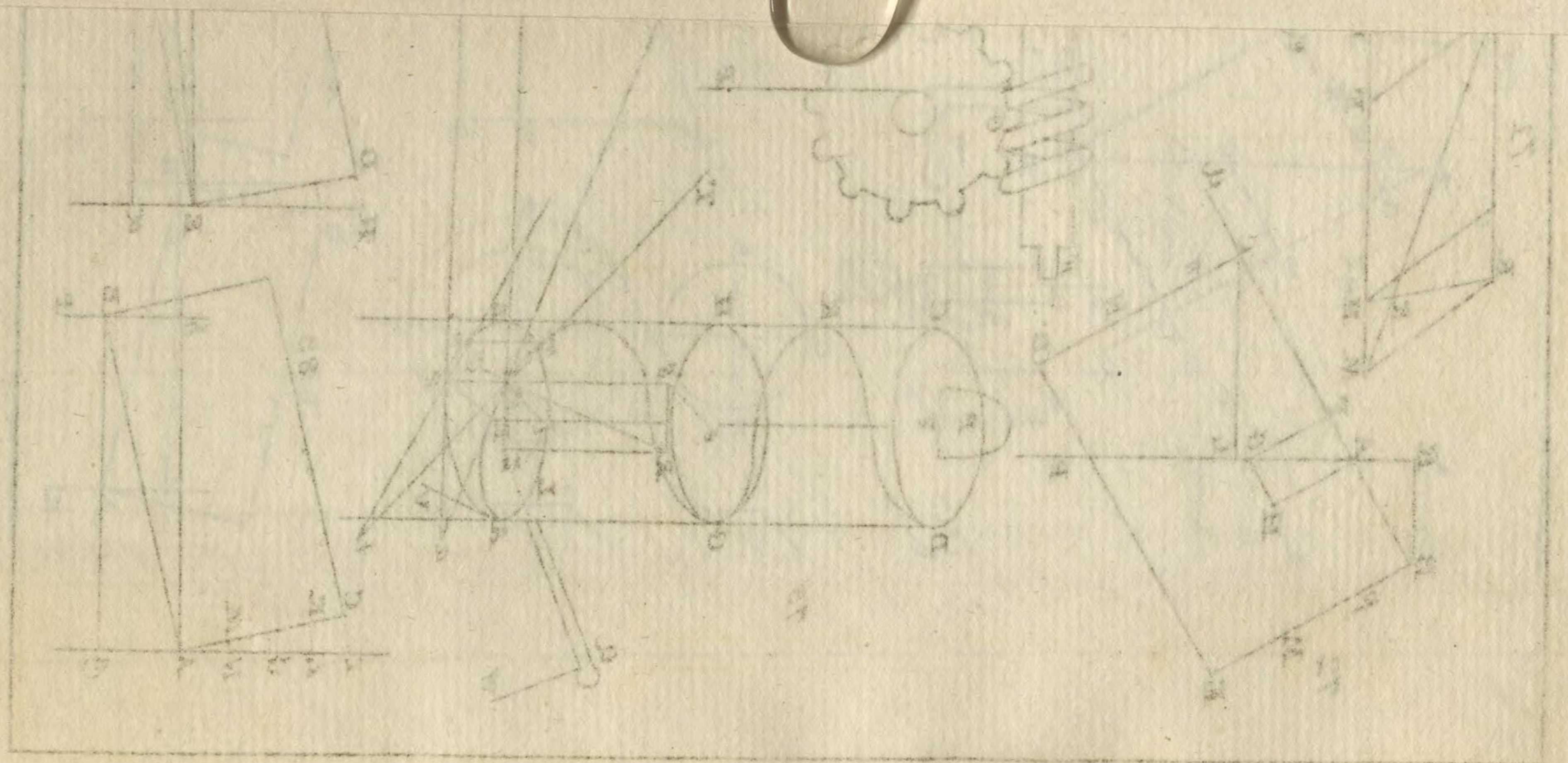

A
D
B
R
s
M
K
E
G
F
q
r
l
C
69
S
H
N
T


R
C
H
F
q
E
B
g
D
70
G
M
A
P

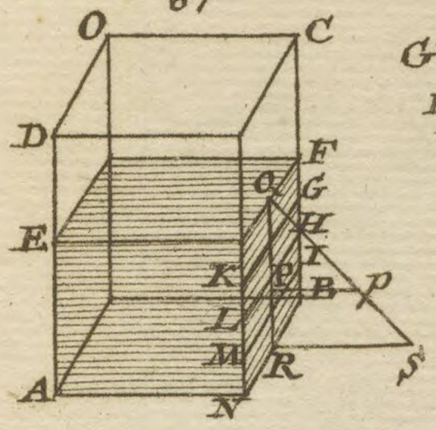


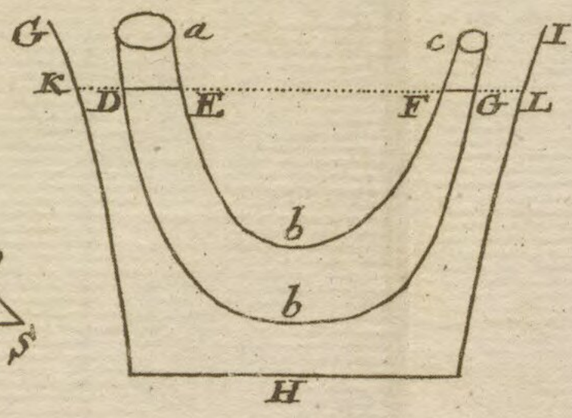

71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86

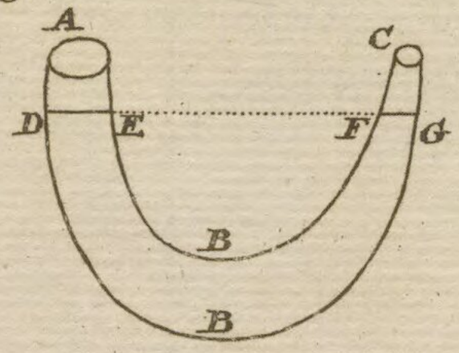


87

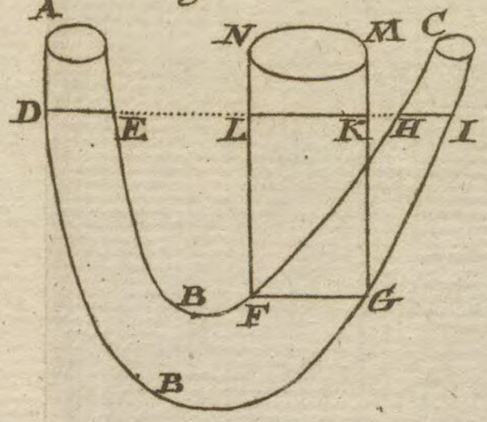


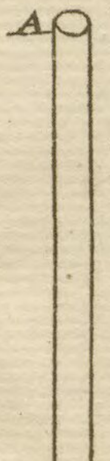
88



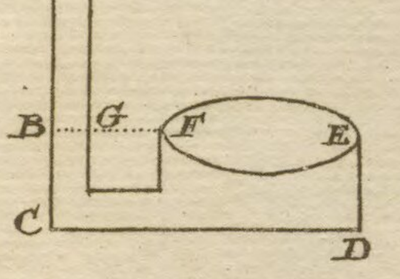


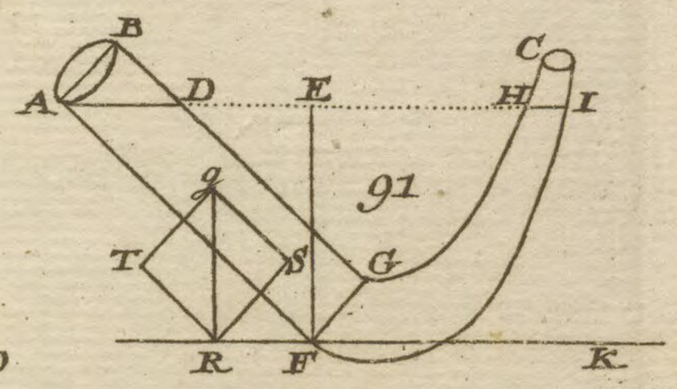
89





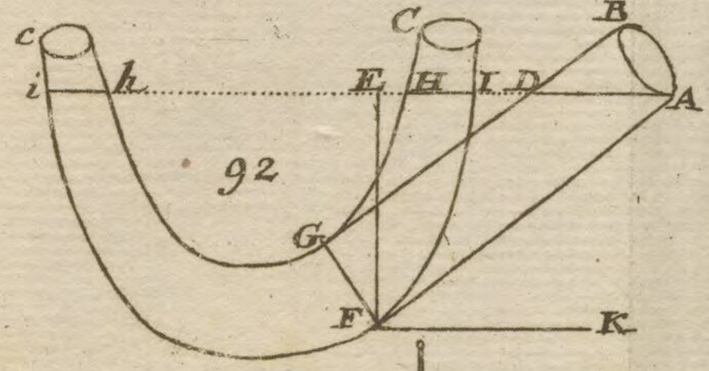
90

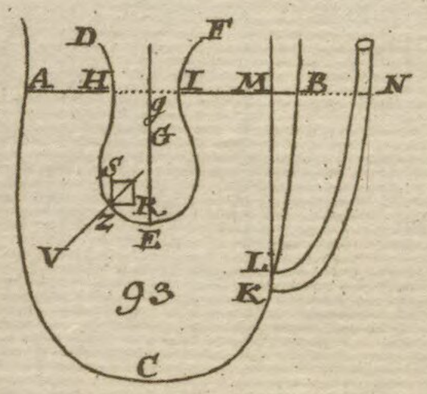




91

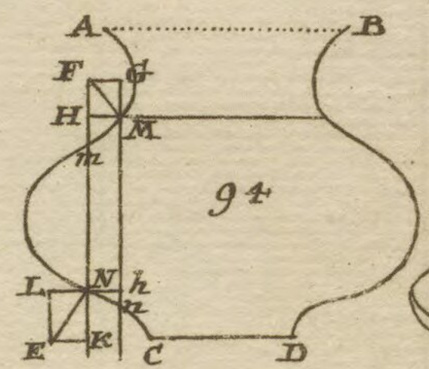
92

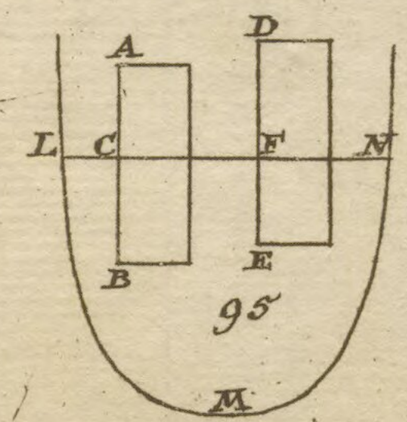




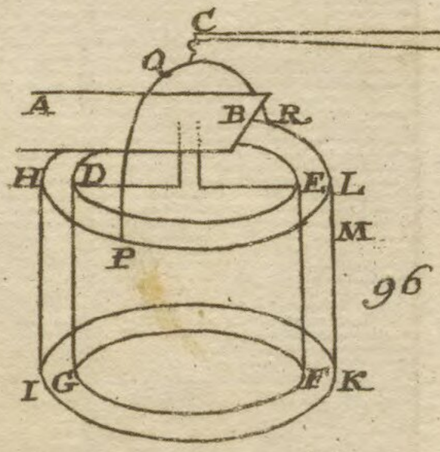
93

94

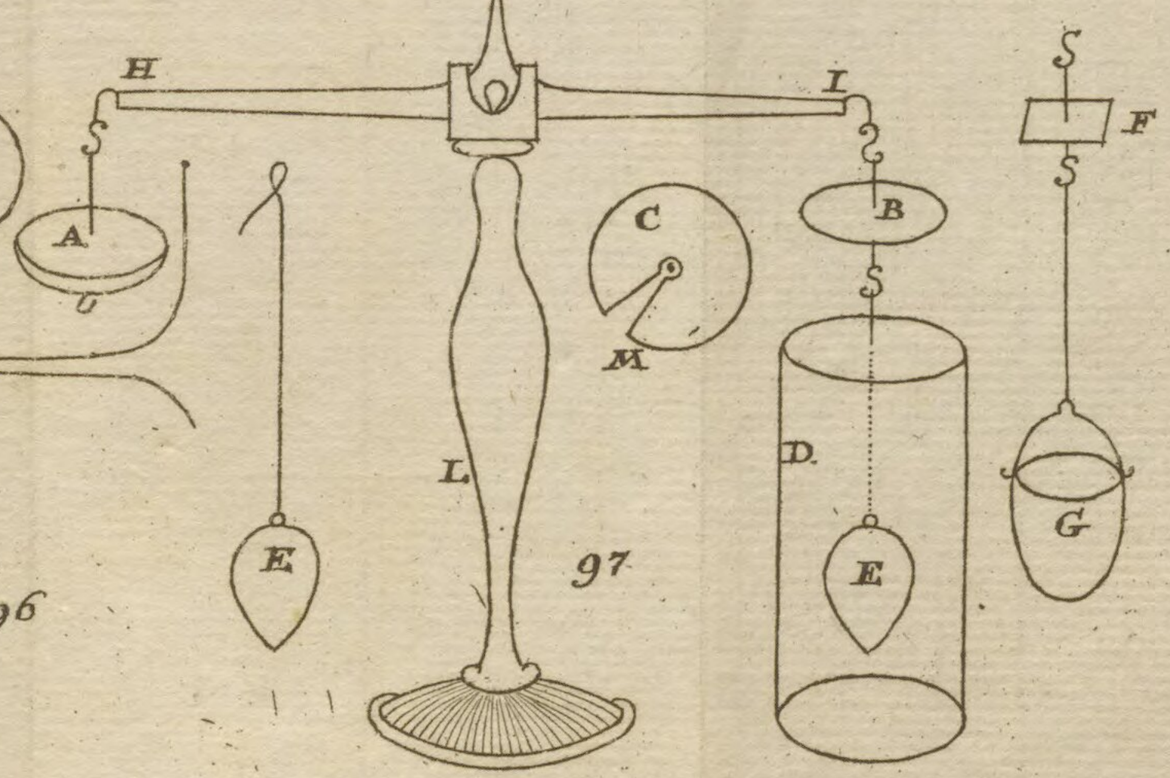




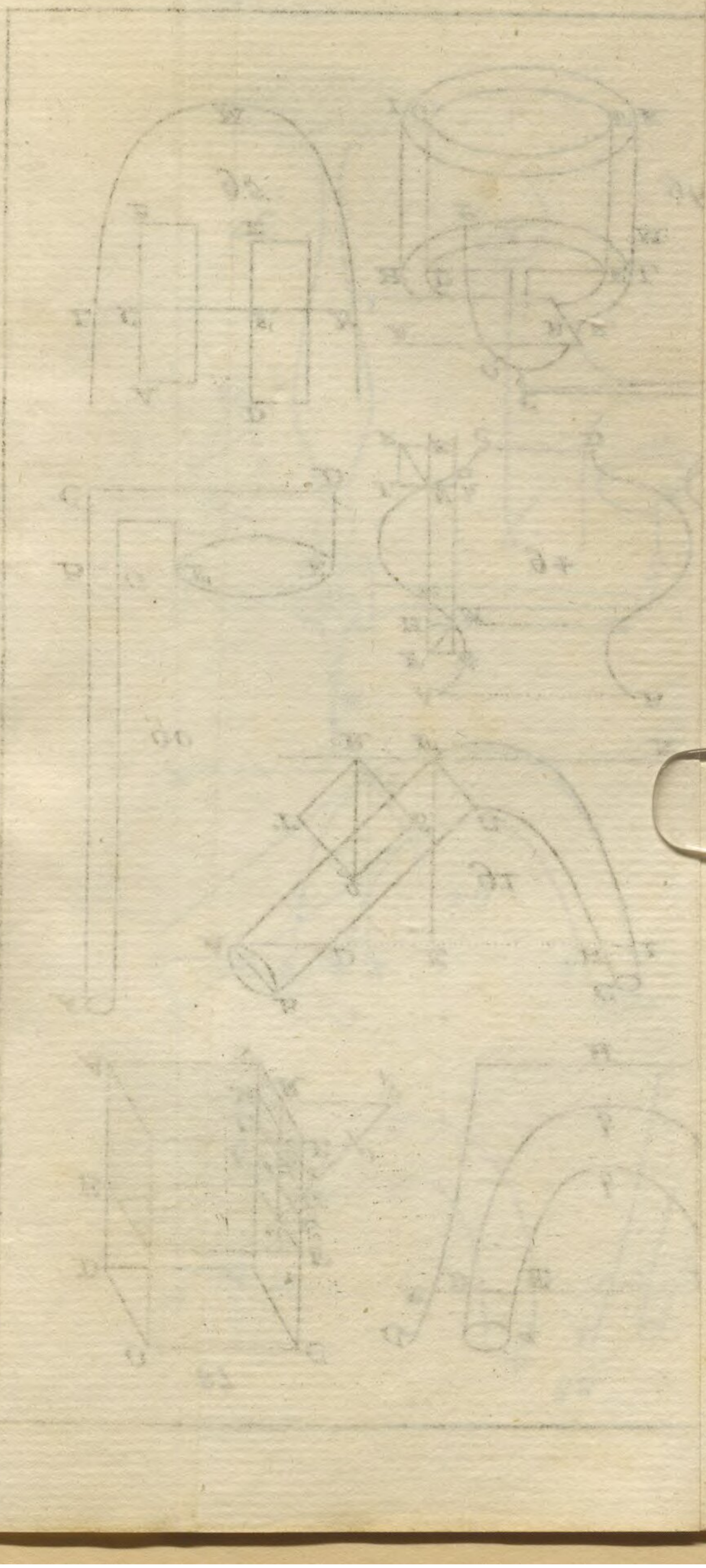
95



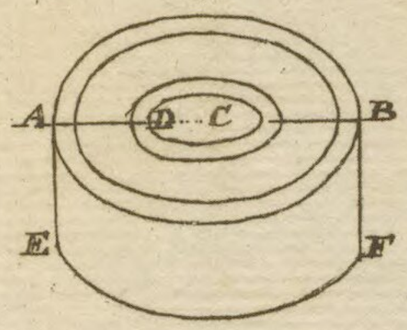
96



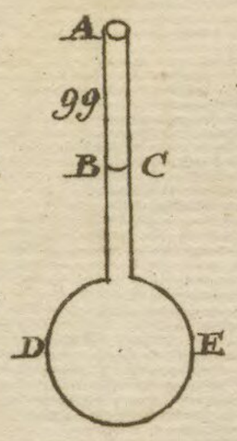
97

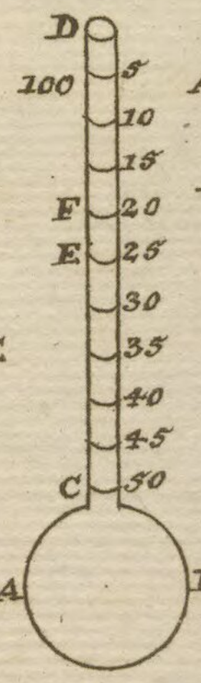


98

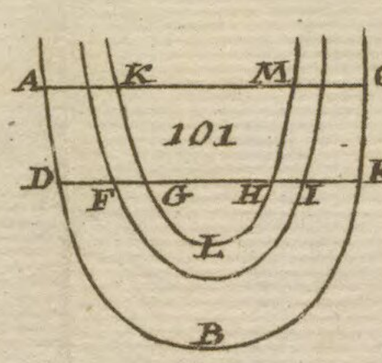


99

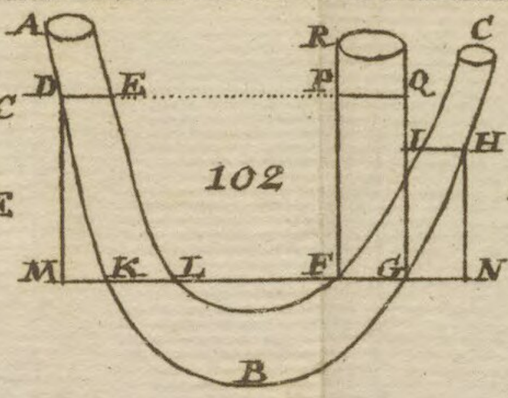




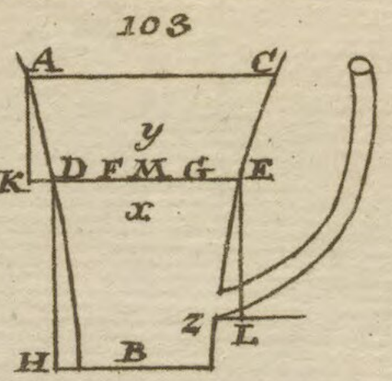
101



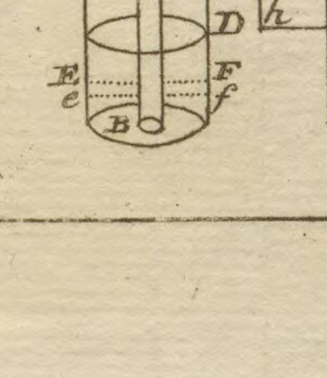
102



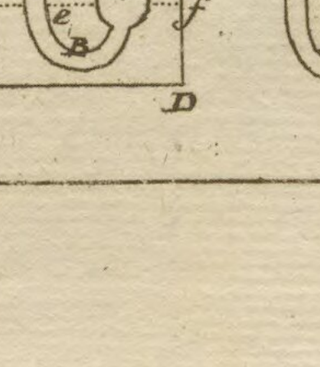
103



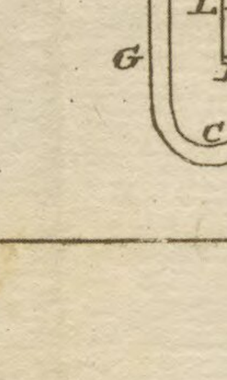
104



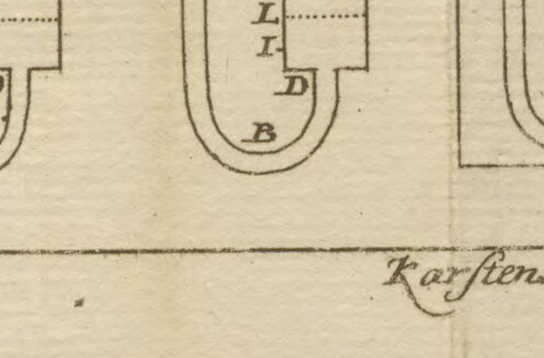
105



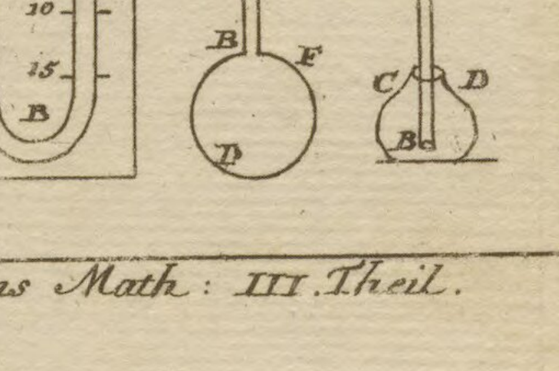
106



107



108



109

110

111

113

112

114

115

116

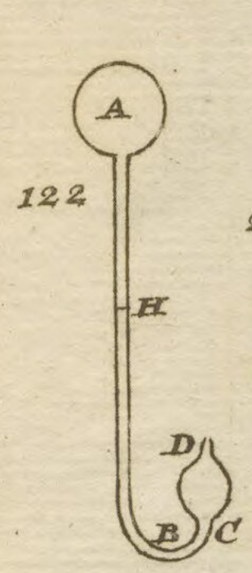
117

118

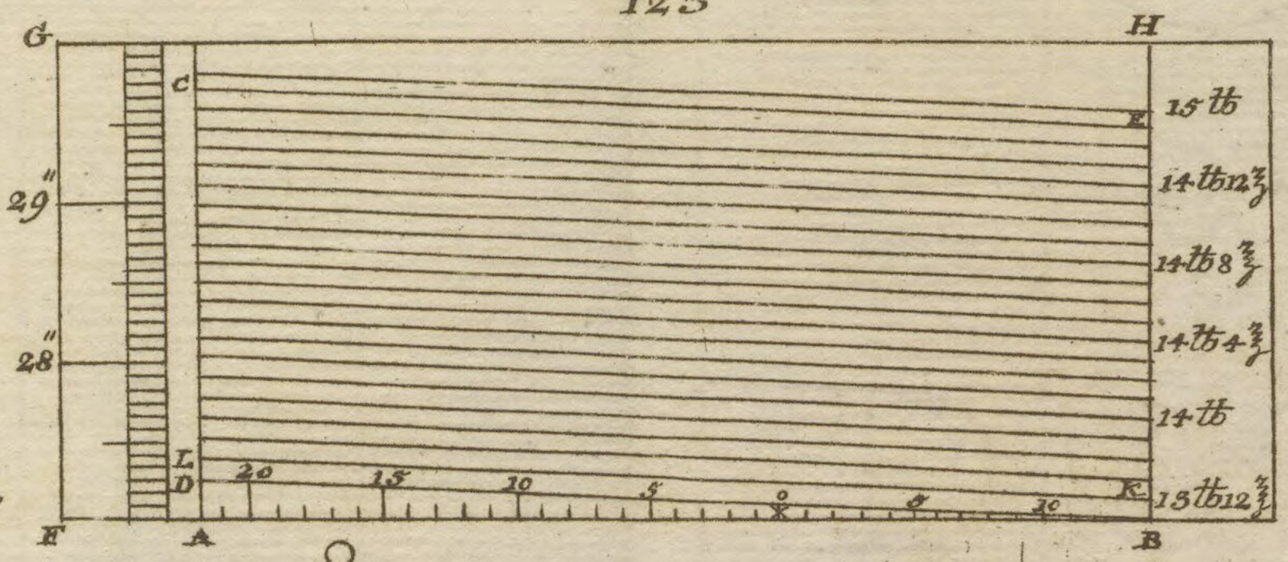
119

120

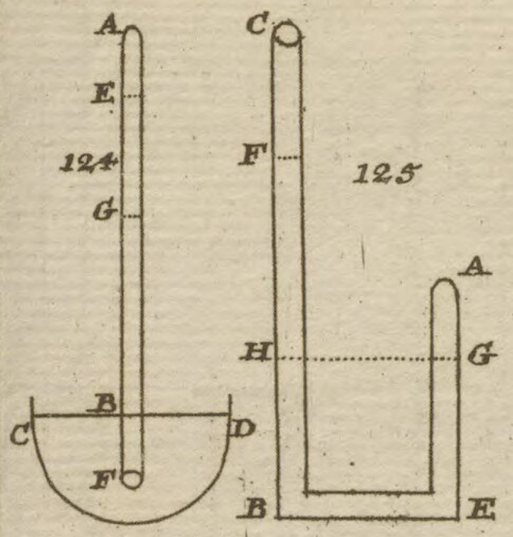
121



122

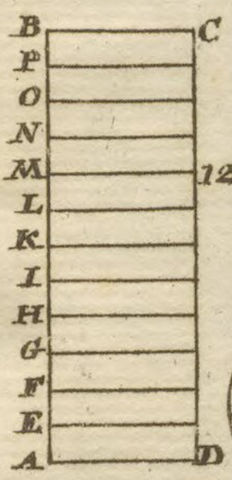


123

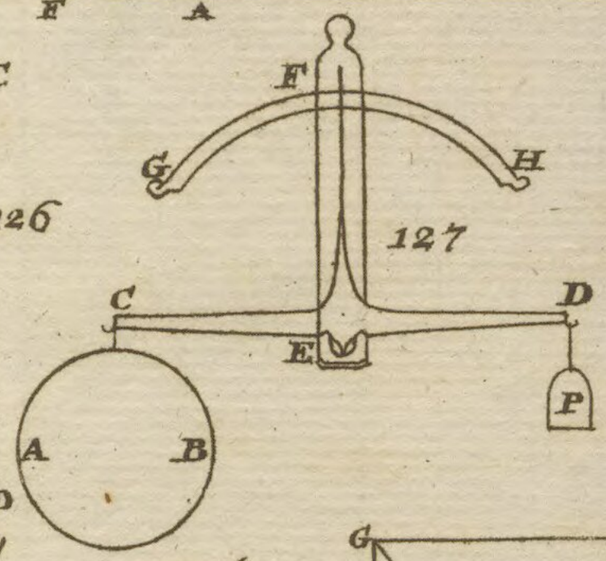


124

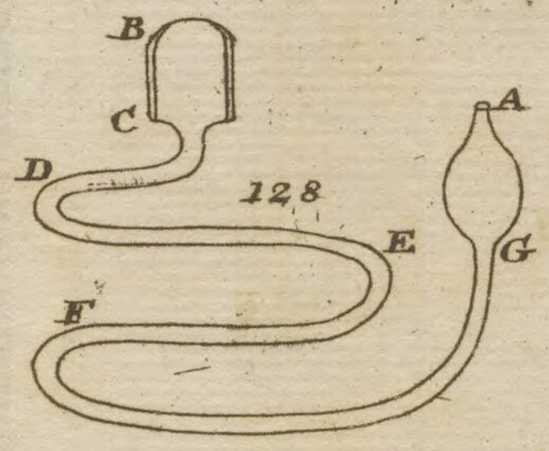
125



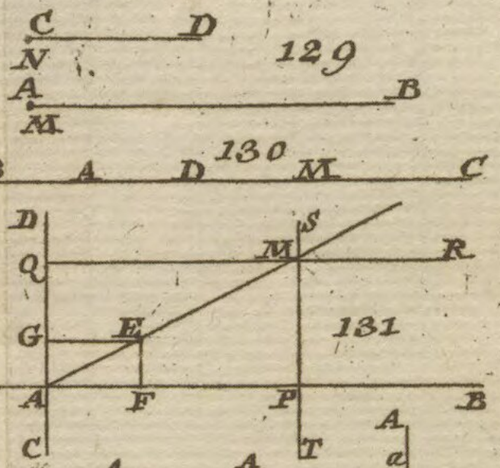
126



127



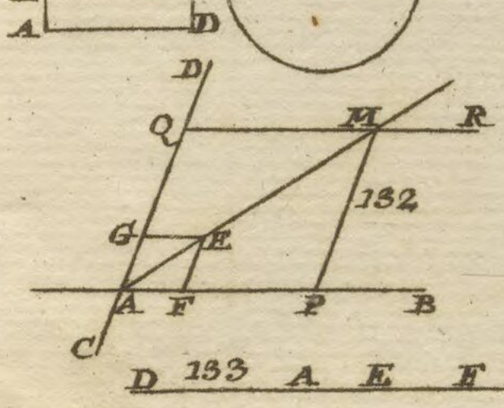
128



129

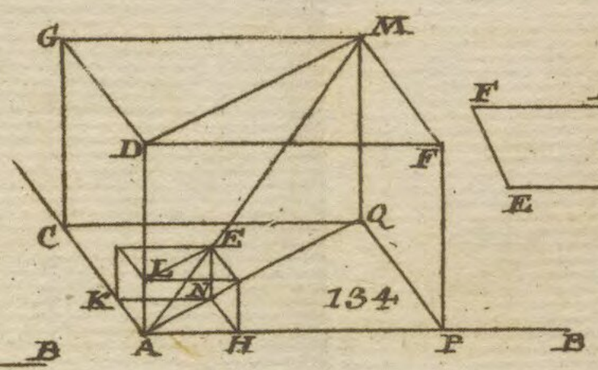
130

131

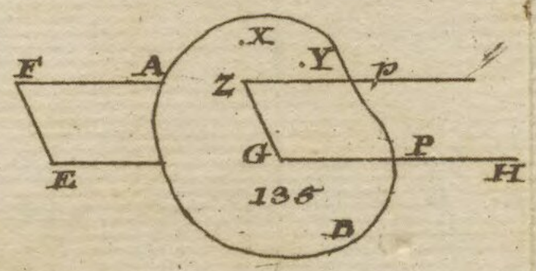


132

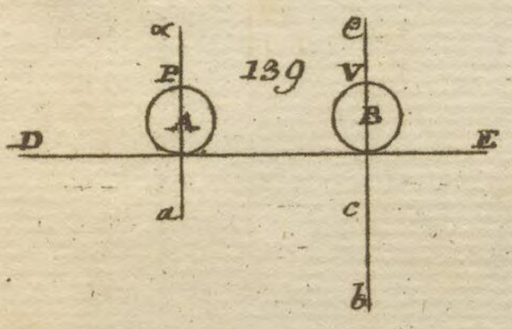
133



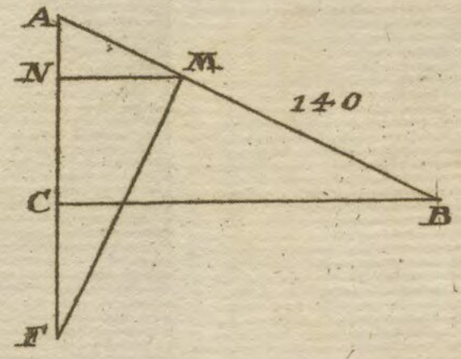
134



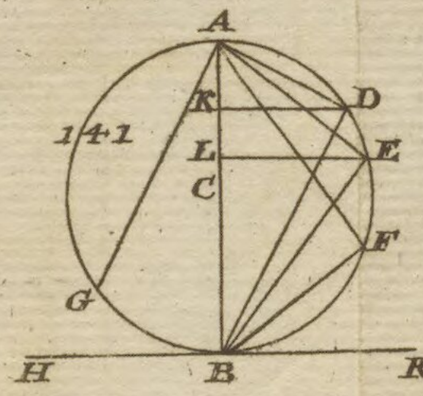
135



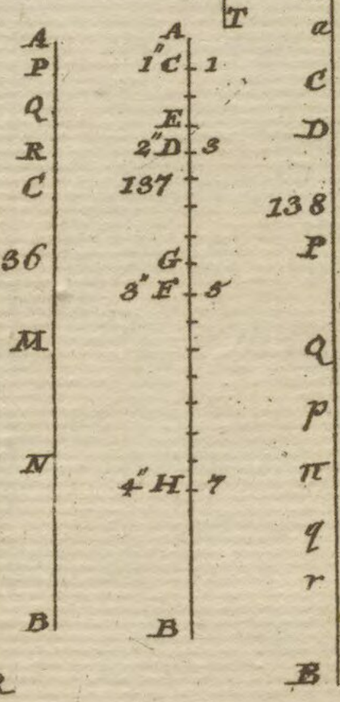
139



140

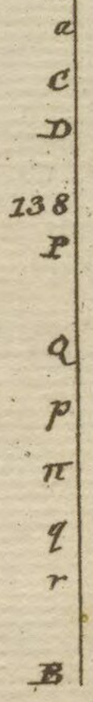


141

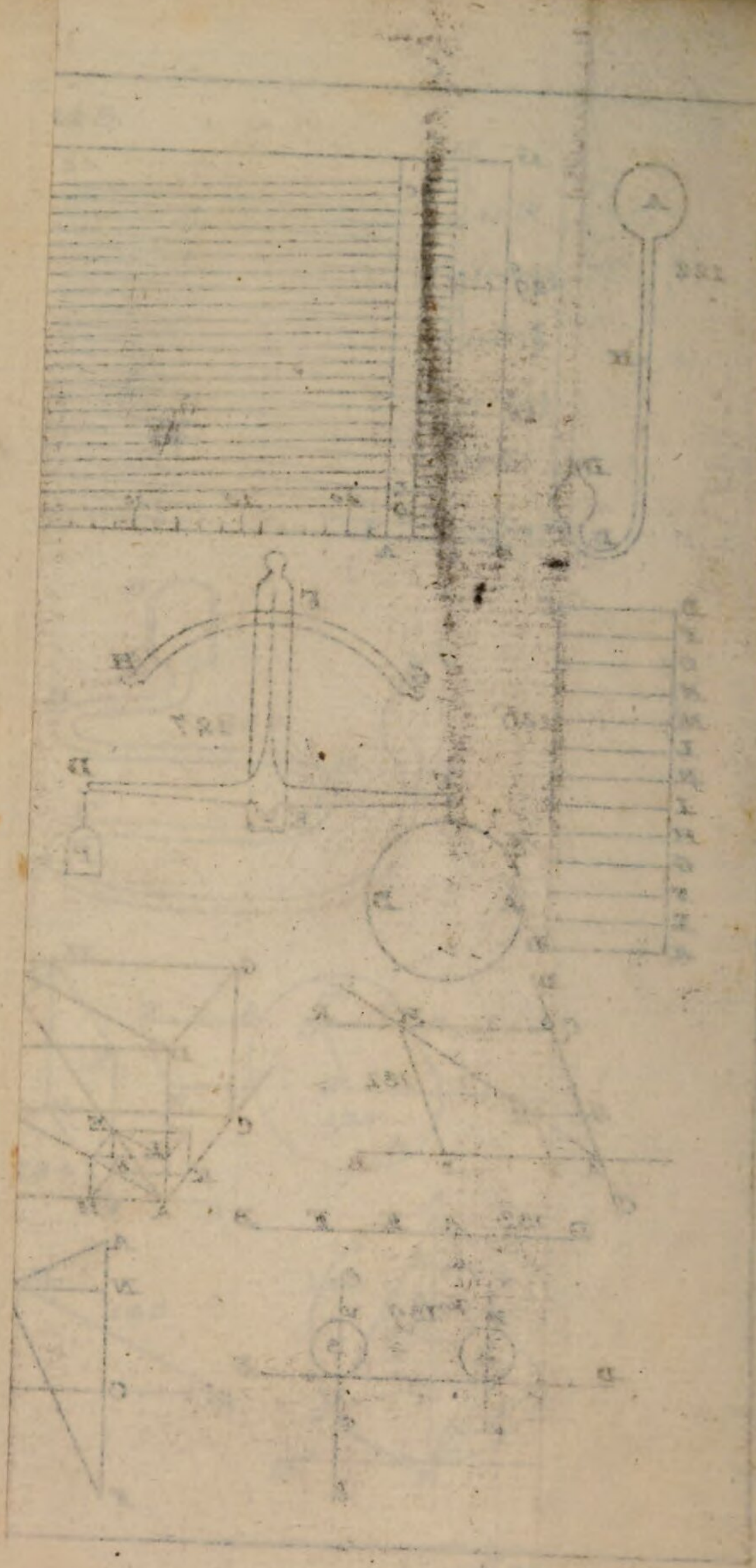


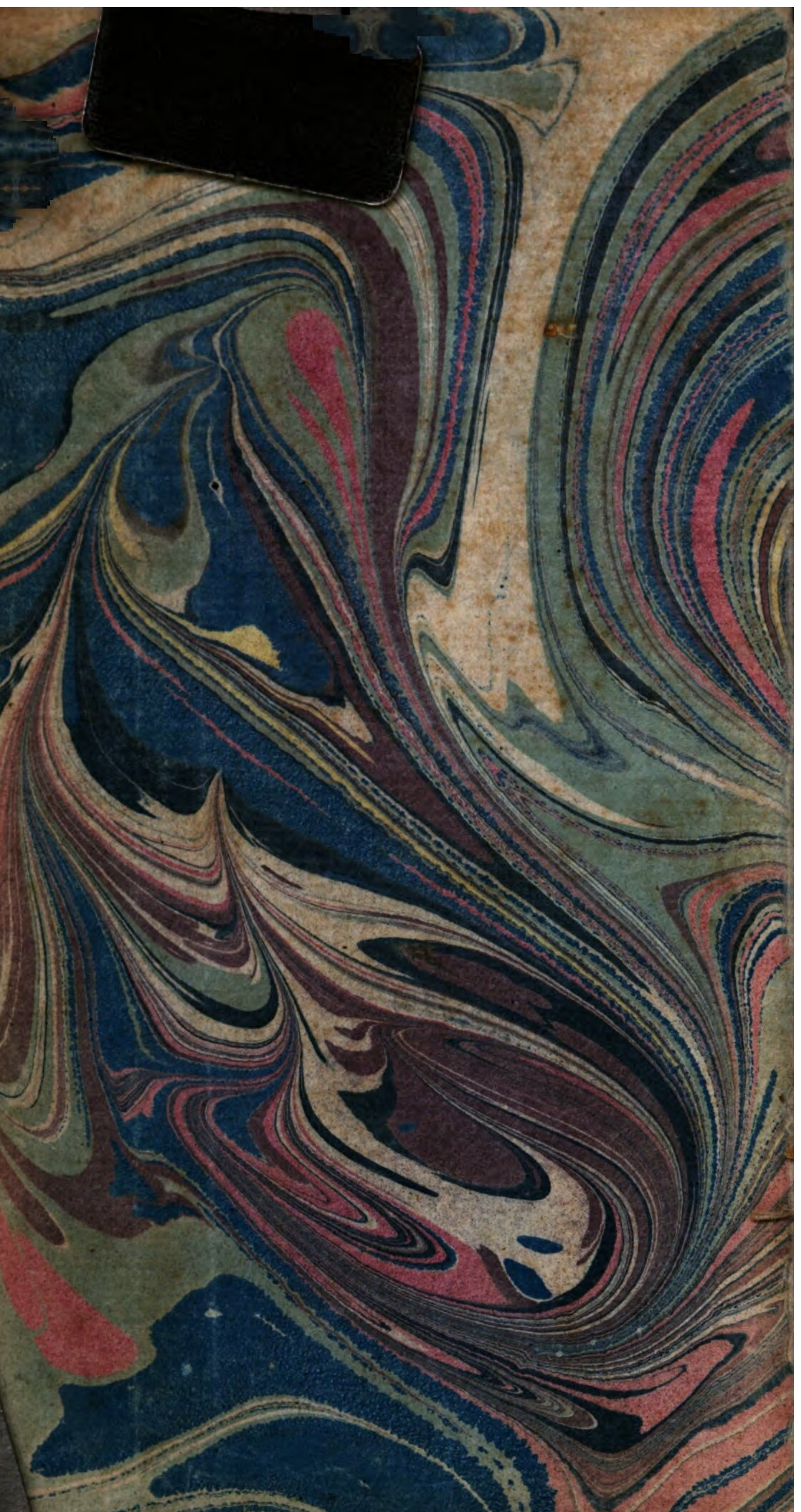
136

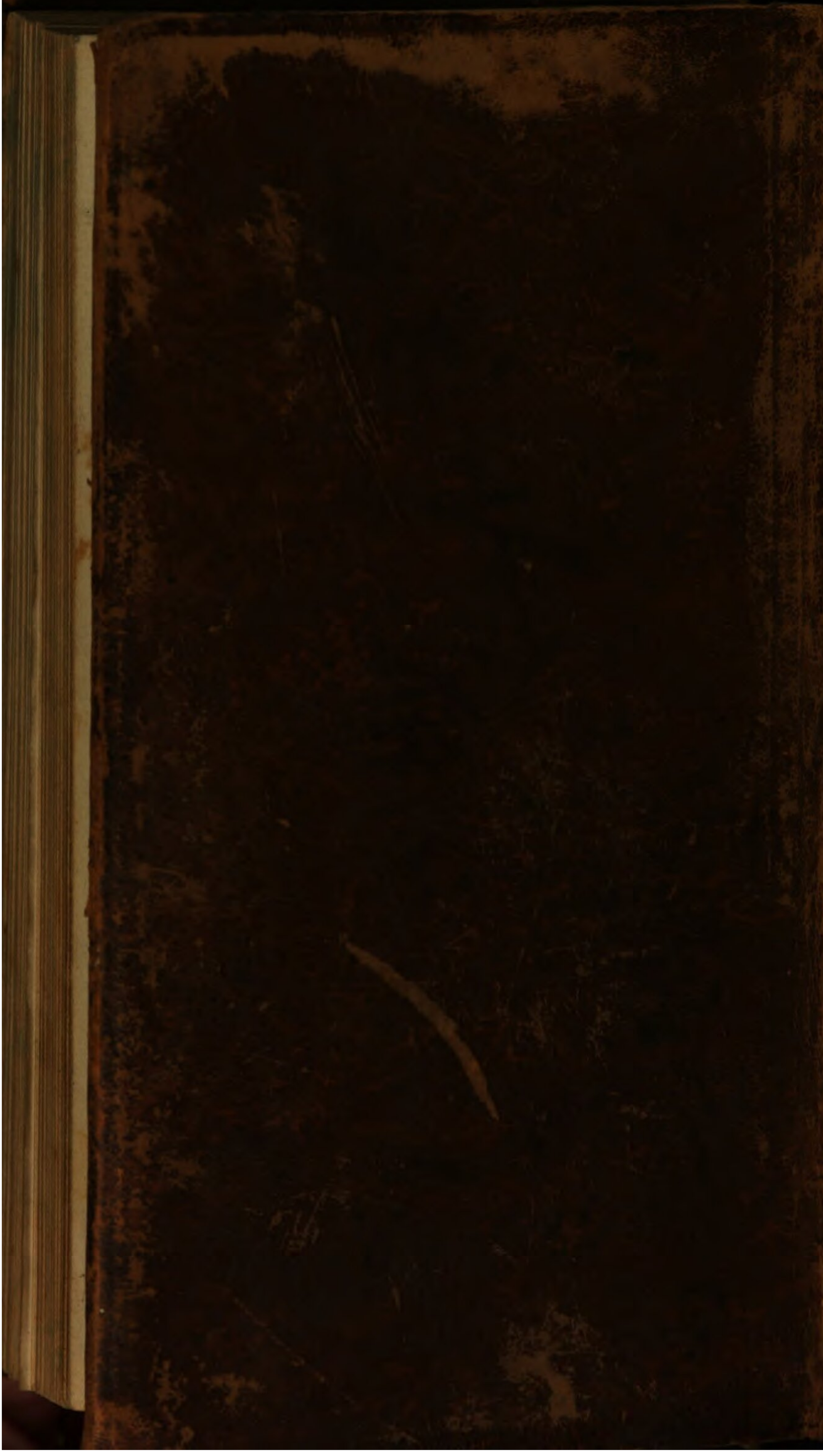
137



138







BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Karsten, Wenceslaus Johann Gustav,

Lehrbegrif der gesamten Mathematik

Bd.: 3

Greifswald 1769

Math.u. 85-3
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10625586-2
VD18 80340415-001